

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НОВОСИБИРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ» (НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ, НГУ)

Факультет **ФИЗИЧЕСКИЙ**

Кафедра **ФИЗИЧЕСКИ УСКОРИТЕЛЕЙ**

Направление подготовки **03.03.02 ФИЗИКА**

Образовательная программа: **БАКАЛАВРИАТ**

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

Требушинин Андрей Евгеньевич

(Фамилия, Имя, Отчество автора)

Тема работы Разработка рентгенооптических трактов экспериментальных станций первой очереди проекта ЦКП «СКИФ»

«К защите допущена»

Заведующий кафедрой

Научный руководитель

доктор физ.-мат. наук, профессор

канд. физ.-мат. наук

гл. н.с. ИЯФ СО РАН

Помощник директора по перспективным проектам, ИЯФ СО РАН

Тельнов В., И./.....
(фамилия И., О.) / (подпись, МП)

Ракшун Я., В./.....
(фамилия И., О.) / (подпись, МП)

«.....».....20...г.

«.....».....20...г.

Дата защиты: «.....».....20...г.

Новосибирск, 2019

Оглавление

	Стр.
Введение	4
Глава 1. Ондюляторное излучение	6
1.1 Излучение релятивистского электрона в синусоидальном магнитном поле	6
1.1.1 Уравнение движения электрона в ондуляторе	6
1.1.2 Решение уравнений Максвелла в прааксиальном приближении	8
1.1.3 Излучение планарного ондулятора	10
1.2 Излучение высших гармоник	16
1.2.1 Амплитудный спектр высших гармоник ондуляторного излучения в зависимости от параметра ондуляторности	16
1.3 Заключение	17
Глава 2. Проектирование рентгенооптических трактов для Сибирского Кольцевого Источника Фонтов	18
2.1 Введение	18
2.2 Станция 1-1 — «Микрофокус»	19
2.2.1 Вставное устройство	19
2.2.2 Оптика станции 1-1	20
2.3 Станция 1-2 — «Структурная диагностика»	22
2.3.1 Вставное устройство	22
2.3.2 Оптика станции 1-2	23
2.4 Станция 1-4 — «XAFS-спектроскопия и магнитный дихроизм»	25
2.4.1 Вставное устройство	25
2.4.2 Излучение клинообразного ондулятора	26
2.4.3 Излучение ондулятора с линейно меняющимся магнитным полем вдоль ондулятора	29
2.4.4 Оптика станции 1-4	29

Глава 3. Обсуждение результатов	31
Список литературы	32
Список рисунков	34
Список таблиц	36
Приложение А. Единицы измерения потока фотонов	37
Приложение Б. Учёт конечности эмиттанса	38
Приложение В. Состав высших гармоник ондуляторного излучения	41
Приложение Г. Элементы фурье оптики	43
Г.1 Распространение света в пустом пространстве	43
Г.2 Действие тонкой линзы на волновой фронт	45
Приложение Д. Краткий обзор дифракции на кристаллах	48
Д.1 Симметричное брэгговское отражение от идеально кристалла	48
Д.2 Поглощательные способности кристаллов	49
Приложение Е. Дополнительные графики	51
Приложение Ж. Примеры программного кода	54
Ж.1 Подраздел приложения	54

Введение

Данная работа посвящена разработке рентгенооптических трактов синхротронного источника СКИФ — «Сибирский кольцевой источник фотонов». За последние три десятилетия мир увидел активное развитие специализированных источников синхротронного излучения и соответствующих методов исследования вещества с использованием синхротронного излучения в рентгеновском диапазоне. Главные параметры излучения, который достигаются на данных установках является высокий поток фотонов, направленность излучения в малый телесный угол, когерентность. Эти параметры крайне необходимы для проведения качественных экспериментов с революционными результатами в области химии, биологии, материаловедении, медицины и многих других отраслях науки и техники.

Высокая востребованность данной работы заключается в том, что в отечественной науке наблюдается стагнация в области развития специализированных источников рентгеновского излучения. Проектируемый в Новосибирске синхротронный источник является первым на территории России специализированным источником с проектными параметрами не уступающими мировым установкам, а по некоторым данным с запасом превосходящих их, такие, например, как: MAX-IV, NSLS-II, PETRA-III, Diamond и д.р.

Цель данной работы — разработка проекта станций первой очереди, вставными устройствами на которых являются сверхпроводящие ондуляторы. Это станции: 1-1 — «Микрофокус», 1-2 — «Структурная диагностика», 1-4 — «XAFS-спектроскопия и магнитный дихроизм».

В цели проектирования входит ряд **задач**:

- Расчёт ондуляторного излучения с помощью численного моделирования, получение спектров и сечений пучка из указанных устройств, максимально объективно описывающих реальное излучение.

- Разработка оптических трактов: расчёт тепловых нагрузок, расчёт спектров и сечений пучка после прохождения оптических элементов.
- Разработка программного кода для реализации выше приведённых задач и удобному воспроизведению результатов расчётов любым участником проекта.

Глава 1. Ондюляторное излучение

В этой части мы дадим вывод излучения релятивистского электрона в $r\omega$ -пространстве, движущегося в синусоидальном магнитном поле. Вывод замечателен тем, что даёт результаты из первых принципов — уравнений Максвелла, а точность используемых приближений можно наглядно проследить по ходу изложения. В выкладках мы следовали подходу разработанному в серии работ [1], [2], [3], [4]. В заключении главы, будет дан обзор на подход, который используется в симуляционном коде SRW [5], а также даны краткие описания других симуляционных кодов, которые активно используются в научном сообществе для расчёта синхротронного излучения.

1.1 Излучение релятивистского электрона в синусоидальном магнитном поле

1.1.1 Уравнение движения электрона в ондуляторе

Выведем спектр излучения ондулятора. Вывод начнём с уравнения движение релятивистского электрона в магнитном поле.

$$\vec{F} = e[\vec{v} \times \vec{B}], \quad (1.1)$$

где e — заряд электрона, а \vec{v} и \vec{B} — скорость частицы и магнитное поле, соответственно. Уравнение можно переписать в виде:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{e}{\gamma m_e}[\vec{v} \times \vec{B}], \quad (1.2)$$

где γ — лоренц фактор, появившийся из релятивистского импульса. Отложим ось z вдоль направления релятивистского движения электрона и будем считать, магнитное поле в ондуляторе $B_0 \cos(k_w z)$ направлено

вдоль оси y , где k_w связана с периодом ондулятора следующим образом $k_w = 2\pi/\lambda_w$. После этого уравнение 1.2 можно переписать в виде:

$$\begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{eB_0}{\gamma m_e} \frac{dz}{dt} \cos(k_w z) \\ \frac{d^2z}{dt^2} = \frac{eB_0}{\gamma m_e} \frac{dx}{dt} \cos(k_w z) \end{cases} \quad (1.3)$$

далее, один раз интегрируя первое уравнение системы с заменой $dz = \beta c dt$, где $\beta = \|\vec{v}\|/c$, можно получить:

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{eB_0}{\gamma m_e k_w} \sin(k_w z) \quad (1.4)$$

Введём коэффициент ондуляторности — $K = \frac{eB_0 \lambda_u}{2\pi m_e c}$, который показывает угол отклонения траектории электрона от оси z .

Подставляя получившийся результат 1.4 во второе уравнение системы 1.3 и интегрируя с пределами от 0 до некоторого z_0 , получим систему:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -\frac{Kc}{\gamma} \sin(k_w z) \\ \frac{dz}{dt} = \beta c - \frac{K^2 c}{2\gamma^2 \beta} \sin^2(k_w z) \end{cases} \quad (1.5)$$

Чтобы получить уравнение на траекторию частицы, ещё раз проинтегрируем оба уравнения и получим:

$$\begin{cases} x = \frac{Kc}{\gamma k_w \beta} \cos(k_w \bar{\beta} ct) \\ z = \bar{\beta} ct + \frac{K^2}{8\beta^2 \gamma^2 k_w} \sin(2k_w \bar{\beta} ct) \end{cases} \quad (1.6)$$

Здесь мы ввели обозначение $\bar{\beta}$, которое определяется как $\bar{\beta}c = \beta c \left(1 - \frac{K^2}{4\beta^2 \gamma^2}\right)$. Полученные решения мы будем использовать при интегрировании уравнений Максвелла.

1.1.2 Решение уравнений Максвелла в прааксиальном приближении

Вывод спектра излучения будем проводить в $r\omega$ -пространстве. Начнём с уравнений Максвелла в вакууме:

$$\begin{cases} \nabla \cdot \vec{E} = 4\pi\rho \\ \nabla \cdot \vec{B} = 0 \\ [\nabla \times \vec{E}] = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ [\nabla \times \vec{B}] = \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{cases} \quad (1.7)$$

Из уравнений тривиально можно получить неоднородное волновое уравнение:

$$c^2 \nabla^2 \vec{E} - \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 4\pi c^2 \nabla \rho + 4\pi \frac{\partial \vec{j}}{\partial t} \quad (1.8)$$

Это же уравнение перепишем в $r\omega$ -пространстве, определив преобразование Фурье следующим образом:

$$\vec{\tilde{E}}(r, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} dt \vec{E}(r, t) \exp[i\omega t] \quad (1.9)$$

$$\vec{E}(r, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \vec{\tilde{E}}(r, t) \exp[-i\omega t]$$

Применив к уравнению 1.8, получим:

$$\omega^2 \vec{\tilde{E}} + c^2 \nabla^2 \vec{\tilde{E}} = 4\pi c^2 \nabla \tilde{\rho} - 4i\pi\omega \vec{\tilde{j}} \quad (1.10)$$

Перепишем это уравнение в приближении медленно меняющейся амплитуды в сравнение с частотой осцилляций, что есть $\vec{\tilde{E}} = \vec{E} \exp[i\omega z/c]$, в приближении $\frac{\partial |\vec{E}|}{\partial z} \ll \frac{\omega}{c} |\vec{E}|$. Где временная зависимость разложена до

нулевого порядка малости, исходя из уравнения 1.6 получим:

$$c^2 \left(\nabla^2 \vec{\tilde{E}} + \frac{2i\omega}{c} \frac{\partial \vec{\tilde{E}}}{\partial z} \right) \exp[i\omega z/c] = 4\pi c^2 \nabla \tilde{\rho} - 4i\pi\omega \vec{\tilde{j}} \quad (1.11)$$

Для электрона движущегося в вакууме ток и плотность заряда выражается через дельта-функцию Дирака:

$$\begin{aligned} \rho(r, t) &= -e\delta(\vec{r} - \vec{r}'(t)) = -\frac{e}{v_z(z)}\delta(\vec{r}_\perp - \vec{r}'_\perp(z))\delta\left(\frac{s(z)}{v} - t\right) \\ \vec{j}(r, t) &= \vec{v}\rho(r, t) \end{aligned} \quad (1.12)$$

В $r\omega$ -пространстве:

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}(r, \omega) &= -\frac{e}{v_z(z)}\delta(\vec{r}_\perp - \vec{r}'_\perp(z)) \exp\left[\frac{i\omega s(z)}{v}\right] \\ \vec{\tilde{j}}(r, \omega) &= \vec{v}\tilde{\rho}(r, \omega) \end{aligned} \quad (1.13)$$

Подставим фурье-образы плотности тока и заряда в уравнение 1.11:

$$\nabla^2 \vec{\tilde{E}} + \frac{2i\omega}{c} \frac{\partial \vec{\tilde{E}}}{\partial z} = \frac{4\pi e}{v_z(z)} \exp\left[i\omega \left(\frac{s(z)}{v} - \frac{z}{c}\right)\right] \left(\frac{i\omega}{c^2} \vec{v}(z) - \nabla \right) \delta(\vec{r}_\perp - \vec{r}'_\perp(z)) \quad (1.14)$$

Получившиеся уравнение является точным. Теперь мы можешь применить параксиальное приближение.

$$\nabla_\perp^2 \vec{\tilde{E}}_\perp + \frac{2i\omega}{c} \frac{\partial \vec{\tilde{E}}_\perp}{\partial z} = \frac{4\pi e}{v_z(z)} \exp\left[i\omega \left(\frac{s(z)}{v} - \frac{z}{c}\right)\right] \left(\frac{i\omega}{c^2} \vec{v}_\perp(z) - \nabla_\perp \right) \delta(\vec{r}_\perp - \vec{r}'_\perp(z)) \quad (1.15)$$

Перед нами неоднородное дифференциальное уравнение в частных производных, которое мы решим с помощью функции Грина. Для дифференциального оператора $\partial_t - k\nabla_{2D}^2$ функция Грина есть:

$\frac{1}{4\pi kt} \exp[-\rho^2/4kt]$. В частности для уравнения 1.15

$$G(z_0 - z'; \vec{r}_{\perp 0} - \vec{r}'_{\perp}) = -\frac{1}{4\pi(z_0 - z')} \exp\left[i\omega \frac{|\vec{r}_{\perp 0} - \vec{r}'_{\perp}|^2}{2c(z_0 - z')}\right] \quad (1.16)$$

Получим решение для функции распределения поля:

$$\begin{aligned} \vec{E}_{\perp}(z_0, \vec{r}_{\perp 0}, \omega) = & -\frac{e}{c} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dz' d\vec{r}' \frac{1}{z_0 - z'} \left(\frac{i\omega}{c^2} \vec{v}_{\perp}(z') - \nabla'_{\perp} \right) \delta(\vec{r}'_{\perp} - \vec{r}'_{\perp}(z')) \times \\ & \exp\left[i\omega \left(\frac{|\vec{r}_{\perp 0} - \vec{r}'_{\perp}|^2}{2c(z_0 - z')} + \frac{s(z')}{v} - \frac{z'}{c} \right) \right] \end{aligned} \quad (1.17)$$

Проинтегрировав по $d\vec{r}'$ получим общее решение уравнения 1.14 :

$$\begin{aligned} \vec{E}_{\perp}(z_0, \vec{r}_{\perp 0}, \omega) = & -\frac{i\omega e}{c^2} \int_{-\infty}^{\infty} dz' \frac{1}{z_0 - z'} \left(\frac{\vec{v}_{\perp}(z')}{c} - \frac{\vec{r}_{\perp 0} - \vec{r}'_{\perp}(z')}{(z_0 - z')} \right) \times \\ & \exp\left[i\omega \left(\frac{|\vec{r}_{\perp 0} - \vec{r}'_{\perp}(z')|^2}{2c(z_0 - z')} + \frac{s(z')}{v} - \frac{z'}{c} \right) \right]. \end{aligned} \quad (1.18)$$

Итого, мы получили распределение электромагнитного поля в точке наблюдения \vec{r}_0 , которое получит явный вид после интегрирования по траектории $\vec{r}'_{\perp}(z')$.

