

TPC Nº 3

Forças e Movimento

Queda de Paraquedista

1. **[Queda livre sem atrito]** Pretende-se modelar a queda, na vertical, de um corpo, no vazio, sob a ação da gravidade. Neste problema, as variáveis de estado (Níveis) são a posição, x , e a velocidade do corpo, v , que evoluem de acordo com as seguintes equações diferenciais

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{v} \quad \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}$$

A aceleração é constante e igual à aceleração gravítica, $\vec{a} = \vec{g} = (0, -9.8\text{m/s}^2)$. Considere que a posição inicial, $\vec{x}_0 = (0, 1000\text{m})$, e que a velocidade inicial é nula.

- a) **[teoria]** Use os seus conhecimentos de cálculo para verificar que, neste modelo, as variáveis de estado evoluem de acordo com as seguintes equações:

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}t$$

$$\vec{x}(t) = \vec{x}_0 + \vec{v}_0t + 0.5\vec{a}t^2$$

- b) **[teoria]** Quanto tempo demora o corpo a chegar ao solo? Com que velocidade atinge o solo?
 - c) **[teoria]** Relacione as variáveis do modelo através de um diagrama de Níveis e Fluxos. O sistema contém algum ciclo de feedback?
 - d) **[prática]** Utilize o *Processing* para fazer uma simulação visual deste problema. Verifique se os resultados obtidos estão em consonância com os resultados teóricos da alínea b). Repita a simulação, usando diferentes valores para Δt (o passo temporal usado no método de Euler). O que conclui?
 - e) **[prática, facultativa]** Use o *Insight Maker* para simular este sistema, tirando partido das facilidades gráficas desta ferramenta de simulação.
2. **[Queda livre com atrito]** Considere agora que, para além do seu peso, o corpo sofre a ação de uma força adicional, de atrito, com sentido contrário à sua velocidade, dada por:

$$\vec{F}_a = -0.5CDA\vec{v}|\vec{v}|$$

Onde C é o coeficiente de atrito (depende da forma do objeto sendo igual a 1 para formas esféricas), D é a densidade do meio onde o objeto se move (no caso do ar, pode assumir $D = 1.29 \text{ Kg/m}^3$) e A representa a área de contato do corpo com o meio.

A força total que o corpo sofre é agora igual à soma da força do seu peso, $\vec{P} = m\vec{g}$, com a força de atrito

$$\vec{F}_T = \vec{P} + \vec{F}_a$$

Sendo que de acordo com a segunda lei de Newton, a aceleração que o corpo sofre respeita a equação $\vec{F}_T = m\vec{a}$

- a) **[teoria]** Observe que neste caso as equações diferenciais são não lineares e o problema não tem uma solução analítica. Faça o diagrama de Níveis e Fluxos do sistema. Existe agora algum ciclo de feedback? Qual a natureza desse ciclo? Consegue relacionar o comportamento do sistema com o(s) ciclo(s) de feedback?

- b) [*prática*] Suponha que a massa do corpo é de 80Kg e que a sua área de contato com o ar pode ser aproximado por um círculo de raio igual a 0.4m. Utilize o *Processing* para simular visualmente a queda do corpo e também para responder às seguintes questões: quanto tempo demora agora o corpo a chegar ao solo? A que velocidade embate no solo? Comente.
 - c) [*prática, facultativa*] Repita a alínea anterior recorrendo ao *Insight Maker* para simular o comportamento do sistema, tirando partido das facilidades gráficas desta ferramenta de simulação.
3. [**Queda livre com atrito e paraquedas**] Considere que um paraquedas é aberto quando o altímetro indica que o corpo está a 300m acima do solo. O paraquedas tem as seguintes características: massa igual a 20Kg e diâmetro igual a 6m (por simplicidade, assuma que a área de contato do paraquedas com o ar é circular)
- a) [*prática*] Utilize o *Processing* para simular visualmente a queda do paraquedista e responder às seguintes questões: quanto tempo demora agora o corpo a chegar ao solo? A que velocidade embate no solo? Qual a força exercida no paraquedista no momento de abertura do paraquedas? Comente os resultados e descreva as sensações que o paraquedista experiencia ao longo da queda.
 - b) [*prática, facultativa*] Repita a alínea anterior recorrendo ao *Insight Maker* para simular o comportamento do sistema, tirando partido das facilidades gráficas desta ferramenta de simulação.
4. [**Mergulho na água**] Suponha que a abertura do paraquedas falha e o paraquedista cai no rio Tejo. Considerando que a densidade da água é de 1000 Kg/m³, utilize o *Processing* para simular visualmente esta situação e determinar:
- a) [*prática*] Qual a intensidade da força que o paraquedista sofre no momento de embate na água? E passado um segundo desse embate? E qual a velocidade com que o paraquedista submerge no rio? Comente.
 - b) [*prática, facultativa*] Repita a alínea anterior mas supondo que o paraquedista largava o paraquedas quando verifica que este não funcionava. Qual a situação mais vantajosa?

Extras [*facultativo*]

Enriqueça a sua simulação introduzindo-lhe elementos visuais e/ou sonoros e/ou interação com o utilizador. Experimente diferentes situações, pratique sem temor uma atitude *What if?*, invente mundos virtuais onde as leis da física são definidas por si, em suma, seja criativo. Por exemplo:

- a) Atribua formas sugestivas ao paraquedista com e sem paraquedas, sons alusivos a eventos, imagem de fundo adequada, etc.
- b) Simule o desembarque de um pelotão de paraquedistas, cada um com características próprias (peso, tamanho de paraquedas, etc.)
- c) Faça com que as velocidades iniciais dos paraquedistas não sejam nulas, lançando-se uns para a esquerda, outros para a direita.
- d) Imagine que o seu mundo é uma caixa fechada com quatro paredes nas quais embatem os corpos em movimento, resultando daí, por exemplo, choques elásticos (conservação da quantidade de movimento).
- e) Imagine que no seu mundo existem objetos imóveis de massa gigantesca (buracos negros) que atraem os corpos em movimento, de acordo com a lei de atração universal, $\vec{F} = G \frac{mM}{\|\vec{r}\|^2} \hat{r}$, onde G é a constante gravitacional universal e \vec{r} é o vetor

com origem no centro do corpo em movimento, de massa m , e que vai até ao centro do corpo de massa M (buraco negro).

- f) Modifique a sugestão da alínea anterior, introduzindo objetos que exercem forças repulsivas nos corpos que lhe estão próximos.
- g) Utilize as funções do *Processing* para geração de números aleatórios (funções *random* e *noise*) para adicionar diversidade ao seu mundo virtual.
- h) Introduza alguma forma de interação, fazendo com que o utilizador/jogador controle, através das teclas e/ou rato, alguns elementos da simulação/jogo.
- i) Transforme a sua simulação num jogo, definindo um objetivo a atingir