

Para realizar a **contagem de tempo de execução** do algoritmo INSERTION-SORT, devemos analisar **linha por linha** e identificar a **quantidade de vezes que cada passo básico (tempo  $tt$ ) é executado**, com base nas instruções e critérios definidos:

### Critérios:

Cada instrução abaixo vale um tempo  $tt$ :

- Atribuição de valores
- Operação lógica
- Operação aritmética
- Operação de acesso
- Operação de retorno

### Algoritmo INSERTION-SORT(A)

```
1 for j ← 2 to length[A]
2   key ← A[j]
3   ▷ Comentário
4   i ← j - 1
5   while i > 0 and A[i] > key
6     A[i + 1] ← A[i]
7     i ← i - 1
8   A[i + 1] ← key
```

### Análise de Complexidade e Contagem de Tempo:

#### *Linha 1: for j ← 2 to length[A]*

- Executa  $n-1$  vezes (de 2 até  $n$ ).
- Contém:
  - Atribuição:  $tt$
  - Comparação de laço:  $tt$
  - Incremento:  $tt$

**Custo total:**

→ 1x inicialização + (n-1)x comparação + (n-2)x incremento

$$\rightarrow t + (n-1)t + (n-2)t = (2n-2)t + (n-1)t + (n-2)t = (2n-2)t$$

**Linha 2:  $key \leftarrow A[j]$**

- Executa  $n-1$  vezes
- Operações:
  - Acesso a  $A[j]$ :  $t$
  - Atribuição à  $key$ :  $t$

**Total:**  $2(n-1)t$

**Linha 4:  $i \leftarrow j - 1$**

- Executa  $n-1$  vezes
- Operações:
  - Aritmética ( $j - 1$ ):  $t$
  - Atribuição:  $t$

**Total:**  $2(n-1)t$

**Linha 5:  $while\ i > 0\ and\ A[i] > key$**

- No **pior caso** (vetor reversamente ordenado), o `while` executa até  $j-1$  vezes a cada iteração do `for`.
- Cada teste  $i > 0\ and\ A[i] > key$  envolve:
  - Comparação lógica:  $t$
  - Acesso  $A[i]$ :  $t$
  - Comparação  $A[i] > key$ :  $t$
  - Comparação final do `while`:  $t$

**Total por iteração  $j$ :**  $4(j-1)t$

Somando para todos os  $j \in [2, n]$ :

$$\sum_{j=2}^n 4(j-1)t = 4t \sum_{j=1}^{n-1} j = 4t \cdot \frac{(n-1)n}{2} = 2n(n-1)t$$

**Linha 6:**  $A[i + 1] \leftarrow A[i]$

- Executa no pior caso até  $j-1$  vezes para cada  $j$ .
- Operações:
  - Acesso  $A[i]$ :  $t$
  - Aritmética  $i + 1$ :  $t$
  - Atribuição:  $t$

**Total por  $j$ :**  $3(j-1)t$

Somando:

$$\sum_{j=2}^n 3(j-1)t = 3t \sum_{j=1}^{n-1} j = 3t \cdot \frac{(n-1)n}{2} = \frac{3n(n-1)}{2}t$$

**Linha 7:**  $i \leftarrow i - 1$

- Executa o mesmo número de vezes da linha 6:  $j-1$
- Aritmética:  $t$
- Atribuição:  $t$

**Total por  $j$ :**  $2(j-1)t$

Somando:

$$\sum_{j=2}^n 2(j-1)t = 2t \sum_{j=1}^{n-1} j = 2t \cdot \frac{(n-1)n}{2} = n(n-1)t$$

**Linha 8:**  $A[i + 1] \leftarrow key$

- Executa  $n-1$  vezes (após o fim de cada while)
- Aritmética:  $t$
- Atribuição:  $t$

**Total:**  $2(n-1)t$

## Soma Final (Pior Caso)

Linha	Tempo Total
Linha 1	$(2n-2)t(2n-2)t$
Linha 2	$2(n-1)t2(n-1)t$
Linha 4	$2(n-1)t2(n-1)t$
Linha 5	$2n(n-1)t2n(n-1)t$
Linha 6	$3n(n-1)2t\frac{3n(n-1)}{2}t$
Linha 7	$n(n-1)tn(n-1)t$
Linha 8	$2(n-1)t2(n-1)t$

**Total geral (T(n)):**

$$T(n) = (2n-2 + 2n-2 + 2n(n-1) + 3n(n-1)2 + n(n-1) + 2(n-1))t \\ T(n) = (2n-2 + 2n-2 + 2n(n-1) + \frac{3n(n-1)}{2} + n(n-1) + 2(n-1))t$$

**Simplificando:**

$$T(n) = [4n-4 + 2n(n-1) + 3n(n-1)2 + n(n-1)]t \\ T(n) = [4n-4 + (2n(n-1) + 3n(n-1)2 + n(n-1))]t \\ T(n) = [4n-4 + (4n(n-1)2 + 3n(n-1)2 + 2n(n-1)2)]t \\ T(n) = [4n-4 + 9n(n-1)2]t \\ T(n) = (9n(n-1)2 + 4n-4)t$$

**Resultado:**

**Tempo de execução (pior caso):**

$$T(n) = (9n(n-1)2 + 4n-4)t$$