1.1.3 Излучение планарного ондулятора

В этой секции мы рассмотрим излучение планарного ондулятора, используя результаты 1.18 и 1.6. Сперва проанализируем получившиеся распределение поля 1.19: в случае ондулятора, член $(z_0 - z')^{-1}$ можно разложить около z' , что всегда верно для дальней зоны, так как размер ондулятора много меньше расстояния, с которого наблюдается излучения: $\lambda_w N \ll z_0$, где N число периодов ондулятора.

Воспользовавшись решениями 1.5 и 1.6 и помня $\vec{r}_{\perp 0}/z_0 = \vec{\theta}$, преобразуем уравнение 1.18 к виду:

$$\vec{\tilde{E}}_{\perp}(z_0, \vec{r}_{\perp 0}, \omega) = \frac{i\omega e}{c^2 z_0} \exp\left[i\frac{\omega\theta^2 z_0}{2c}\right] \int_{-\lambda_w N/2}^{\lambda_w N/2} dz' \exp[i\Phi_T] \left(\frac{K}{\gamma} \sin(k_w z') \vec{e}_x + \vec{\theta}\right) \quad (1.19)$$

Здесь мы отбросили члены первого и больших порядков малости по $1/z_0$.

За Φ_T мы обозначили следующее выражение:

$$\Phi_T = \left(\frac{\omega}{2c\tilde{\gamma}^2} + \frac{\omega\vec{\theta}^2}{2c}\right) z' - \frac{K^2}{8\gamma^2 k_w c} \omega \sin(2k_w z') - \frac{K\theta_x}{\gamma} \frac{\omega}{k_w c} \cos(k_w z'), \quad (1.20)$$

$$\text{а } \tilde{\gamma} = \frac{\gamma}{\sqrt{1 + K^2/2}}.$$

Пределы интегрирования ограничили длиной ондулятора от $-\lambda_w N/2$ до $\lambda_w N/2$, считая вклад в излучение ондулятора доминирующим над вкладами от остальных участков траектории. На этом шаге уже можно заметить, что излучение на оси будет линейно поляризовано. По ходу выкладок можно проследить, что это есть вклад токового члена из уравнения 1.10, вклад же плотности заряда или, как мы его назовём, градиентный член, даёт вариацию поляризации при наблюдении под некоторым углом θ к оси. Перепишем 1.19 в следующем виде:

$$\begin{aligned} \vec{\tilde{E}}_{\perp}(z_0, \vec{r}_{\perp 0}, \omega) = & \frac{i\omega e}{c^2 z_0} \exp\left[i\frac{\omega\theta^2 z_0}{2c}\right] \sum_{m,n=-\infty}^{+\infty} J_m\left(-\frac{K^2}{8\gamma^2 k_w c} \omega\right) J_n\left(-\frac{K\theta_x}{\gamma} \frac{\omega}{k_w c}\right) \times \\ & \exp\left[\frac{i\pi n}{2}\right] \int_{-\lambda_w N/2}^{\lambda_w N/2} dz' \exp[i(2m+n)k_w z'] \left(\frac{K}{2i\gamma} (\exp[2ik_w z'] - 1) \vec{e}_x + \vec{\theta} \exp[ik_w z']\right) \times \\ & \exp\left[i\left(k_w \frac{\Delta\omega}{\omega_r} + \frac{\omega\vec{\theta}^2}{2c}\right) z'\right], \end{aligned} \quad (1.21)$$

Где мы ввели $\omega = \omega_r + \Delta\omega$, $\omega_r = 2c\tilde{\gamma}^2 k_w$ и использовали формулу Якоби — Ангера:

$$\begin{aligned}\exp[iz \cos(\theta)] &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(z) \exp[in\theta] \\ \exp[iz \sin(\theta)] &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(z) \exp[in\theta]\end{aligned}\tag{1.22}$$

До сих пор мы пользовались только одним приближением при решении уравнения Максвелла — параксиальным приближением, теперь можем воспользоваться следующим параметром — количеством периодов ондулятора N . Для этого обратим внимание на первое слагаемое в фазовом множителе под интегралом и заметим, что если $k_w \frac{\Delta\omega}{\omega_r} + \frac{\omega \vec{\theta}^2}{2c} \ll k_w$, то фаза меняется медленно на одном периоде и не занулит интеграл. Отметим, что для резонанса оба слагаемых должны быть много меньше единицы, т.е. $\frac{\Delta\omega}{\omega_r} \ll 1$ и $\frac{\omega \vec{\theta}^2}{2c} \ll 1$, последнее соотношение даёт углы наблюдения вблизи резонанса: $\theta \ll \frac{1}{\tilde{\gamma}}$. Теперь необходимо обратить внимание на аргументы функций Бесселя, а именно:

$$\begin{aligned}u &= -\frac{K^2 \omega}{8\gamma^2 k_w c} \\ v &= -\frac{K\theta_x \omega}{\gamma k_w c} = -\frac{K\theta_x}{\gamma} \left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_r}\right) 2\tilde{\gamma}^2 \lesssim \frac{2K\theta_x \tilde{\gamma}}{\sqrt{1 + K^2/2}} \lesssim \theta_x \tilde{\gamma} \ll 1\end{aligned}\tag{1.23}$$

Зная, что $J_\alpha(x) \sim \sum_{n=0}^{\infty} x^{2n+\alpha}$, видим, что вклад нулевого порядка по $\theta_x \tilde{\gamma}$, т.е. $J_\alpha(x) \sim 1$, даёт только функция Бесселя с индексом $n = 0$. Здесь мы пока не учитываем градиентный член пропорциональный $\vec{\theta}$, таким образом из оставшихся фазовых множителей можно выписать условия на индекс m . Они определяются нулями в аргументах соответствующих фаз или $m = -1$ и $m = 0$, оба оставшихся члена пропорциональны $\frac{K}{\gamma}$.

Теперь вернёмся к градиентному члену, вклад от которого занулиться при усреднении по длине ондулятора при $n = 0$, этот вклад даст ненулевой вклад при $n = 1 - 2m$, таким образом в ход пойдут следующие

члены разложения $J_m(v)$. Однако, помня интересующий нас диапазон углов, члены разложения будут порядка $\theta_x v^m$, очевидно, что их вклады пренебрежимо малы, и вклад токового члена \vec{e}_x будет доминирующим. Учитывая вышесказанные приближения, перепишем 1.21

$$\begin{aligned} \vec{\tilde{E}}_{\perp}(z_0, \vec{r}_{\perp 0}, \omega) = \frac{\omega e}{2c^2 z_0} \frac{K}{\gamma} \exp \left[i \frac{\omega \theta^2 z_0}{2c} \right] \left(J_1(v) - J_0(v) \right) \vec{e}_x \times \\ \int_{-\lambda_w N/2}^{\lambda_w N/2} dz' \exp \left[i \left(k_w \frac{\Delta \omega}{\omega_r} + \frac{\omega \theta^2}{2c} \right) z' \right], \end{aligned} \quad (1.24)$$

Интеграл легко берётся:

$$\vec{\tilde{E}}_{\perp}(z_0, \vec{r}_{\perp 0}, \omega) = \frac{\omega e L K}{c^2 z_0 \gamma} A_{JJ} \exp \left[i \frac{\omega \theta^2 z_0}{2c} \right] \text{sinc} \left[\left(k_w \frac{\Delta \omega}{\omega_r} + \frac{\omega \theta^2}{2c} \right) L/2 \right] \vec{e}_x, \quad (1.25)$$

где введено обозначение: $A_{JJ} = J_1(v) - J_0(v)$. В итоге мы получили распределение поля в $r\omega$ -пространстве.

В следующем параграфе мы займёмся выводом влияния конечности эмиттанта на распределение излучения, чтобы облегчить выкладки мы введём нормализованные единицы.

$$\begin{aligned} \hat{E}_{\perp} &= \frac{c^2 z_0 \gamma \vec{\tilde{E}}_{\perp}}{e \omega K L A_{JJ}} \\ \hat{\theta} &= \theta \sqrt{\frac{\omega L}{c}} \\ \hat{z} &= \frac{z}{L}, \end{aligned} \quad (1.26)$$

а также,

$$\hat{C} = CL = 2\pi N \frac{\Delta \omega}{\omega_r} \quad (1.27)$$

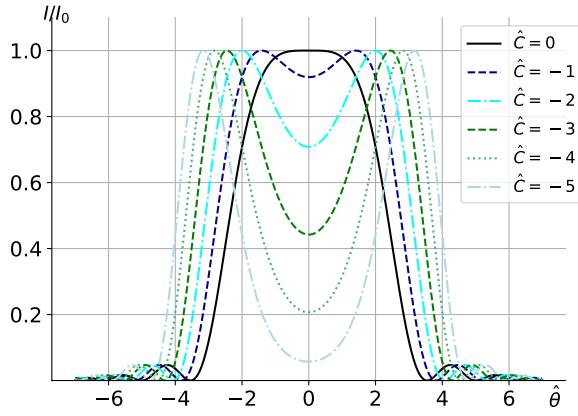


Рисунок 1.1 — Угловое
распределение поля при
отрицательной сдвигке частоты

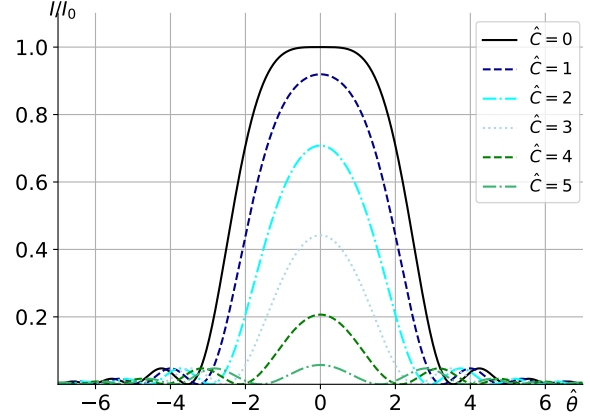


Рисунок 1.2 — Угловое
распределение поля при
положительной сдвигке частоты

Теперь уравнения 1.25 и 1.28 могут быть переписаны в нормализованных единицах.

$$\hat{E}_{\perp} = e^{i\Phi} \int_{-1/2}^{1/2} dz' \exp \left[i \left(\hat{C} + \frac{\hat{\theta}^2}{2} \right) z' \right], \quad (1.28)$$

$$\hat{E}_{\perp} = e^{i\Phi} \text{sinc} \left(\frac{\hat{C}}{2} + \frac{\hat{\theta}^2}{4} \right), \quad (1.29)$$

На рис. 1.1 и рис. 1.2 изображены угловые распределения излучения. Их структуру можно понять из рисунка 1.3. Конструктивная интерференция наблюдается на оси, где есть максимум интерференционной картины на резонансной частоте. Если произвести отрицательную сдвигку по частоте, то выполнение условия конструктивной интерференции: $n\lambda_{ph} = s_{ph} - \lambda_u \cos \theta$ будет наблюдаться при ненулевых углах наблюдения, и обратно, при положительной сдвигке частоты, интенсивность быстро падает, условие резонанса не может выполняться при меньших длинах волн на ненулевых углах, потому что в набег фазы на каждом периоде ондулятора, не укладывается целое число длин волн соответствующей гармоники излучения. Говорят, что электрон на каждом периоде ондулятора интерферирует сам с собой. Естественно, говорят о интерференции излучения, которое на оси обгоняет электрон на одну длину волны (или большее число волн, т.е. 1, 2, 3 и т.д.). На следующем периоде ондулятора, электрон снова излучает в фазе с излучённой на прошлом

периоде волной. Важной характеристикой в приложениях является проинтегрированный по углам $\hat{\theta}$ спектр излучения, см. рис. 1.4. В некотором смысле, у спектра появляется широкий хвост. Форма спектра и единицы измерения для некоторой конкретной задачи должны обсуждаться отдельно.

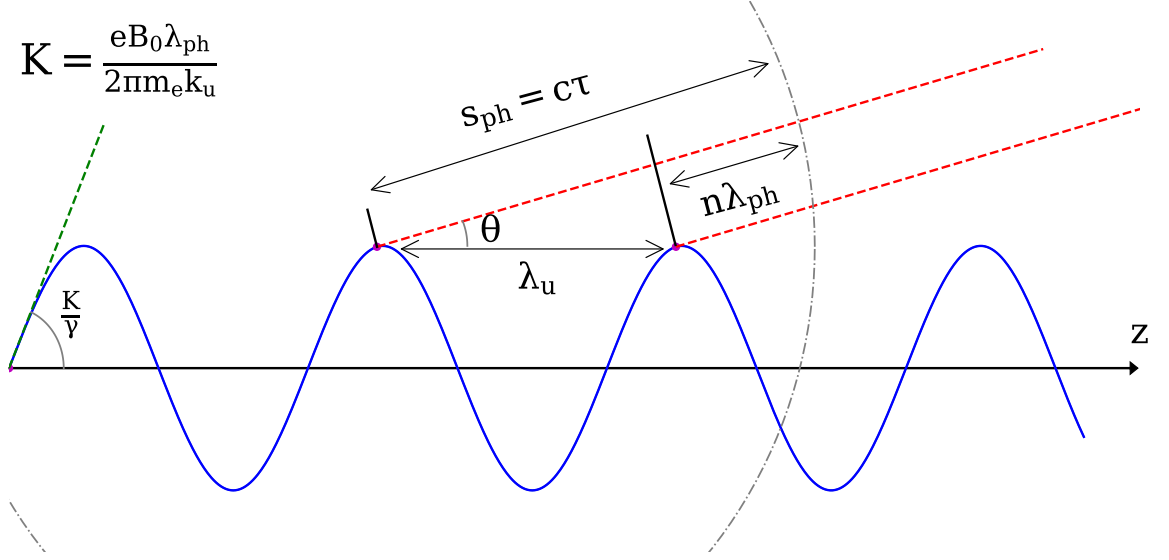


Рисунок 1.3 — Ондулятор как интерференционное устройство

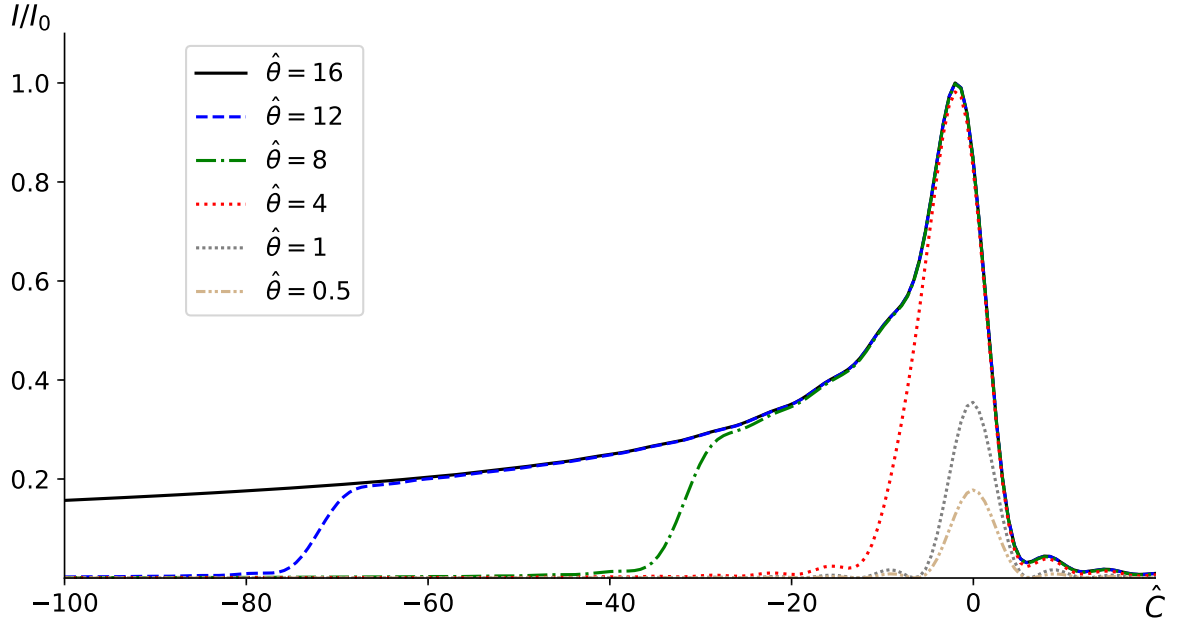


Рисунок 1.4 — Проинтегрированный по углам спектр излучения. За $\hat{\theta}$ в легенде обозначены пределы интегрирования по углам

