EA619 - Laboratório de Análise Linear
Experiência 7: Identificação de sistemas lineares usando V-REP e Matlab

Prof. Ricardo C.L.F. Oliveira

Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação
Universidade Estadual de Campinas

2º Semestre 2019

Objetivos I

- O objetivo deste trabalho é realizar a identificação de parâmetros físicos associados a um modelo linear utilizando o Matlab e o software de simulação de robôs V-REP[1].

- O modelo é de um sistema massa-mola-amortecedor, como ilustrado na Figura 1.

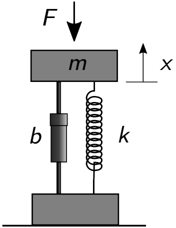

Figura: Sistema massa-mola-amortecedor.

Objetivos II

- Os valores dos parâmetros m (massa), b (coeficiente de atrito viscoso) e k (constante de mola) são desconhecidos, porém o sistema apresenta um comportamento oscilatório (propício ao método de identificação) ao ser submetido a uma força ou condição inicial.

- Analisaremos a posição da massa superior m em função de uma força aplicada F.

- Diferentemente dos experimentos 4 e 5, não trabalharemos com uma planta física, mas sim com o software V-REP, que simula a dinâmica do sistema utilizando sua *engine* física. Basicamente o experimento no V-REP consiste em aplicar sinais de entrada F convenientes de forma que os valores de posição da massa m ao longo do tempo possam ser usados em técnicas de identificação de parâmetros (consideraremos duas técnicas).

[1] `http://www.coppeliarobotics.com/`

Identificação de ξ e ω_n

- A função de transferência da força F (sinal de entrada) para a posição da massa superior x é dada por

$$H(s) = F(s)/X(s) = \frac{1}{ms^2 + bs + k} = \frac{\frac{1}{m}}{s^2 + \frac{b}{m}s + \frac{k}{m}} \tag{1}$$

O denominador da função de transferência está na forma padrão $s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2$, sendo ξ o coeficiente de amortecimento e ω_n a frequência natural de oscilação.

Identificação via resposta temporal I

- Uma maneira de identificar ξ e ω_n de uma função de transferência de segunda ordem com denominador na forma padrão é por meio de uma resposta temporal oscilatória (ocorre sempre que $\xi < 1$). Por exemplo, aplicando uma condição inicial na massa ou um pulso de pequena duração, obtém-se o comportamento apresentado na Figura 2.

Identificação via resposta temporal II

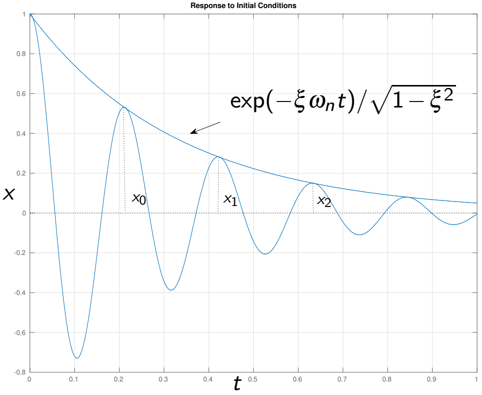

Figura: Cálculo do fator de amortecimento ξ.

- A partir dos instantes de tempo em que ocorrem, por exemplo, os picos x_0 e x_1, ou os cruzamentos com o zero, é possível determinar o período T e, consequentemente, a frequência de oscilação forçada ω_d dada por

$$\omega_d = \frac{2\pi}{T} = \omega_n\sqrt{1-\xi^2} \qquad (2)$$

O cálculo de ξ baseia-se em medidas de amplitude dos sucessivos picos da resposta subamortecida.

- O *decremento logarítmico* de um sistema de 2^a ordem subamortecido pode ser computado pela expressão

$$\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} = \frac{1}{2\pi n}\ln\frac{x_0}{x_n}.$$

em que x_n é o n-ésimo pico (quanto maior n, maior a precisão do cálculo). Esta expressão permite determinar ξ, pois os parâmetros x_0, x_n e n são conhecidos. Se

Identificação via resposta temporal IV

o amortecimento do sistema for pequeno (menor que 0.1), pode-se usar a aproximação

$$\xi \approx \frac{1}{2\pi n} \ln \frac{X_0}{X_n}.$$

- Uma vez determinado ξ, determina-se ω_n pela expressão (2).

- Uma outra maneira de identificar os parâmetros desconhecidos é por meio da resposta em frequência do sistema. Sabemos que para um sistema de segunda ordem subamortecido com $0 < \xi < \sqrt{2}/2$ a resposta em frequência apresenta um pico de ressonância M_p na frequência de ressonância w_r, como ilustra a Figura 3. Os valores de ξ e ω_n podem ser computados por meio das seguintes relações

$$\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\xi^2}, \quad M_p = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}$$

Note que o valor de M_p não está em dB e também assume-se que o ganho DC (ganho de frequência zero) do sistema é unitário (0 dB).

