Aula

- Determinar o intervalo na função escalão

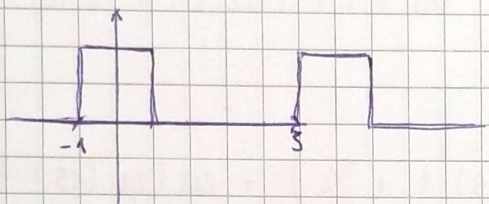
$u(-2t-4) = \begin{cases} 1 & \text{se } -2t-4>0 \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases}$ $\quad u(-t-4) = \begin{cases} 1 & \text{se } -t-4>0 \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases}$

→ ver qual o t que satisfaz estas condições

$-2t-4>0 \Leftrightarrow -2t>4 \Leftrightarrow 2t=-4 \Leftrightarrow \underline{\underline{t<-2}}$

$-t-4>0 \Leftrightarrow -t>4 \Leftrightarrow \underline{\underline{t<-4}}$

—— // ——



Periodo $=6$

$2/6 = 1/3 = 0{,}33\ldots$

Duty cycle $33{,}3\%$

Intervalos: máximo e mínimo.

$u(t) - u(t+4)$

$t=0$ $\quad t+4=0$

$+1$ $\quad t=-4$

-1

S. Periodicos $=$ Série de Fourier

- PDS - Bewver 1516 - Exame - 2.pdf —— Exercícios de Exames!

1. Considere o sinal contínuo e periódico $x(t)$, com uma frequência fundamental de $f_0 = 5$ Hz, cujos coeficientes da série de Fourier são dados por:

$$X_k = \begin{cases} 1 & , k=0 \\ +1/j & , k=-1 \\ -1/j & , k=1 \\ 1/2 & , k=\pm 2 \end{cases}$$

a) Expressão analítica $x(t)$.. Usar equação de síntese (PorEx5)

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 & k=0 \\ e^{-j\pi/2} & k=-1 \\ e^{j\pi/2} & k=\pm 1 \\ 0{,}5 & k=\pm 2 \end{cases}$$

$$\frac{1}{j} \times \frac{-j}{-j} = \frac{-j}{1} = -j = e^{-j\pi/2}$$

Para não ter imaginários no denominador

E. de Síntese: $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k e^{j2\pi k f_0 t} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k e^{jk\omega_0 t}$

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X_k e^{j2\pi k f_0 t} = \sum_{k\in\{-2,-1,0,1,2\}} X_k e^{j2\pi k 5t} = \underbrace{0{,}5\, e^{j2\pi(-2)5\pi}}_{k=-2} + \underbrace{1\, e^{-j\pi/2} e^{j2\pi(-1)5t}}_{k=-1} +$$

Para aplicar a f. Euler

$0{,}5e^{..} + 0{,}5e^{..}$

$= \frac{e^{..}+e^{..}}{2}$

$$+ \underbrace{1\, e^{j2\pi(0)5t}}_{k=0} + 1\, e^{j\pi/2} e^{j2\pi(1)5t} + 0{,}5\, e^{j2\pi 5t} =$$

(1)

$$= \frac{\cancel{0{,}5}\, e^{-j20\pi t} + \cancel{0{,}5}\, e^{j20\pi t}}{2} + 2\left[\frac{e^{-j[10\pi t + \pi/2]} + 1\, e^{j[10\pi t + \pi/2]}}{2}\right] + 1 =$$

Pela f. Euler.

$$= \cos(20\pi t) + 2\cos(10\pi t + \pi/2) + 1.$$

Sai sempre em teste.

b) T. Parseval $\frac{1}{T_0}\int_0^{T_0} |x(t)^2| \, dt = \sum_{k=-\infty}^{n} |X_k|^2$

$$P_x = \sum_{k\in\{-2,-1,0,1,2\}} |X_k|^2 = \underbrace{|0{,}5|^2}_{k=-2} + \underbrace{|1e^{-j\pi/2}|^2}_{k=-1} + |1|^2 + |1e^{j\pi/2}|^2 + |0{,}5|^2 =$$

$$= 0{,}5^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 0{,}5^2 = 3{,}5 \text{ W}$$

d) ← Pergunta bastante típica

d i) $z(t) = x(t) - y(t) = \overbrace{1 + \cos(2\pi(10)t) + 2\cos(2\pi(5)t + \pi/2)}^{x(t)}$

$$- \underbrace{(2 - \cos(2\pi(15)t))}_{y(t)} =$$

$$= -1 + \cos(2\pi(10)t) + 2\cos(2\pi(5)t + \pi/2) + \cos(2\pi(15)t)$$

$z(t)$ é periodico? freq. fundamental $f_0 = ?$ → máximo divisor comum

$f_0 = \text{mdc}\{10, 5, 15\} = 5 \text{ Hz}$

10	2		5	5		15	3
5	5		1	5		5	5
1						1	

2×5 5 3×5 → mdc

O sinal é periodico com $f_0 = 5 \text{ Hz}$, $T_0 = \frac{1}{5} = 0{,}2$ s

d ii) Linearidade da Serie de Fourier $x(t) - y(t) \longleftrightarrow X_k - Y_k$

X_k é dado; Calculo Y_k:

Meter a amplitude positiva

$$y(t) = 2 - \cos(2\pi(15)t)$$

$$= 2 + 1e^{j\pi}\cos(2\pi(15)t)$$

$$= 2 + 1e^{j\pi}\left[\frac{e^{j2\pi(15)t} + e^{-j2\pi(15)t}}{2}\right] = 2 + 0{,}5e^{j[2\pi(15)t + \pi]} + 0{,}5e^{-j[2\pi(15)t+\pi]}$$