1.2 Излучение высших гармоник

1.2.1 Амплитудный спектр высших гармоник ондуляторного излучения в зависимости от параметра ондуляторности

В этом разделе мы дадим описание свойств излучения высших гармоник. Начнём с объяснения амплитудного спектра ондуляторного излучения. Понимание данного вопроса необходимо в виду того, что выбор конкретных параметров ондулятора, обычно говорят о параметре ондуляторности K , чрезвычайно важен для приложений. Выбор этого параметра напрямую влияет на состав спектра излучения и его амплитудное распределение. Следуя выкладками 1.25, где было введено обозначение A_{JJ} , и общей формуле для произвольной гармоники из [6] можно написать:

$$A_{JJ}(K) = \frac{n^2 K^2}{(1 + K^2/2)^2} \left[J_{\frac{1}{2}(k-1)} \left(\frac{nK^2}{4 + 2K^2} \right) - J_{\frac{1}{2}(k+1)} \left(\frac{nK^2}{4 + 2K^2} \right) \right]^2, \quad (1.30)$$

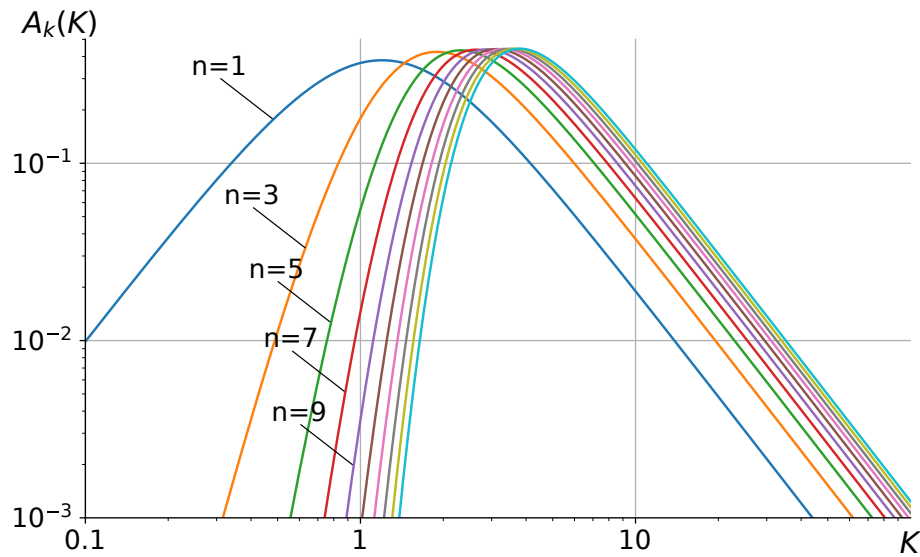


Рисунок 1.5 — Амплитудный спектр гармоник в зависимости от параметра ондуляторности K

Графическое представление этой формулы в зависимости от параметра K показано на рис. 1.5. Спектр наглядно показывает зависимость амплитуд гармоник от параметра ондуляторности. На ондуляторах, где планируется работать на низших гармониках, преимущественно выбираются малые $K < 2$, если же стоят задачи, где используются более высокие гармоники, то параметр K выбирают в районе $2 - 2,5$.

На рис. 1.6 и рис. 1.7 представлены примеры спектров ондуляторного излучения электронного пучка с бесконечно малым эмиттансом. Рисунки наглядно поясняют соображения изложенные выше по амплитудному составу ондуляторного спектра. Уже при $K = 2,5$ максимум амплитуды приходится на 7-ую гармонику.

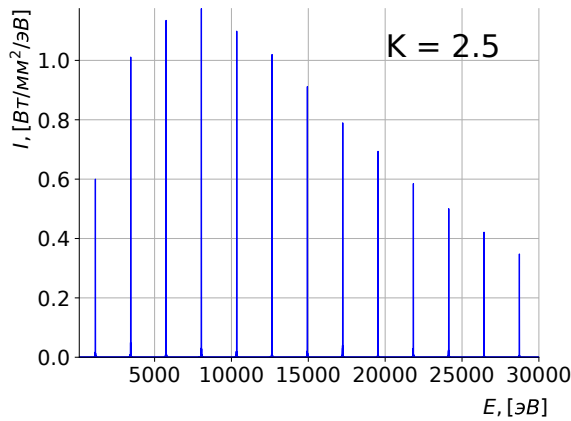


Рисунок 1.6 — Спектр ондулятора с ондуляторностью $K = 2,5$

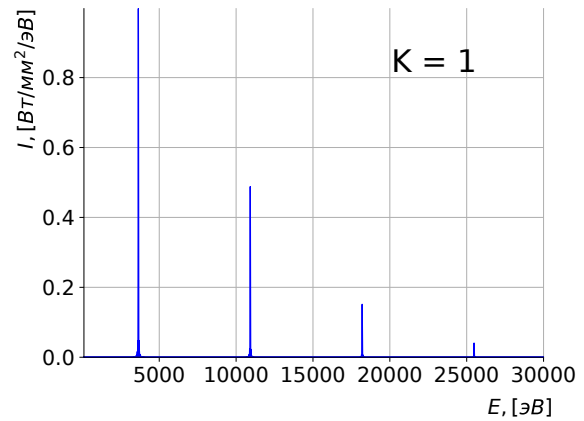


Рисунок 1.7 — Спектр ондулятора с ондуляторностью $K = 1$

1.3 Заключение

Глава 2. Проектирование рентгенооптических трактов для Сибирского Кольцевого Источника Фонов

2.1 Введение

В данной главе мы рассмотрим схемы рентгенооптических трактов (станций) первой очереди Центра Коллективного Пользования СКИФ: от источников высокого энергетических фотонов — вставных устройств до деталей оптических компотен на билайне, — фильтров, монохроматоров, рентгеновских зеркал и линз. В этой главе, будут обсуждаться станции: 1-1 — «Микрофокус», 1-2 — «Структурная диагностика», 1-4 — «XAFS-спектроскопия и магнитный дихроизм».

$\sigma_x, [m]$	$\sigma_{x'}, [rad]$	$\sigma_y, [m]$	$\sigma_{y'}, [rad]$
33.0×10^{-6}	2.65×10^{-6}	8.6×10^{-7}	5.0×10^{-7}
$\Delta E/E$	$\beta_x, [m]$	$\beta_y, [m]$	$I, [mA]$
8.6×10^{-4}	12.49	1.99	400

Таблица 2.1

Параметры накопительного кольца и электронного пучка в ондуляторном
пустом промежутке

На всех указанных станциях будут использоваться сверхпроводящие ондуляторы разработки и производства ИЯФ СО РАН, см., например, [13] и [14]. Всё ондуляторы будут вводиться в пустой промежуток с геометрическими и угловыми размерами электронного пучка и бета функциями указанными в таблице 2.1.

2.2 Станция 1-1 — «Микрофокус»

2.2.1 Вставное устройство

Станция имеет вставное устройство с параметрами указанными в таб. 2.2. Выбора такого типа ондулятора объясняется тем, что на станции предполагается работать на довольно высоких гармониках, поэтому, согласно амплитудному спектру на рис 1.30, необходимо как можно далее сдвинуть максимум спектрального потока в сторону более высоких гармоник. На рис. 2.1 представлен спектр используемого ондулятора через

$B(K), [T]$	$L, [m]$	$d, [mm]$	фаз.ошиб.	Рабочие Гармоники 1-1
1.36(2.29)	2.3	18	$\leq 3^\circ$	11, 13, 17, 23

Таблица 2.2

Параметры ондулятора для станции 1-1

конечную апертуру, видно, что рабочие гармоники подавлены на порядок по сравнению с фундаментальной гармоникой.

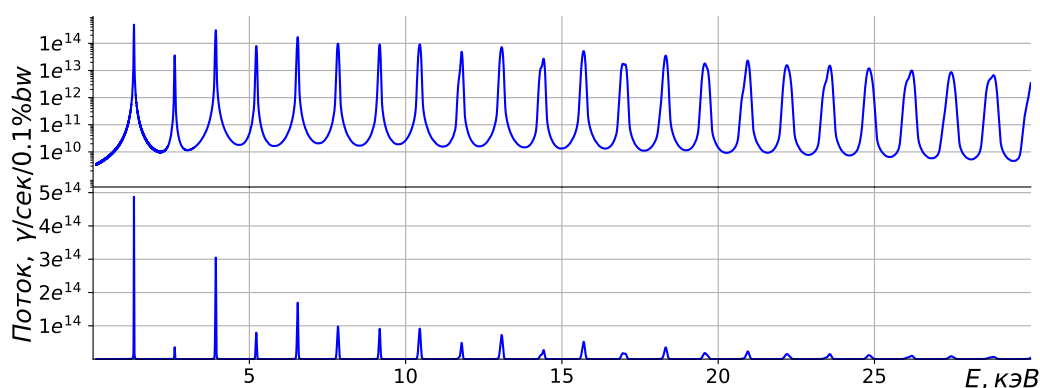


Рисунок 2.1 — Спектр с ондулятора с $K = 2,29$ через апертуру 0,4 мм в логарифмическом масштабе (сверху) и в линейном (снизу) посчитанный в SPECTRA

2.2.2 Оптика станции 1-1

Первостепенной задачей по расчёту оптики на рассматриваемой станции являлась оценка тепловых нагрузок на первые оптические элементы. На рис. 2.2 представлена оптическая схема станции в первом приближении без фокусирующих линз. После прохождения пучком апертуры, которая является угловым фильтром, излучение проходит алмазное окно, толщина которого 100 мкм из расчёта $\approx 3\%$ поглощения на первой рабочей гармонике. Алмазные кристаллы являются хорошими фильтрами низких энергий. Основная тепловая нагрузка с первых гармоник снимается входным алмазным окном. Более детальное описание поглощательных свойств алмазных кристаллов можно найти в приложении к данной работе Д.1. После алмазного окна излучение разделяется алмаз-

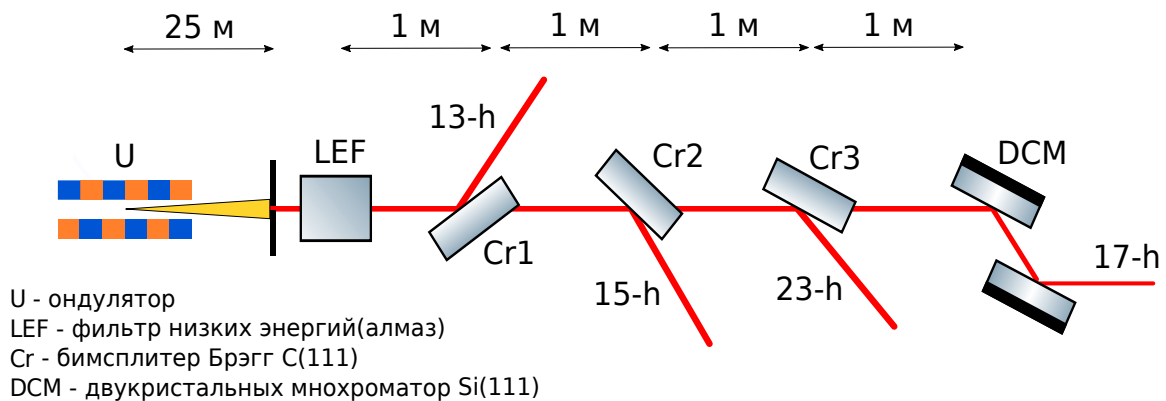


Рисунок 2.2 — Оптическая схема станции 1-1

ными $C(111)$ монохроматорами на рабочие подстанции, прямой пучок падает на кремниевый $Si(111)$ двукристалльный монохроматор. Поглощённые удельные мощности на каждом из представленных оптических элементах можно найти на рис. 2.3. Полезно сравнить расчёты связанные с полной падающей мощностью на первый оптический элемент с одним из результатов встроенной функции в SRW по расчёту полной мощности, результаты этих расчётов приведены на рис. Е.1. Необходимо отметить, что эти расчёты 2.3 и рис. Е.1 независимы и совпадают, а незначительное отличие заключается лишь в том, что интегрирование на рис. 2.3 велось не по полному спектру, а лишь до энергии 60 кэВ, что не может привести к ошибкам в расчётах, так как были не учтены фотоны с энергиями больше

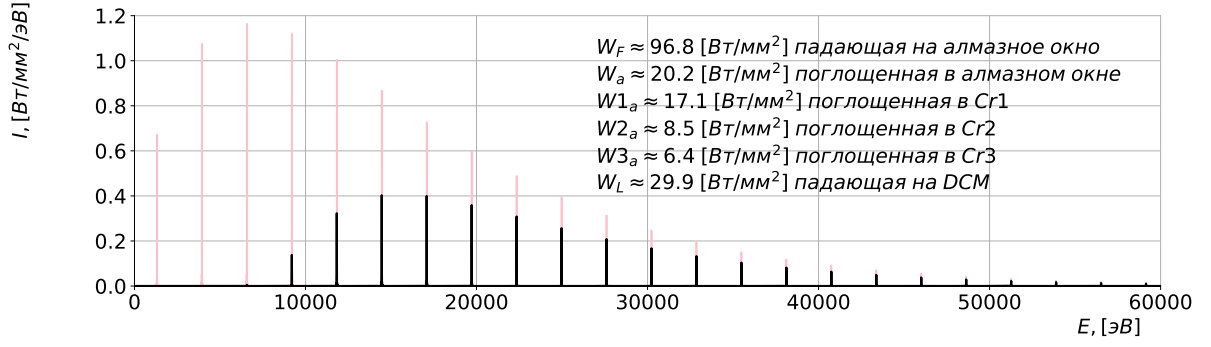


Рисунок 2.3 — Спектр электронного пучка с нулевым эмиттансом падающий на алмазное окно — розовый цвет, излучение падающее на двукристалльный монохроматор — чёрный цвет

60 кэВ, однако они являются прозрачными для большинства оптических элементов и не вносят значительного вклада в тепловые нагрузки.