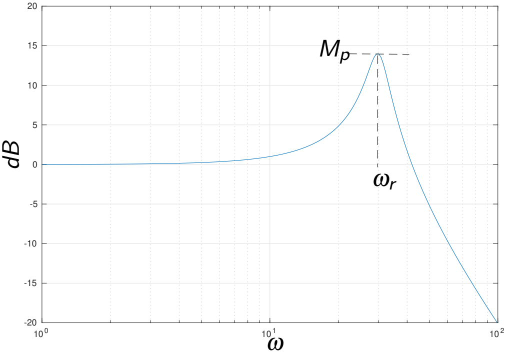

Figura: Diagrama de Bode do módulo para identificação de ω_r e M_p.

Identificação via resposta em frequência III

- Para realizar a identificação de ξ e ω_n podemos aplicar sinais de senoidais no modelo e obter um diagrama de módulo experimental. Os valores de ω_r e M_p são tomados na frequência em que ocorre a maior amplificação do sinal de entrada. Claramente, a qualidade da identificação dependerá do quão "fina" é a varredura feita na frequência do sinal senoidal (quanto mais fina melhor).

Identificação de m, b e k I

- Comparando os coeficientes do denominador da função de transferência (1) com $s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2$, tem-se

$$\frac{k}{m} = \omega_n^2, \quad b = 2\xi\sqrt{mk}$$

que, uma vez conhecidos ξ e ω_n, fornece um sistema com duas equações e três incógnitas, sendo insuficiente para determinar os parâmetros desconhecidos. Contudo, note que a primeira equação envolve apenas k e m e um novo experimento, com o valor de m modificado, produz uma nova equação em que k permanece o mesmo, permitindo obter os valores de m e k. Por exemplo, podemos repetir o experimento com uma massa adicional m_a (conhecida) sobre a massa do sistema, dando origem à equação

$$\frac{k}{m + m_a} = \omega_{na}^2$$

Identificação de m, b e k II

- Assim temos as seguintes equações que permitem determinar todos os parâmetros

$$m = \frac{m_a \omega_{na}^2}{\omega_n^2 - \omega_{na}^2}, \quad k = \omega_n^2 m, \quad b = 2\xi\sqrt{mk}$$

Note que o cômputo de b também poderia ser feito com $b = 2\xi_a\sqrt{(m+m_a)k}$.

- Em resumo, para identificar os parâmetros m, b e k, basta realizar dois experimentos. No primeiro considera-se a massa original e no segundo o valor da massa é aumentado (por um valor conhecido).

Obtenção da posição da massa via V-REP I

- No V-REP temos uma cena contendo um sistema massa-mola (o efeito do amortecedor está embutido nas propriedades da mola) e a aplicação da força é feita por meio de um *script* feito em Matlab, que "comanda" a simulação em modo síncrono. Esta interligação entre os dois programas é feita por um módulo chamado remoteAPI, que permite a conexão do V-REP com diversas linguagens e softwares.

- No Matlab, coloque as seguintes pastas no *path*:

../V-REP_PRO_EDU_V3_5_0\programming\remoteApiBindings\matlab\matlab
../V-REP_PRO_EDU_V3_5_0\programming\remoteApiBindings\lib\lib\Windows\64Bit

assumindo que o computador utilizado tem um sistema operacional Windows de 64bit. Ajuste de acordo com o seu computador se necessário. Copiar o conteúdo dessas duas pastas para a pasta em que você fará o seu desenvolvimento também é uma alternativa, nesse caso não precisando colocar as pastas no *path*.

Abertura da Cena no V-REP I

- No V-REP abra o arquivo `initialConditionMassSpring.ttt`, que está no mesmo arquivo zip em que este texto se encontra. A imagem que vai aparecer é similar à apresentada na Figura 4.

- Para que o Matlab possa iniciar uma simulação, só é necessário pressionar o botão *play*, que fica na parte superior da figura. Antes disso, próximo ao botão *play*, ajuste o passo de tempo para 10ms (clique na opção dt=10ms).

- Duas caixinhas à esquerda do passo de tempo se encontra a *engine* física, escolha ODE. Após pressionar o *play*, a simulação no Matlab pode ser iniciada (detalhes na próxima seção).