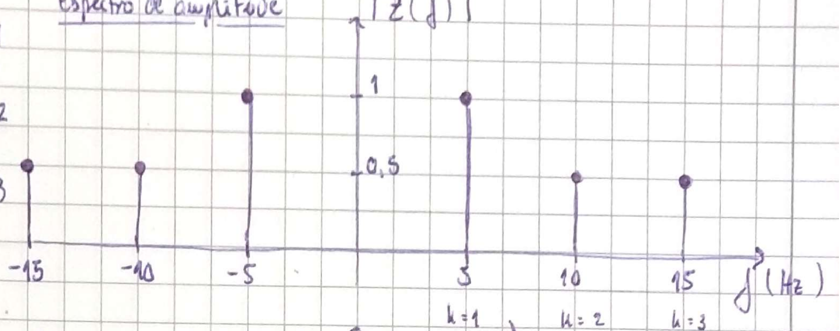
3×5

k

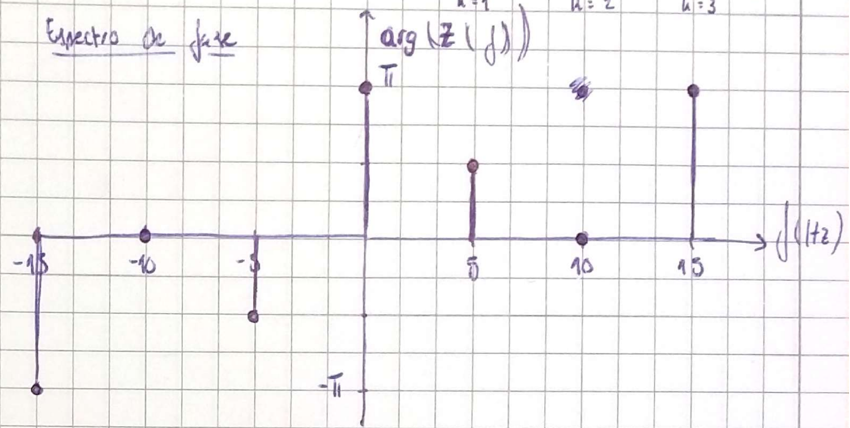
$$\begin{cases} Y_0 = 2 \\ Y_3 = 0{,}5\,e^{j\pi} \\ Y_{-3} = 0{,}5\,e^{-j\pi} \end{cases}$$

$$Z_k = \begin{cases} -1 = 1e^{j\pi} & , k=0 \\ 1e^{-j\pi/2} & , k=-1 \\ 1e^{+j\pi/2} & , k=1 \\ 0{,}5 & , k=\pm 2 \\ 0{,}5e^{j\pi} & , k=3 \\ 0{,}5e^{-j\pi} & , k=-3 \end{cases}$$

Espectro de amplitude



Espectro de fase



Exame 19/7/2016

4.

a) ir à tabela e ver onde a onda encaixa. Se ñ encaixar ir à + próxima e fazer a transformada.

Slide 10 $\quad x(t) = \begin{cases} 1, & |t| < T_1 \\ 0, & T_1 < |t| < \frac{T_0}{2} \end{cases}$, com $T_1 = 1$ e $\underbrace{T_0 = 6}_{\omega_0 = 2\pi f_0}$ $\quad f_0 = \frac{1}{6}$

$f_0 = \frac{1}{6}$

$$X_k = \frac{2T_1}{T_0} \operatorname{sinc}\left(k \frac{2T_1}{T_0}\right) \longrightarrow \frac{2\times 1}{6} \operatorname{sinc}\left(k \frac{2\times 1}{6}\right) = \frac{1}{3} \operatorname{sinc}\left(\frac{k}{3}\right)$$

Série de Fourier $\qquad \operatorname{sinc}(0) = 1$

Slide 7 $\quad x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{3} \operatorname{sinc}\left(\frac{k}{3}\right) e^{j2\pi\left(\frac{1}{6}\right)kt}$

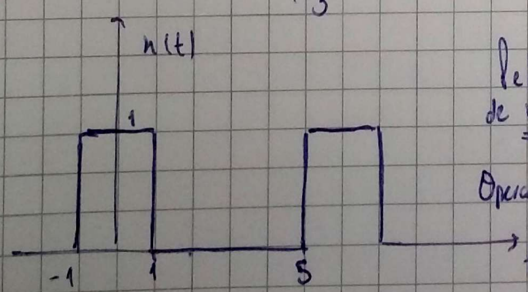
b) $y(t) = -x(t-2) + 2$ → Usar as prop. da transformada

Slide 7

$Y_0 = \frac{1}{3} + 2 \qquad a\,x(t) + b\,y(t) = a X_k + b Y_k$

$Y_k = -\frac{1}{3} \operatorname{sinc}\left(\frac{k}{3}\right) \cdot e^{-j2\pi\frac{1}{6}k\times 2} = \qquad x(t-t_0) = X_k e^{-j\omega_0 k t_0}$

$= -\frac{1}{3} \operatorname{sinc}\left(\frac{k}{3}\right) e^{-j\frac{2\pi}{3}k}$



Pela transformação de y(t)

Operação completa:
1° shift
~~2° scale~~ ñ existe scale neste caso.