Итого, результаты расчётов:

n_{harm}	$\sigma_x, [mm]$	$\sigma_y, [mm]$	$\sigma_x, [\mu rad]$	$\sigma_y, [\mu rad]$
11	0.106	0.095	4.255	3.792
13	0.101	0.093	4.037	3.727
17	0.097	0.097	3.892	3.888
23	0.105	0.116	4.215	4.642

Таблица 2.3

Сечение пучка на входе в первую апертуру (25 м)

n_{harm}	$\theta_{cr}, grad$	$d_{eff}, \mu m$	S_{proj}, mm
11	−77.984	480	0.503
13	−79.854	568	0.579
23	−84.284	1004	0.976
17	−84.921	0	1.098

Таблица 2.4

Номер гармоники, ориентация кристалла, эффективная толщина алмазного монохроматора, проекция пучка(горизонтальная)

n_{harm}	$\sigma_x, [mm]$	$\sigma_y, [mm]$	$\sigma_x, [\mu rad]$	$\sigma_y, [\mu rad]$
11	0.106	0.095	4.255	3.792
13	0.101	0.093	4.037	3.727
17	0.097	0.097	3.892	3.888
23	0.105	0.116	4.215	4.642

Таблица 2.5

Сечение пучка после монохроматоров

n_{harm}	E, eV	$\lambda, [nm]$	ph/s	$ph/s/0.1\%$	$\Delta E/E$
11	14461	0.0857	1.61e+08	1.79e+08	6.22e-05
13	17091	0.0725	8.82e+07	8.38e+07	6.16e-05
17	22350	0.0555	3.29e+07	2.42e+07	6.07e-05
23	30238	0.0410	9.07e+06	4.61e+06	6.51e-05

Таблица 2.6

Потоки фотонов после соответствующих монохроматоров

2.3 Станция 1-2 — «Структурная диагностика»

2.3.1 Вставное устройство

На станции 1-2 используется сверхпроводящий ондулятор с параметром ондуляторности $K = 1.54$. На станции, в отличие от 1-1, предполагается работать на более низких гармониках, этим объясняется выбор указанного параметра K , амплитудный спектр смещён в сторону фундаментальной гармоники. В таблице 2.7 приведены основные характеристики используемого ондулятора, а на рис. 2.4 показан спектр этого ондулятора через конечную апертуру.

$B(K), [T]$	$L, [m]$	$d, [mm]$	фаз.ошиб.	Рабочие Гармоники 1-2
1.06(1.54)	2	15.6	$\leq 3^\circ$	5, 7, 9, 13

Таблица 2.7

Параметры ондулятора для станции 1-2

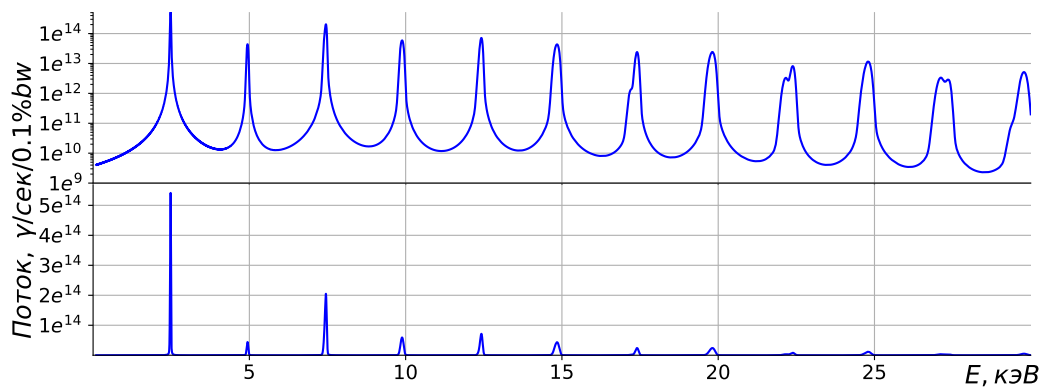


Рисунок 2.4 — Спектр с ондулятора с $K = 1,54$ через апертуру 0,4 мм в логарифмическом масштабе (сверху) и в линейном (снизу) посчитанный в SPECTRA

2.3.2 Оптика станции 1-2

Оптическая схема станции, в смысле алгоритма расчётов, аналогична станции 1-1, с одним лишь отличием в том, что используется другой тип ондулятора и более низкие рабочие гармоники. На рис. 2.5 приведена схема станции, совпадающая по структуре со той же схемой для 1-1. На рис. 2.6 приведены удельные тепловые нагрузки на элементы стан-

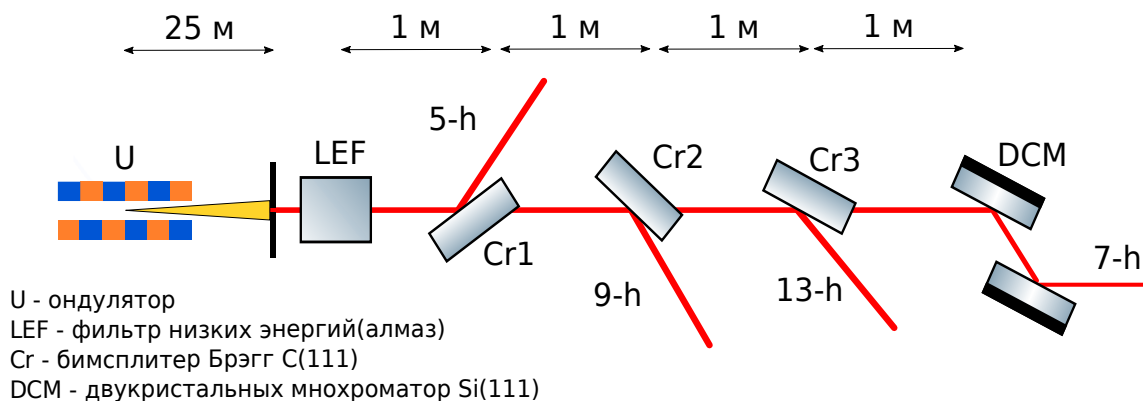


Рисунок 2.5 — Оптическая схема станции 1-2

ции. Такое же как и для 1-1 сравнение результатов расчёта полной падающей удельной мощности на первый оптический элемент можно найти на рис. Е.2 в приложении к работе.

Итого, результаты расчётов:

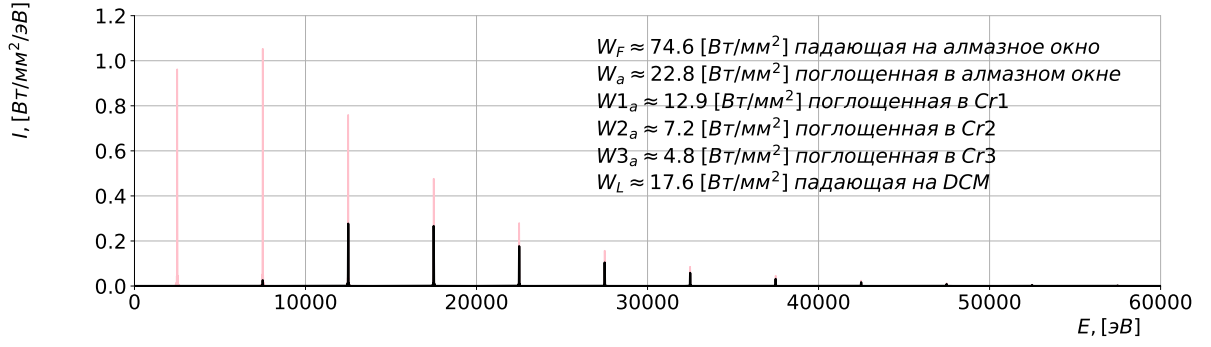


Рисунок 2.6 — Спектр электронного пучка с нулевым эмиттансом падающий на алмазное окно — розовый цвет, тот же излучение падающее на двукристалльный монохроматор — чёрный цвет

n_{harm}	$\sigma_x, [mm]$	$\sigma_y, [mm]$	$\sigma_x, [\mu rad]$	$\sigma_y, [\mu rad]$
5	0.124	0.109	4.947	4.376
7	0.110	0.093	4.410	3.727
9	0.101	0.083	4.056	3.319
13	0.092	0.072	3.697	2.870

Таблица 2.8

Сечение пучка на входе в первую апертуру (25 м)

n_{harm}	$\theta_{cr}, grad$	$d_{eff}, \mu m$	S_{proj}, mm
5	−76.063	415	0.500
7	−83.509	0	1.131
9	−82.309	747	0.779
13	−84.683	1079	1.080

Таблица 2.9

Номер гармоники, ориентация кристалла, эффективная толщина алмазного монохроматора, проекция пучка(горизонтальная)

n_{harm}	$\sigma_x, [mm]$	$\sigma_y, [mm]$	$\sigma_x, [\mu rad]$	$\sigma_y, [\mu rad]$
5	0.124	0.109	4.947	4.376
7	0.110	0.093	4.410	3.727
9	0.101	0.083	4.056	3.319
13	0.092	0.072	3.697	2.870

Таблица 2.10

Сечение пучка после монохроматоров

n_{harm}	E, eV	$\lambda, [nm]$	ph/s	$ph/s/0.1\%$	$\Delta E/E$
5	12499	0.0992	2.54e+08	3.29e+08	6.17e-05
7	17498	0.0709	1.79e+08	1.40e+08	7.28e-05
9	22498	0.0551	5.00e+07	5.30e+07	4.20e-05
13	32497	0.0382	4.30e+07	8.67e+06	1.53e-04

Таблица 2.11

Потоки фотонов после соответствующих монохроматоров

2.4 Станция 1-4 — «XAFS-спектроскопия и магнитный дихроизм»

2.4.1 Вставное устройство

На вставное устройство станции 1-4 накладываются довольно жёсткие условия, так как на этой станции планируется реализовать две техники XAFS спектроскопии — обычный EXAS и quick-EXAS. Последняя техника требует довольно широкого спектра до 1 – 1.2 кэВ, что не может быть реализованно с помощью обычного планарного ондулятора, ширина спектра которого, определяется количеством периодов и равна порядка: $\Delta\omega/\omega = 10^{-2}$. Для уширения спектра ондуляторного излучения используют так называемую технику тэперинга, изменение магнитного поля некоторым способом или длины периодов ондулятора вдоль траектории электронного пучка(ссылка).

На станции будет использоваться сверхпроводящий ондулятор с возможностью производить сканирование по спектру. Магнитное поле может меняться в широких пределах, посредством подстройки тока в обмотках сверхпроводящего устройства. Параметры такого ондулятор см. в таблице 2.12. Помимо этого, на ондулятор накладывается условие того, что рабочие гармоники должны перекрываться, чтобы предоставить пользователям вести непрерывное сканирование по энергии в диапазоне от 4 кэВ до 40 кэВ. На рис. 2.7 представлен спектр с указанными выше K ондулятора, показано эффективное перекрытие рабочих гармоник с большим запасом.

$B(K), [T]$	$L, [m]$	$d, [mm]$	фаз.ошиб.	Рабочие Гармоники
0.65 – 1.37(1.1 – 2.3)	2.3	18	$\leq 3^\circ$	3 – 13

Таблица 2.12

Параметры ондулятора для станции 1-4

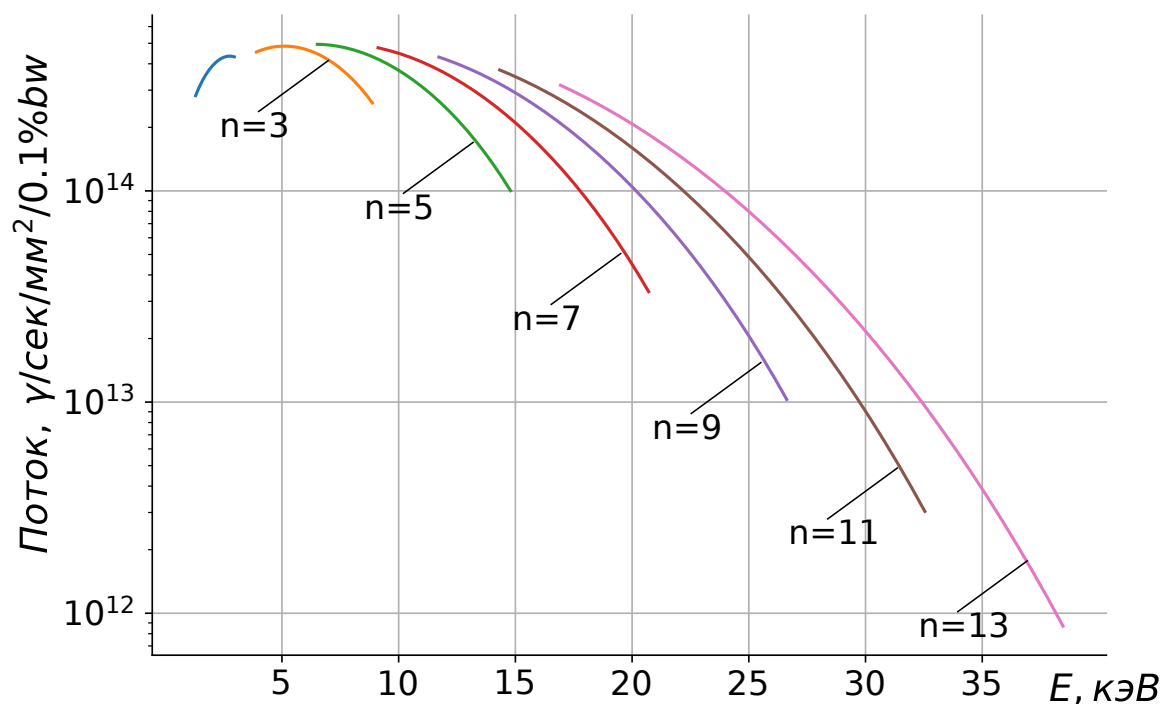


Рисунок 2.7 — Спектр ондулятора для 1-4 с параметром K меняющемся в диапазоне от 1.1 – 2.3

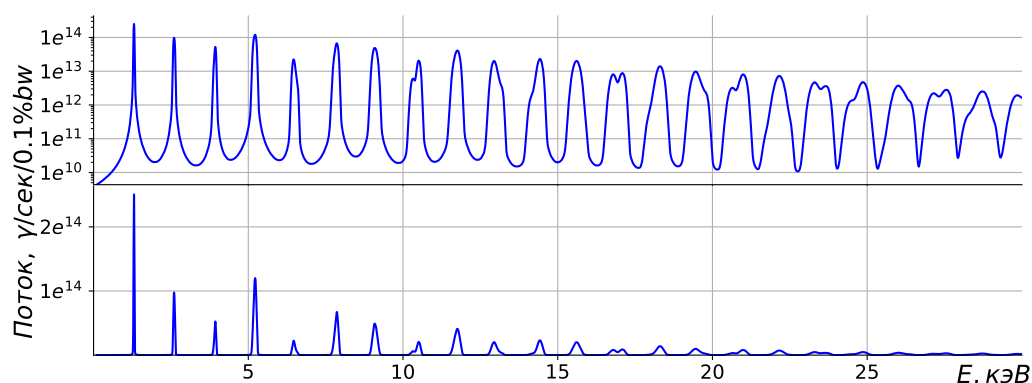


Рисунок 2.8 — Спектр с ондулятора с $K = 2.23$ через апертуру 1 мм в логарифмическом масштабе (сверху) и в линейном (снизу) посчитанный в SPECTRA

2.4.2 Излучение клинообразного ондулятора

В этой секции мы рассмотрим излучение планарного ондулятора специальной конструкции, который может доставить широкий спектр.