Abertura da Cena no V-REP II

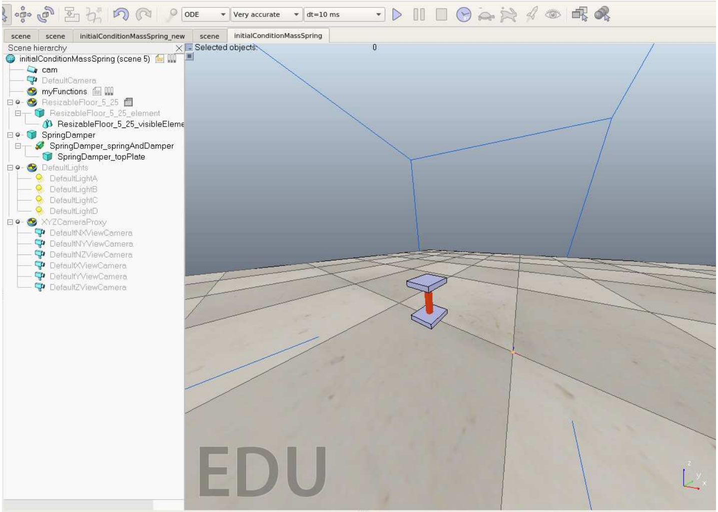

Figura: Tela do V-REP com a cena do sistema massa-mola.

Simulação no Matlab da resposta temporal I

Uma vez que a simulação foi iniciada no V-REP, o script

`identificaRespTemporal.m`

(que está no mesmo arquivo zip em que este texto se encontra) passa a "comandar" a simulação, basicamente realizando passos de 10ms.

- Inicialmente é aplicada uma força de $-50\ N$ (que durará 10ms - primeiro passo de tempo) no centro de massa da massa superior e no restante da simulação apenas a posição da massa é lida a cada passo de tempo, até que a posição da massa retorne ao repouso.

- O trabalho a ser realizado é apenas ir "guardando" a posição da massa, que a cada passo de tempo é atualizada na variável `position`. Em princípio o `script` termina após 2 segundos de simulação, mas é possível implementar uma condição para que a execução seja terminada assim que não houver mais mudança significativa na posição da massa (por exemplo, na quinta casa decimal).

Simulação no Matlab da resposta temporal II

- Terminada a simulação, os valores de picos e os respectivos instantes de tempo devem ser computados seguindo o procedimento apresentado anteriormente. Note que o valor da posição inicial da massa pode não ser zero e assim é necessário normalizar os dados (basicamente descontando o valor inicial de todos os valores). Assim determina-se o primeiro par (ξ, ω_n).

- Repete-se a simulação com um novo valor de massa (sugere-se usar 100g adicionais e análises mais detalhadas sobre esse valor, embora não obrigatórias, podem garantir pontos extras), chegando em novos valores de (ξ, ω_n).

- Finalmente aplica-se o procedimento indicado anteriormente para determinar os valores da massa, da constante da mola e do atrito viscoso.

Simulação no Matlab da resposta em frequência I

Uma vez que a simulação foi iniciada no V-REP, o script

`identificaBode.m`

(que está no mesmo arquivo zip em que este texto se encontra) passa a "comandar" a simulação, basicamente realizando passos de 10ms. Uma força na forma $-\text{sen}(\omega t)$ é aplicada ao longo de toda a simulação no centro de massa da massa superior e a posição da massa é lida a cada passo de tempo.

- O trabalho a ser realizado é apenas ir "guardando" a posição da massa, que a cada passo de tempo é atualizada na variável `position`. Em princípio a simulação só deve ser terminada após o sistema entrar em regime. Sugere-se pelo menos 2 segundos de simulação.

- Terminada a simulação, o valor de pico (tome o máximo) próximo aos últimos dados (do último ciclo, por exemplo) da simulação deve ser determinado e associado com a frequência em que a simulação foi feita. Note que o valor de pico deve ser computado em relação ao valor inicial (primeiro valor da variável `position`).

Simulação no Matlab da resposta em frequência II

- Repita este experimento para valores de frequência entre 25 e 33 rad/s. Depois escolha três ou quatro valores no entorno da frequência em que ocorreu a maior amplificação. Finalmente, tome a frequência em ocorreu a maior amplificação de todas como ω_r.

- O valor de M_p é o valor da amplitude na frequência ω_r. Contudo, note que esse sistema não tem ganho DC unitário. Para facilitar é fornecido o valor DC do modelo: 0.0049. Assim divide-se o valor de M_p por esse valor e aplica-se na fórmula para determinar ξ e na sequência ω_n.

- Repete-se a simulação com um novo valor de massa, chegando em novos valores de (ξ, ω_n). Finalmente aplica-se o procedimento indicado anteriormente para determinar os valores da massa, da constante da mola e do atrito viscoso.

- Recomendação: como são realizados diversos experimentos, um para cada frequência, é recomendado que a simulação no V-REP seja parada e começada novamente a cada teste de frequência. O objetivo é garantir que a posição inicial da massa seja a mesma cada vez que o Matlab inicia uma nova simulação. Como a unidade é metro e os deslocamentos são da magnitude de poucos centímetros,

Simulação no Matlab da resposta em frequência III

imprecisões na quarta ou quinta casa decimal podem diminuir a acurácia da identificação dos parâmetros.