Идея состоит в том, что разбить ондулятор на несколько секций с различным магнитным полем в каждой из них 2.9. Такая расстановка, в первом

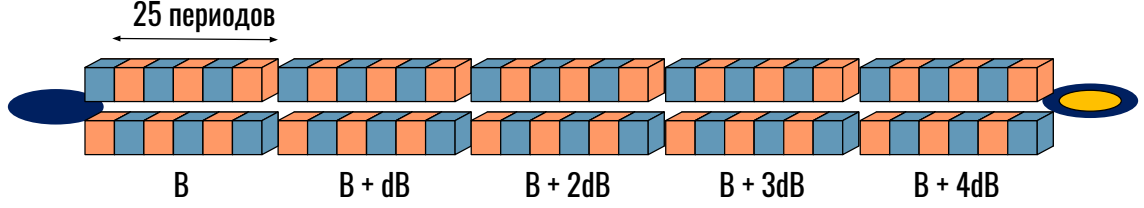


Рисунок 2.9 — Ондулятор состоящий из малых ондуляторных секций.

приближении, предполагалось должна дать набор резонансов, которые сольются в один сплошной спектр. Однако, более детальное рассмотрение показало, что в зависимости от фазы электрона между сегментами, могут проявляться интерференционные эффекты, которые в значительной степени будут изменять форму спектра.

Выкладки можно начать с модифицированного интеграла 1.28,

$$\vec{E}_{\perp}(z_0, \vec{r}_{\perp 0}, \omega) = \frac{\omega e A_{JJ} K}{2c^2 z_0 \gamma} \int_{-\lambda_w N/2}^{\lambda_w N/2} dz' \exp[iCz'] \vec{e}_x, \quad (2.1)$$

Здесь, для простоты изложения, излучение рассматривается на оси, т.е. $\theta = 0$ от уединённого электрона. В случае секционного ондулятора коэффициент ондуляторности меняется вдоль ондулятора, поэтому $K = K_0 + n\Delta K$, а также $C = C_0 + n\Delta C$, где n — это номер секции. Где ΔC введено следующим образом, помня $\omega_r = 2c\tilde{\gamma}^2 k_w$:

$$C = k_w \frac{\Delta\omega}{\omega_r} = \frac{\Delta\omega_r}{2c\gamma} \left(1 + \frac{(K_0 + n\Delta K)^2}{2} \right) \approx \frac{\Delta\omega_r}{2c\gamma} \left(1 + \frac{K_0^2}{2} \left(1 + \frac{n\Delta K}{K_0} \right) \right) = C_0 + \Delta C \quad (2.2)$$

Секций, для определённости, мы возьмём пять, и для удобства нумерацию будем вести $-2, -1, \dots, 2$. Поэтому интеграл можно переписать в виде:

$$\vec{E}_{\perp}(z_0, \vec{r}_{\perp 0}, \omega) = \frac{\omega e A_{JJ}}{2c^2 \gamma z_0} \sum_{n=-2}^2 (K_0 + n\Delta K) \int_{(2n+1)L_s/2}^{(2n-1)L_s/2} dz' \exp[i(C_0 + n\Delta C)z'] \vec{e}_x, \quad (2.3)$$

Взяв интеграл, получим:

$$\vec{E}_\perp(z_0, \vec{r}_{\perp 0}, \omega) = \frac{\omega e A_{JJ} L}{2c^2 \gamma z_0} \sum_{n=-2}^2 (K_0 + n\Delta K) \text{sinc}(\hat{C}/2) e^{in(C_0 + n\Delta C)L} \vec{e}_x, \quad (2.4)$$

Возведя в квадрат, получим интенсивность:

$$\begin{aligned} \tilde{I} = & \left(\frac{\omega e A_{JJ} L}{2c^2 \gamma z_0} \right)^2 \left[\sum_{n=-2}^2 (K_0 + n\Delta K)^2 \text{sinc}^2(\hat{C}_0 + n\Delta\hat{C}/2) + \right. \\ & \left. \sum_{\substack{n,m=-2 \\ n \neq m}}^2 K_0^2 \left(1 + n \frac{\Delta K}{K_0} + m \frac{\Delta K}{K_0} \right) \text{sinc}^2(\hat{C}/2) e^{i(n-m)\hat{C}_0 + (n^2-m^2)\Delta\hat{C}} \right], \end{aligned} \quad (2.5)$$

Полученное выражение можно проинтерпретировать следующим образом: первая сумма есть сумма сдвинутых по соответствующим резонансам sinc^2 функций, вторая сумма отображает интерференцию между различными секциями ондулятора. Данная комбинация приводит к колебаниям в спектре, как показано на рис. 2.10 синими пунктирными линиями, чёрной линией отмечена сумма sinc^2 функций без учёта интерференционных слагаемых. На рис. 2.11 показан характерный спектр

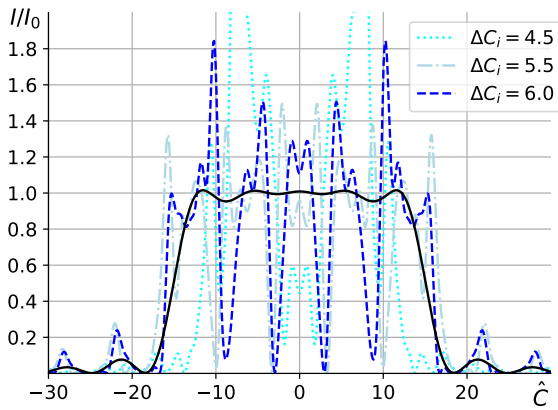


Рисунок 2.10 — Аналитический результат

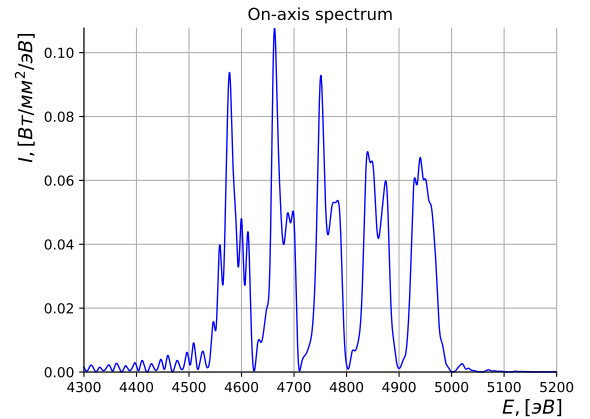


Рисунок 2.11 — Симуляция в коде SRW

секционного ондулятора посчитанного при помощи симуляционного кода SRW. Далее на рис. 2.12 представлен спектр с учётом эмиттанса и энергетического разброса в пучке, проинтегрированный по конечной апертуре — 1 мм на расстоянии 22 м.

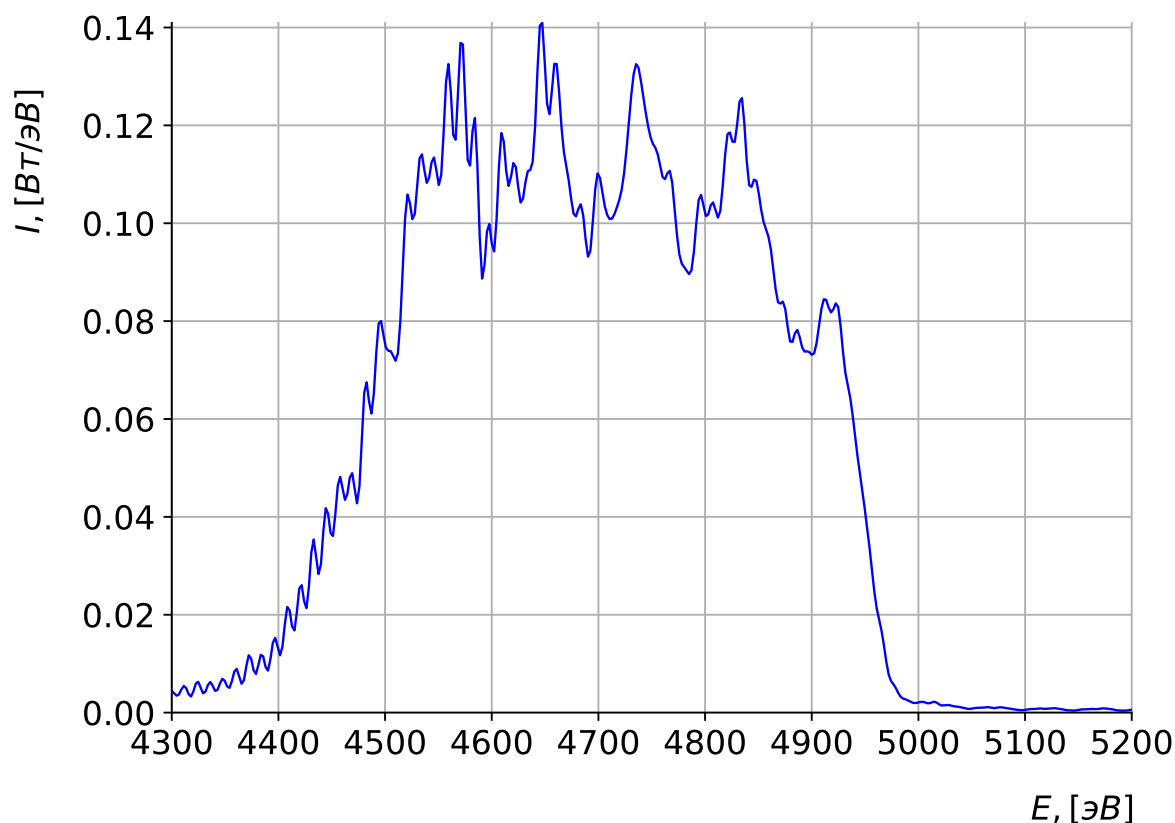


Рисунок 2.12 — Спектр секционного ондулятора проинтегрированного по конечной апертуре — 1 мм

2.4.3 Излучение ондулятора с линейно меняющимся магнитным полем вдоль ондулятора

2.4.4 Оптика станции 1-4

На рис. 2.13 представлена оптическая схема станции реализации EXAS спектроскопии, которая состоит из двукристального монохроматора и далее системы зеркал Kirkpatrick-Baez для фокусировки излучения на образец. Для реализации quick-EXAS спектроскопии будет использоваться отдельный монохроматор, но т.к. на данный момент нет консенсуса по концепции ондулятора для этой техники, в данной работе оптическая схема для указанного метода рассматриваться не будет.

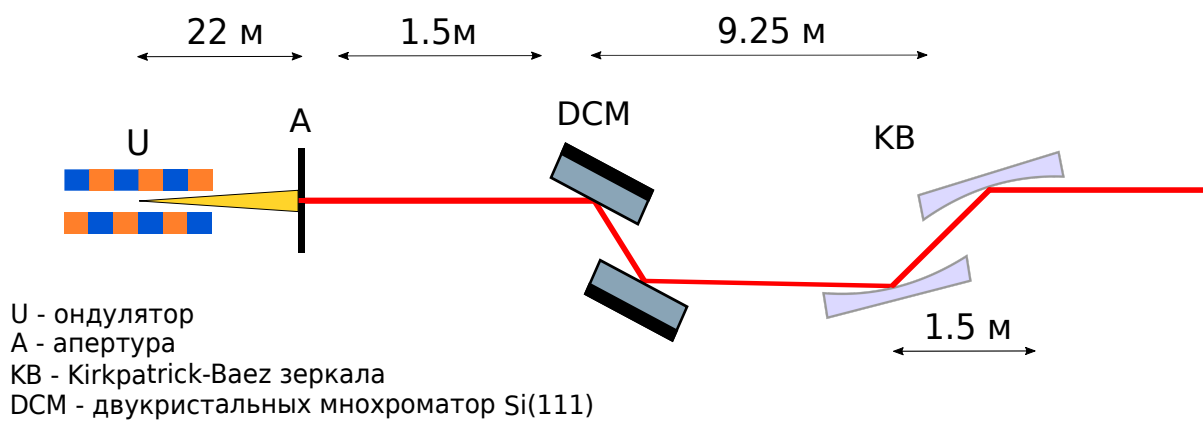


Рисунок 2.13 — Оптическая схема станции 1-4

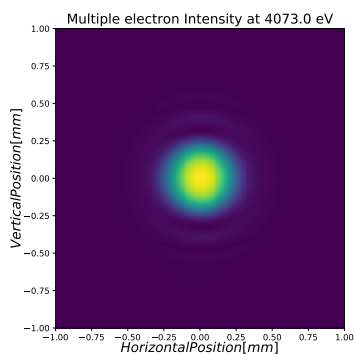


Рисунок 2.14 —
Сечение пучка до
апертуры

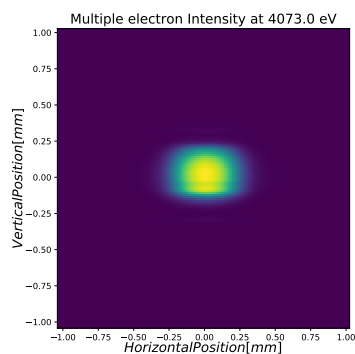


Рисунок 2.15 —
Сечение пучка после
DCM

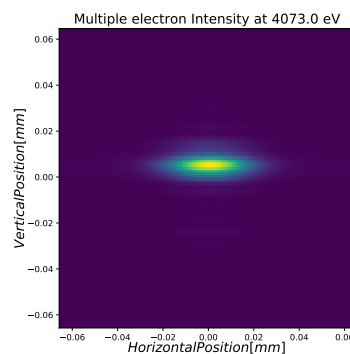


Рисунок 2.16 —
Сечение пучка около
фокуса зеркал

Глава 3. Обсуждение результатов

Список литературы

1. Paraxial Green's functions in synchrotron radiation theory / Gianluca Geloni, Evgeni Saldin, Evgeni Schneidmiller, Mikhail Yurkov // *arXiv preprint physics/0502120*. — 2005.
2. Fourier treatment of near-field synchrotron radiation theory / Gianluca Geloni, Evgeni Saldin, Evgeni Schneidmiller, Mikhail Yurkov // *Optics communications*. — 2007. — Vol. 276, no. 1. — Pp. 167–179.
3. *Geloni Gianluca, Kocharyan Vitali, Saldin Evgeni*. Brightness of synchrotron radiation from undulators and bending magnets // *Journal of synchrotron radiation*. — 2015. — Vol. 22, no. 2. — Pp. 288–316.
4. Fourier optics treatment of classical relativistic electrodynamics / Gianluca Geloni, Evgeni Saldin, Evgeni Schneidmiller, Mikhail Yurkov // *arXiv preprint physics/0608145*. — 2006.
5. *Chubar O, Elleaume P*. Proceedings of the 6th European Particle Accelerator Conference, Stockholm, 1998. — 1998.
6. *Wiedemann Helmut*. Particle accelerator physics. — Springer, 2015.
7. *Als-Nielsen Jens, McMorrow Des*. Elements of modern X-ray physics. — John Wiley & Sons, 2011.
8. Grating monochromator for soft X-ray self-seeding the European XFEL / Svitozar Serkez, Gianluca Geloni, Vitali Kocharyan, Evgeni Saldin // *arXiv preprint arXiv:1303.1392*. — 2013.
9. *Serkez Svitozar*. Design and Optimization of the Grating Monochromator for Soft X-Ray Self-Seeding FELs. — 2015.
10. *Goodman Joseph W*. Statistical optics. — John Wiley & Sons, 2015.
11. *Goodman Joseph W*. Introduction to Fourier optics. — Roberts and Company Publishers, 2005.

12. *Trebushinin Andrei*. SKIF beamlines. SRW code extension. — 2019.
https://github.com/TrebAndrew/thesis_andrei/tree/dev.
13. Short-Period Superconducting Undulator Coils With Neutral Poles: Test Results / Alexey Bragin, Sergey Khrushev, Vladimir Lev et al. // *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*. — 2018. — Vol. 28, no. 4. — Pp. 1–4.
14. *Gluskin Efim, Mezentsev Nikolai*. Superconducting Wigglers and Undulators // *Synchrotron Light Sources and Free-Electron Lasers: Accelerator Physics, Instrumentation and Science Applications*. — 2019. — Pp. 1–51.
15. *Authier André*. Dynamical theory of X-ray diffraction. — Wiley Online Library, 2006. — Pp. 626–646.

Список рисунков

1.1	Угловое распределение поля при отрицательной сдвигке частоты	14
1.2	Угловое распределение поля при положительной сдвигке частоты	14
1.3	Ондулятор как интерференционное устройство	15
1.4	Проинтегрированный по углам спектр излучения. За $\hat{\theta}$ в легенде обозначены пределы интегрирования по углам . . .	15
1.5	Амплитудный спектр гармоник в зависимости от параметра ондуляторности K	16
1.6	Спектр ондулятора с ондуляторностью $K = 2,5$	17
1.7	Спектр ондулятора с ондуляторностью $K = 1$	17
2.1	Спектр с ондулятора с $K = 2,29$ через апертуру 0,4 мм в логарифмическом масштабе (сверху) и в линейном (снизу) посчитанный в SPECTRA	19
2.2	Оптическая схема станции 1-1	20
2.3	Спектр электронного пучка с нулевым эмиттансом падающий на алмазное окно — розовый цвет, излучение падающее на двукристалльный монохроматор — чёрный цвет	21
2.4	Спектр с ондулятора с $K = 1,54$ через апертуру 0,4 мм в логарифмическом масштабе (сверху) и в линейном (снизу) посчитанный в SPECTRA	23
2.5	Оптическая схема станции 1-2	23
2.6	Спектр электронного пучка с нулевым эмиттансом падающий на алмазное окно — розовый цвет, тот же излучение падающее на двукристалльный монохроматор — чёрный цвет	24
2.7	Спектр ондулятора для 1-4 с параметром K меняющимся в диапазоне от 1.1 — 2.3	26
2.8	Спектр с ондулятора с $K = 2.23$ через апертуру 1 мм в логарифмическом масштабе (сверху) и в линейном (снизу) посчитанный в SPECTRA	26

2.9	Ондулятор состоящий из малых ондуляторных секций. . . .	27
2.10	Аналитический результат	28
2.11	Симуляция в коде SRW	28
2.12	Спектр секционного ондулятора проинтегрированного по конечной апертуре — 1 мм	29
2.13	Оптическая схема станции 1-4	30
2.14	Сечение пучка до апертуры	30
2.15	Сечение пучка после DCM	30
2.16	Сечение пучка около фокуса зеркал	30
Б.1	Нормализованный спектр ондуляторного излучения. Линия 1 - спектр с учётом эмиттанса, линия 2 - спектр излучения уединённого электрона	39
Б.2	Нормализованное угловое распределение излучения. Линия 1 - спектр с учётом эмиттанса, линия 2 - спектр излучения уединённого электрона	39
В.1	Отклонение частицы при $\theta = 0$	41
В.2	Отклонение частицы при $\theta = 1/\gamma$	41
Д.1	Кривая брегга для алмаза на разных энергиях	49
Д.2	Кривая брегга для кремния на разных энергиях	49
Е.1	Плотность мощности для используемого ондулятора и его срезы на оси x и y через точку максимума распределения и спектр уединённого электрона (правый нижний)	51
Е.2	Плотность мощности для используемого ондулятора и его срезы на оси x и y через точку максимума распределения и спектр уединённого электрона (правый нижний)	52
Е.3	Плотность мощности для используемого ондулятора и его срезы на оси x и y через точку максимума распределения и спектр уединённого электрона (правый нижний)	53

Список таблиц

2.1	Параметры накопительного кольца и электронного пучка в ондуляторном пустом промежутке	18
2.2	Параметры ондулятора для станции 1-1	19
2.3	Сечение пучка на входе в первую апертуру (25 м)	21
2.4	Номер гармоники, ориентация кристалла, эффективная толщина алмазного монохроматора, проекция пучка(горизонтальная)	21
2.5	Сечение пучка после монохроматоров	22
2.6	Потоки фотонов после соответствующих монохроматоров .	22
2.7	Параметры ондулятора для станции 1-2	22
2.8	Сечение пучка на входе в первую апертуру (25 м)	24
2.9	Номер гармоники, ориентация кристалла, эффективная толщина алмазного монохроматора, проекция пучка(горизонтальная)	24
2.10	Сечение пучка после монохроматоров	24
2.11	Потоки фотонов после соответствующих монохроматоров .	25
2.12	Параметры ондулятора для станции 1-4	26

Приложение А

Единицы измерения потока фотонов

В области синхротронного излучения приняты специфические единицы измерения потока фотонов:

$$\Phi = \frac{\gamma}{\text{сек} \cdot 0.1\%bw \cdot \text{мм}^2} \quad (\text{A.1})$$

Для удобства пользователей этого излучения, была введено необычное единица 0.1%bw, что можно интерпретировать следующим образом, — это количество фотонов попавшее в полосу пропускания шириной 0.1% на некоторой фиксированной энергии гамма-квантов, т.е., например, для энергии 1000eV ширина полосы будет в диапазоне 999,5 — 1000,5eV. Данная единица была введена, для удобства оценок потоков, после прохождения излучения через кристаллические монохроматоры и решёточные монохроматоры, полосы пропускания которых как раз составляют порядка $10^{-3} - 10^{-4}$.

Иногда возникает потребность, для удобства, перевести эти единицы, например, к следующему виду:

$$\Phi = \frac{\gamma}{\text{сек} \cdot \text{eV} \cdot \text{мм}^2} \quad (\text{A.2})$$

Сделать это можно следующим образом, необходимо поточено умножить спектральное распределение на множитель $\frac{0.1\% \cdot E_{ph}}{1\text{eV}}$, что даст необходимые единицы измерения. Далее, спектр можно привести к:

$$\Phi = \frac{W}{\text{eV} \cdot \text{мм}^2}, \quad (\text{A.3})$$

Так спектральное распределение легко интегрировать, чтобы получить, например, полную плотность мощности излучения и делать оценки тепловых нагрузок на оптические элементы.

Приложение Б

Учёт конечности эмиттанса

В этой части мы покажем влияние эмиттанса электронного пучка на спектр излучения и угловое распределение. Для начала перепишем уравнение Б.3 с учётом отклонения частиц от заданной траектории, — h_x и h_y и с некоторым дополнительным углом η_x и η_y . Сразу можно понять, что в уравнении Б.3 можно сделать замену $\theta_{x,y} \rightarrow \theta_{x,y} - \eta_{x,y} - \frac{l_{x,y}}{z_0}$ и переписать углы в нормализованных единицах аналогично с 1.26, с точностью до фазы:

$$\hat{E}_\perp \sim \text{sinc} \left[\frac{\hat{C}}{2} + \frac{1}{4} \left(\hat{\theta}_x - \hat{\eta}_x - \frac{l_x}{z_0} \right)^2 + \frac{1}{4} \left(\hat{\theta}_y - \hat{\eta}_y - \frac{l_y}{z_0} \right)^2 \right], \quad (\text{Б.1})$$

При этом можно положить $\frac{l_{x,y}}{z_0} \ll 1$, что выполняется с очень высокой точностью.

В наших рассуждениях мы будем использовать предельный случай: электронный пучок не симметричен его вертикальный размер много меньше размера по радиальному направлению. Распределение частиц будем считать гауссовым:

$$h_{x,y}(\eta_{x,y}) = \frac{N_e}{\sqrt{2\pi}\sigma_{x',y'}} \exp \left[-\frac{\eta_{x,y}^2}{2\sigma_{x',y'}^2} \right] \quad (\text{Б.2})$$

Для удобства перепишем это распределение в нормализованных единицах, помня $\sigma_{x',y'} = \epsilon_{x',y'}/\beta_{x',y'}$, где $\epsilon_{x',y'}$ — вертикальный и горизонтальный эмиттансы, $\beta_{0x',y'}$ — бета-функция. Нормализованные единицы для $\hat{\beta}_0 = L_\omega^{-1}\beta_0$ и $\hat{\epsilon} = (\omega/c)\epsilon$

$$h(\hat{\eta}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hat{\epsilon}/\hat{\beta}}} \exp \left[-\frac{\hat{\eta}^2 \hat{\beta}_0}{2\hat{\epsilon}^2} \right] \quad (\text{Б.3})$$

Как уже упоминалось мы будем рассматривать предельный случай $\epsilon_{y'}/\beta_{y'} \ll 1$, в то время как $\hat{\beta}_{0x,y} \sim 1$, поэтому просто $\epsilon_{y'} \ll 1$. Теперь можно записать интенсивность поля следующий образом:

$$\hat{I} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hat{\epsilon}/\hat{\beta}}} \int_{-\infty}^{\infty} d\hat{\eta}_x \text{sinc}^2(\zeta) \exp\left[-\frac{\hat{\eta}_x^2 \hat{\beta}_{0x}}{2\hat{\epsilon}_x}\right], \quad (\text{Б.4})$$

Где мы ввели $\zeta = \frac{\hat{C}}{2} + \frac{1}{4}(\hat{\theta}_x - \hat{\eta}_x)^2 + \frac{1}{4}\hat{\theta}_y^2$. Здесь мы учли, что распределение по y действует как дельта-функция. Предыдущее уравнение упрощается дальше в пределе $\hat{\epsilon}_x \hat{\beta}_x \gg 1$, опять же помня, что и $\hat{\beta}_x \sim 1$, получается $\hat{\epsilon}_x \gg 1$. Ширина $\text{sinc}^2(\zeta)$ много больше ширины гауссовского распределения, ширина которого $\hat{\epsilon}_x$, поэтому интеграл будет набираться в пике кардинального синуса и экспоненту можно вынести с аргументом: $\hat{\eta}_x = \hat{\theta}_x$:

$$\hat{I} = \frac{\exp\left[-\frac{\hat{\theta}_x^2 \hat{\beta}_{0x}}{2\hat{\epsilon}_x}\right]}{\sqrt{2\pi\hat{\epsilon}/\hat{\beta}}} \int_{-\infty}^{\infty} d\hat{\eta}_x \text{sinc}^2\left(\frac{\hat{C}}{2} + \frac{1}{4}(\hat{\theta}_x - \hat{\eta}_x)^2 + \frac{1}{4}\hat{\theta}_y^2\right) \quad (\text{Б.5})$$

Этот интеграл можно взять численно. На Б.1 представлены: линия 1.:

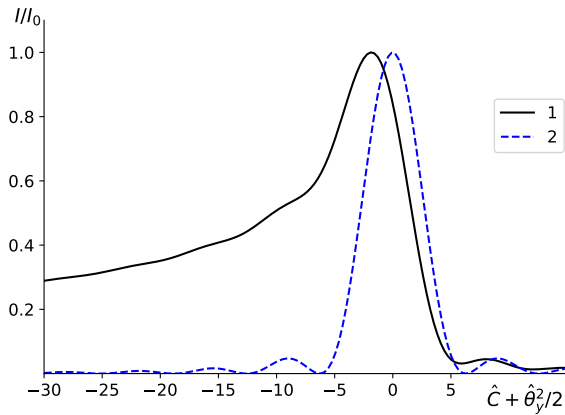


Рисунок Б.1 — Нормализованный спектр ондуляторного излучения.

Линия 1 - спектр с учётом эмиттанса, линия 2 - спектр излучения уединённого электрона

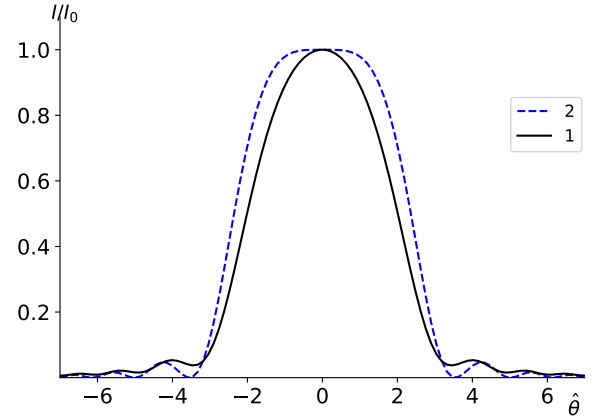


Рисунок Б.2 — Нормализованное угловое распределение излучения.

Линия 1 - спектр с учётом эмиттанса, линия 2 - спектр излучения уединённого электрона

спектр излучения пучка с $\hat{\epsilon}_x \rightarrow \infty$ $\hat{\epsilon}_y \rightarrow 0$, линия 2.: спектр одиночного

электрона как функция $\hat{C} + \hat{\theta}_y^2/2$ при $\hat{\theta}_x = 0$, на рис. Б.2 то же для распределения интенсивности по углам.

Итого, в этой главе мы привели один из случаев учёта конечности эмиттанса, который с хорошей точностью применим в современных источниках синхротронного излучения третьего и четвёртого поколений. В многом, данного подхода достаточно для того, чтобы интерпретировать результаты вычислений кода SRW, при необходимости взятые нами приближения могут быть изменены и так же полученные результаты при помощи богатых вычислительных способностей современных ЭВМ.

Приложение В

Состав высших гармоник ондуляторного излучения

При рассмотрении излучения электрона в планарном ондуляторе мы не затрагивали вопрос, какие кратные гармоники присутствуют в спектре планарного ондулятора. Чтобы разобраться в этом вопросе надо принять учесть запаздывание по времени, в которое наблюдатель принял излучение, т.е. записывая известное соотношение $t = t' + \frac{1}{c}|R - r(t')|$, где за t мы обозначили время наблюдателя, а t' время излучателя. Дифференцированием этого выражения по t' можно получить: $\frac{dt}{dt'} = 1 - \vec{n} \cdot \vec{\beta}$, где $\vec{\beta} = \vec{v}/c$. Подставляя решение для скорости 1.5 и решая дифференциальное уравнение согласно [7], можно получить решение, которое даёт соотношение на время наблюдателя и время излучателя.

$$\omega t = \omega_w t' + \frac{K^2/4}{1 + (\gamma\theta)^2 + K^2/2} \sin(2\omega_w t') - \frac{2K\gamma}{1 + (\gamma\theta)^2 + K^2/2} \phi \sin(\omega_w t') \quad (\text{B.1})$$

Здесь ϕ — вертикальный угол наблюдения, а θ суммарный угол наблюдения — $\theta = \sqrt{\phi^2 + \psi^2}$, где ψ — горизонтальный угол наблюдения. Из решения уравнения 1.6 знаем, что траектория, в общем, пропорциональна \sin , можно построить зависимость отклонения частицы от времени излучателя и наблюдателя: На рис. В.1 изображено отклонение части-

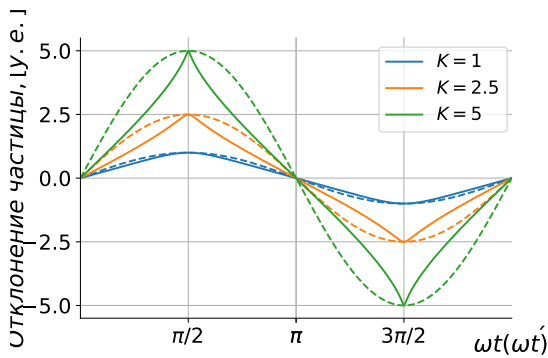


Рисунок В.1 — Отклонение частицы при $\theta = 0$

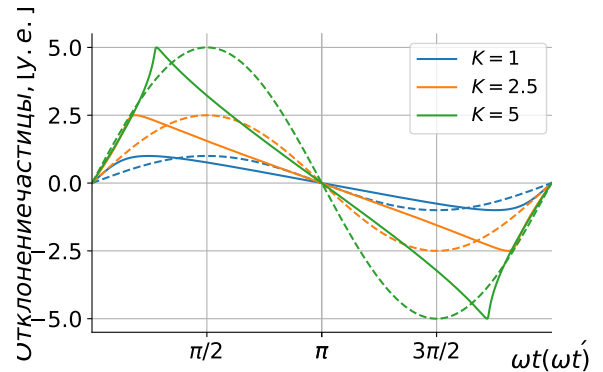


Рисунок В.2 — Отклонение частицы при $\theta = 1/\gamma$

цы, видно, что наблюдатель видит искажённую траекторию, но при этом кривая обладает некоторой симметрией, а именно, при разложении в ряд Фурье мы получим слагаемые содержащие только нечётные гармоники: ω , 3ω , 5ω и т.д., чётные гармоники внесут асимметрию, отсюда, излучение на оси всегда будет содрержать только нечётные гармоники. Но уже как видно из рис. В.2, при наблюдении по углом, траектория становиться асимметричной, разложение в ряд Фурье будет содержать слагаемые с 2ω , 4ω , 6ω и т.д., в спектре появятся чётные гармоники.

Приложение Г

Элементы фурье оптики

В этой главе мы предложим наглядный подход к решению задачи о распространении волнового фронта в пустом пространстве, его прохождении через систему линзу. Приведённые результаты напрямую могут быть использованы в программном коде. Распределение поля в начальный момент времени будем считать гауссовским, однако, как будет видно из изложения, подход может быть использован для произвольного распределения поля. В наших выкладках мы в полной мере следуем подходу [8] и [9], полное изложение фурье оптики и статистической оптики можно найти в замечательных книгах [10], [11]. В конце главы будет приведён пример учебного кода [12] для распространения волнового фронта через оптическую систему, написанный автором в рамках одного из университетских курсов.

Г.1 Распространение света в пустом пространстве

Наши рассуждения мы начнём с волнового уравнения в пустом пространстве, т.е. $\vec{j} = 0, \rho = 0$.

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + c^2 \nabla^2 \vec{E} = 0 \quad (\text{Г.1})$$

В $r\omega$ -пространстве уравнение приобретает знакомый вид уравнения Гельмгольца, где $k_0 = \omega/c$.

$$k_0^2 \vec{E} + \nabla^2 \vec{E} = 0 \quad (\text{Г.2})$$

Совершив фурье-преобразование в k -пространство по координатам x, y , которое определим схожим образом с 1.9:

$$\vec{\tilde{E}}(\vec{k}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx dy \vec{E}(\vec{r}, t) \exp[ik_x x + ik_y y] \quad (\Gamma.3)$$

$$\vec{E}(\vec{r}, \omega) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dk_x dk_y \vec{\tilde{E}}(\vec{k}, t) \exp[-ik_x x - ik_y y],$$

получим:

$$k_0^2 \left(1 - \frac{k_x^2}{k_0^2} - \frac{k_y^2}{k_0^2}\right) \vec{\tilde{E}} + \frac{d^2 \vec{\tilde{E}}}{dz^2} = 0 \quad (\Gamma.4)$$

Теперь можно напрямую можно получить решение этого обыкновенного дифференциального уравнения:

$$\vec{\tilde{E}}(\omega, k_x, k_y, z) = \vec{\tilde{E}}(\omega, k_x, k_y, 0) \exp \left[ik_0 z \sqrt{1 - \frac{k_x^2}{k_0^2} - \frac{k_y^2}{k_0^2}} \right] \quad (\Gamma.5)$$

На основе уравнения $\Gamma.5$ введём функцию отклика среды:

$$H(k_x, k_y, z) = \frac{\vec{\tilde{E}}(\omega, k_x, k_y, z)}{\vec{\tilde{E}}(\omega, k_x, k_y, 0)} = \exp \left[ik_0 z \sqrt{1 - \frac{k_x^2}{k_0^2} - \frac{k_y^2}{k_0^2}} \right] \quad (\Gamma.6)$$

$$H(k_x, k_y, z) \cong \exp[k_0 z] \exp \left[-\frac{iz}{2k_0} (k_x^2 + k_y^2) \right]$$

Видно, чтобы получить распределение электромагнитного поля на некотором расстоянии z , необходимо совершить обратное преобразование Фурье в xu -пространство. Таким образом решение волнового уравнения сводится к трём относительно простым операциям: первое, — перевод начального распределения в $k_x k_y$ -пространство, далее домножение получившегося распределения на функцию отклика среды, в нашем случае пустое пространство, и последний шаг, — обратное преобразование Фурье. Из вывода видно, что мы не накладывали никаких ограничений на

начальное распределение поля, кроме, быть может, естественных ограничений, накладываемых на оригинал преобразованием Фурье.

Г.2 Действие тонкой линзы на волновой фронт

В этом параграфе мы построим элементарную оптическую систему, состоящую из пустого промежутка, — d_1 , тонкой линзы с оптической силой, — $1/f$ и ещё одного пустого промежутка до плоскости изображения. Действие тонкой линзы мы представим как домножение комплексной амплитуды поля на следующее выражение:

$$T_f(x, y) = \exp \left[-\frac{ik_0}{2f}(x^2 + y^2) \right] \quad (\text{Г.7})$$

Для предметности обсуждения определим начальное распределение гауссовым пучком:

$$\bar{E}(x, y, 0) = A \exp \left[-\frac{x^2 + y^2}{w_0^2} \right] \quad (\text{Г.8})$$

После преобразование Фурье в $k_x k_y$ -пространстве мы получим:

$$\hat{E}(k_x, k_y, 0) = A\pi w_0^2 \exp \left[-\frac{w_0^2}{4}(k_x^2 + k_y^2) \right] \quad (\text{Г.9})$$

После домножения этого распределения поля в $k_x k_y$ -пространстве на функцию отклика пустого промежутка, получим

$$\begin{aligned} \hat{E}(k_x, k_y, z) &= \hat{E}(k_x, k_y, z) H(k_x, k_y, z) \\ &= A\pi w_0^2 \exp \left[-\frac{w_0^2}{4}(k_x^2 + k_y^2) \right] \exp[k_0 z] \exp \left[-\frac{iz}{2k_0}(k_x^2 + k_y^2) \right] \\ &= A\pi w_0^2 \exp[k_0 z] \exp \left[-\frac{iq}{2k_0}(k_x^2 + k_y^2) \right], \end{aligned} \quad (\text{Г.10})$$

здесь мы ввели $q = z - iz_R$, где $z_R = \frac{k_0 w_0^2}{2}$. После перехода обратно в xy -пространство, получим:

$$\bar{E}(x, y, z) = \frac{iAk_0 w_0^2}{2q} \exp[k_0 z] \exp\left[-i\frac{k_0}{2q}(x^2 + y^2)\right], \quad (\Gamma.11)$$

Теперь можно воспользоваться выражением для тонкой линзы и получить:

$$\begin{aligned} \bar{E}_l(x, y, z) &= T_f(x, y) \bar{E}(x, y, z) = \\ &= \frac{iAk_0 w_0^2}{2q} \exp[k_0 z] \exp\left[-i\frac{k_0}{2q}(x^2 + y^2)\right] \exp\left[-\frac{ik_0}{2f}(x^2 + y^2)\right] \\ &= \frac{iAk_0 w_0^2}{2q} \exp[k_0 z] \exp\left[-i\frac{k_0}{2q_l}(x^2 + y^2)\right], \end{aligned} \quad (\Gamma.12)$$

где $\frac{1}{q_l} = \frac{1}{q} - \frac{1}{f}$.

Теперь можно подвести итог: после распространения волнового фронта на расстояние d_1 параметр q преобразуется:

$$q(d_1) = q(0) + d_1, \quad (\Gamma.13)$$

далее на него действует линза:

$$\frac{1}{q_l} = \frac{1}{q(0) + d_1} - \frac{1}{f}, \quad (\Gamma.14)$$

и ещё один пустой промежуток, до места, где волновой фронт опять будет плоским:

$$q(d_1 + d_2) = q_l + d_2, \quad (\Gamma.15)$$

Условие того, что волновой фронт плоский мы сформулируем так, что $q(d_1 + d_2) = -i\frac{k_0 w_2^2}{2}$, что легко проверятся подстановкой в $\Gamma.10$. Получим

уравнение:

$$-i \frac{k_0 w_2^2}{2} = q_l + d_2, \quad (\text{Г.16})$$

где, приравниванием мнимых частей, получим:

$$w_2^2 = \frac{f^2 w_1^2}{(f - d_1)^2 + (k_0 w_1^2 / 2)^2} \quad (\text{Г.17})$$

то же для реальных частей:

$$d_2 = f + f^2 \frac{(d_1 - f)}{(d_1 - f)^2 + (k_0 w_1^2 / 2)^2} \quad (\text{Г.18})$$

Из последнего уравнения видно, что если положить перетяжку гауссового пучка раной нулю, то выражение переходит в соотношение геометрической оптики.

В приведённой главе мы дали краткий путь того, как можно очень эффективно и относительно просто использовать Фурье оптику для написания симуляционных кодов при проектировании оптических систем. В качестве примера, для заинтересованных читателей на веб-странице (веб-страница) приведёт код простой оптической системы, который в полной мере используют результаты вышеприведённого параграфа. Код был написан автором данной рукописи рамках курса «Основы вычислительной физики», который читается на физическом факультете НГУ. Дальнейшие комментарии к коду можно найти в репозитории указанной по ссылке.

Приложение Д

Краткий обзор дифракции на кристаллах

В этой главе мы кратко дадим основные результаты кинетической и динамической теории дифракции. Основные кристаллы используемы на источниках синхротронного излучения — это Si (кремний), C (алмаз) и реже Ge (германий). Виду кубической кристаллической решётки эти кристаллы относительно просты при рассмотрении динамики отражение и преломления на кристаллических плоскостях. Для нас важны такие свойства кристаллов, как способность преобразовать относительно широкой спектр ондуляторного излучения в излучение с относительной монохроматичностью до $\Delta E/E \sim 10^{-4}$. Также мы дадим основную информацию по поглощательным способностям кристаллов

Д.1 Симметричное брэгговское отражение от идеально кристалла

Длины волн, которые отвечают резонансу при отражении падающего под углом θ к плоскости кристалла излучения, даётся законом Брэгга:

$$m\lambda = 2d \sin \theta, \quad (\text{Д.1})$$

где d — расстояние между плоскостями от которых происходит отражение, m — некоторое положительно целое число. Однако динамическая и кинематическая теории дифракции уточняют данные результат и вносят конечную угловую и/или по энергии ширину, в которую кристалл может принять излучение, а также некоторый сдвиг, относительно предполагаемого брэгговского угла. Кривая, которая описывает отражательную способность кристалла, называется кривой Дарвина, именно она определяет угловой и/или энергетический акцептанс излучения. На рис. Д.1 показаны характерные кривые отражение для алмаза и кремния. По ним

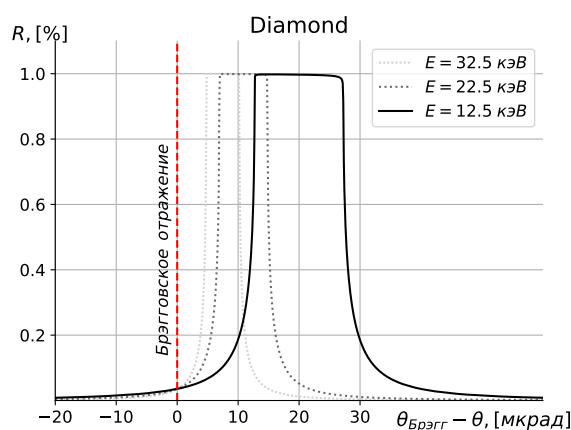


Рисунок Д.1 — Кривая брегга для алмаза на разных энергиях

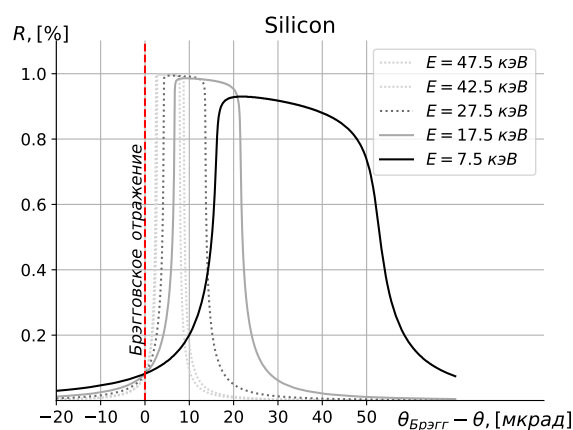


Рисунок Д.2 — Кривая брегга для кремния на разных энергиях

видно, чем больше энергия подающего пучка излучения, тем кривая уже и ближе к даваемому законом брегга углу. При расчёте кристаллов монохроматоров этот факт необходимо учитывать, для эффективной работы кристалла и уменьшения тепловых нагрузок, угловая расходимость кристалла должна входить в акцептанс кристалла, иначе излучение поглотится в кристалле, что крайне нежелательно. Кривые ассиметричны по правому краю, теория дифракции объясняет данный факт большим поглощением на низких энергиях.

В целом, данной информации достаточно, чтобы иметь первое представление о разработке оптических трактов синхротронного излучения. Для дальнейшего чтения и углубления знаний в данном вопросе могут быть полезны следующие книги [7], [15].

Д.2 Поглощательные способности кристаллов

Одним из полезных применений кристаллов в рентгеновском диапазоне есть их фильтрующая способность, отрезать низкие энергии, в особенности для алмазных кристаллов, которые, по мимо всего, имеют хорошую теплопроводность, что способствуют быстрому теплоотводу. На рис. Д.2 представлена кривая поглощения 100 мкм кристалла алмаза. Подобные кристаллы устанавливают перед первыми оптическими эле-

ментами, что в значительной степени снижает тепловые нагрузки, подавляя низшие гармоники, в нашем случае ондуляторного излучения.

Приложение Е

Дополнительные графики

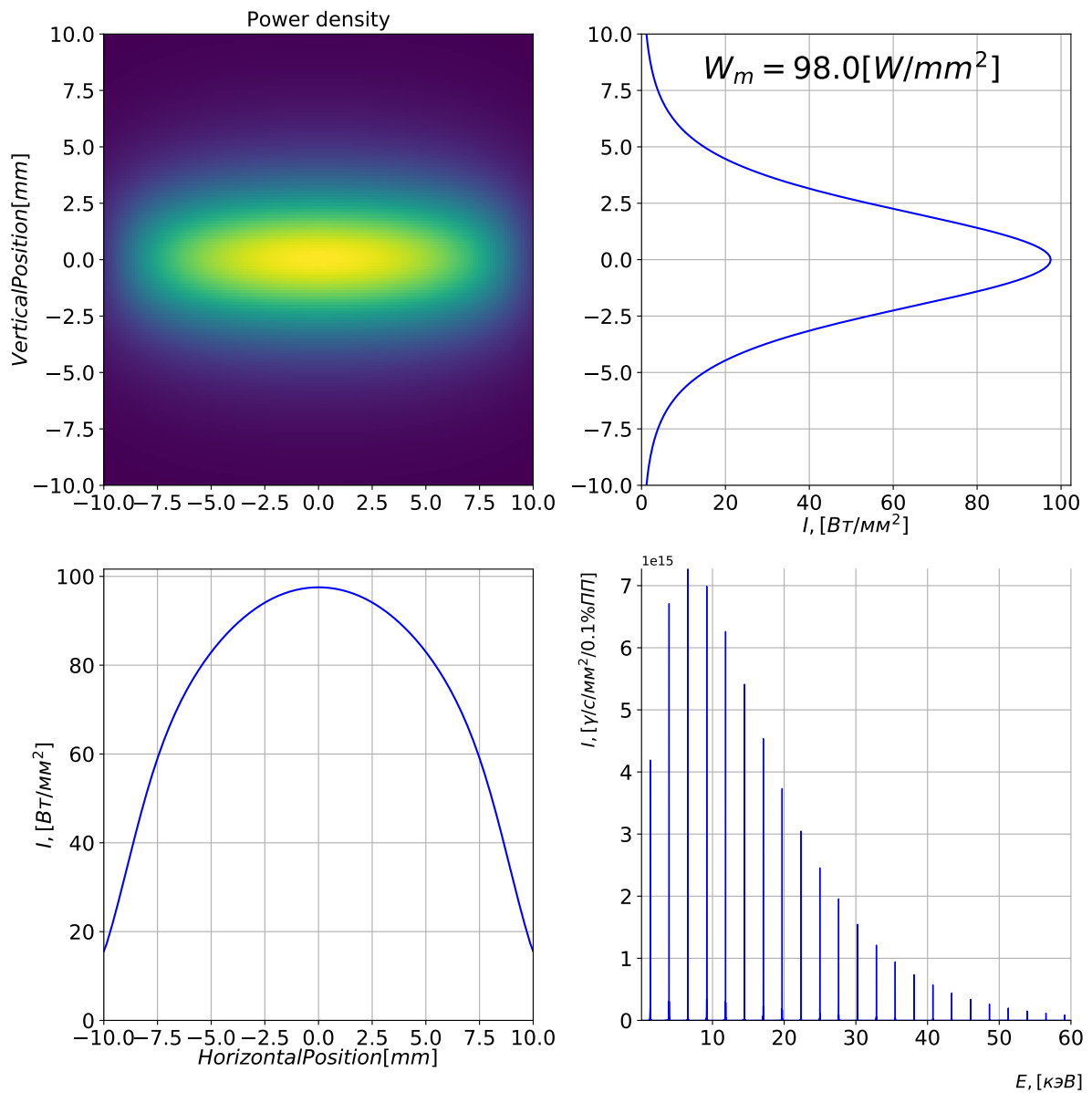


Рисунок Е.1 — Плотность мощности для используемого ондулятора и его срезы на оси x и y через точку максимума распределения и спектр уединённого электрона (правый нижний)

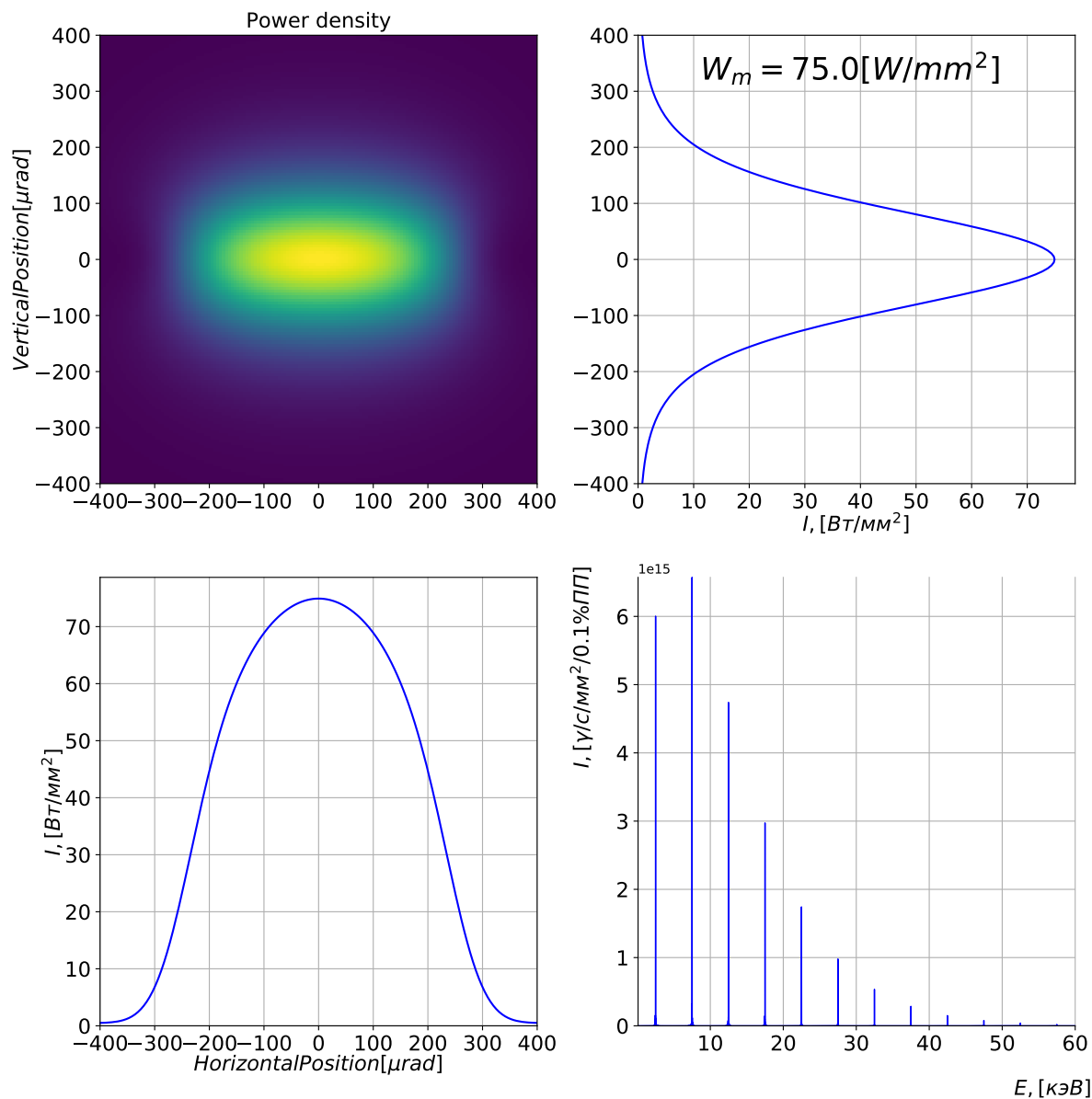


Рисунок Е.2 — Плотность мощности для используемого ондулятора и его срезы на оси x и y через точку максимума распределения и спектр уединённого электрона (правый нижний)

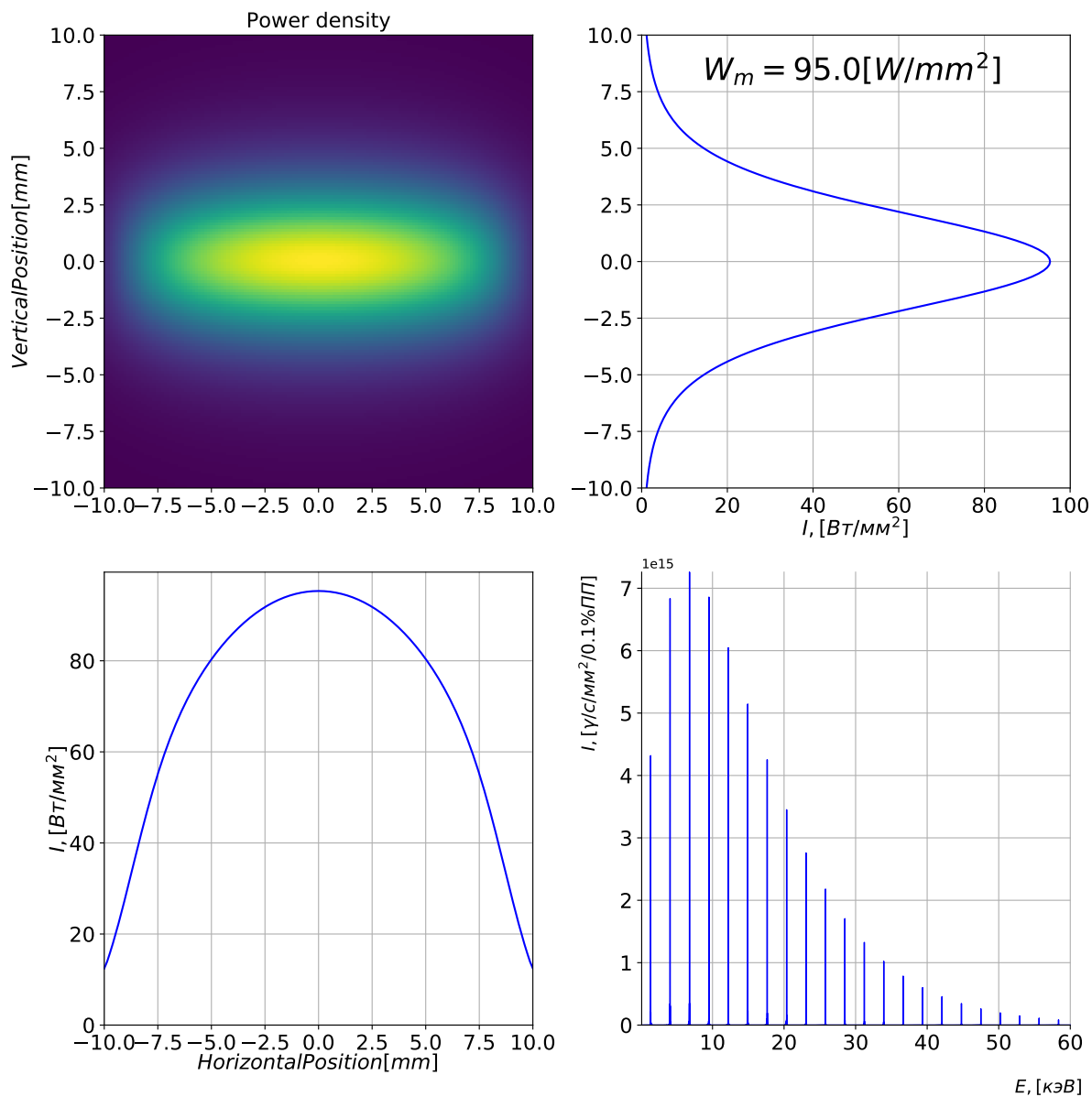


Рисунок Е.3 — Плотность мощности для используемого ондулятора и его срезы на оси x и y через точку максимума распределения и спектр уединённого электрона (правый нижний)

Приложение Ж

Примеры программного кода

Ж.1 Подраздел приложения