

Documentazione

Andrea Berlingieri

Ultimo aggiornamento:17 luglio 2017

Indice

0.1	Note generali valide per tutte le strutture dati	1
1	List	3
1.1	Metodi della classe List	3
1.2	Metodi della classe List_iterator	5
1.3	Esempio di utilizzo	6
2	Hashtable	7
2.1	Metodi della classe HashPair	9
2.2	Metodi della classe hash_iterator	9
2.3	Metodi della classe HashTable	10
2.4	Esempio di utilizzo	12
3	Set	15
3.1	Hash::Set	15
3.2	Metodi per la classe Hash::Set	15
3.3	Metodi della classe Hash::set_iterator	16
3.4	Tree::Set	16
3.5	Esempio di utilizzo	17
4	Tree	20
4.1	Metodi della classe Tree	20
4.2	Metodi della classe TreeNode	21
4.3	Esempio di utilizzo	22

0.1 Note generali valide per tutte le strutture dati

Tutte le strutture dati sono parametriche: questo vuol dire che possono essere usate per gestire qualsiasi tipo di dato. Quando si vuole istanziare un oggetto è necessario passare anche i tipi di dato come parametri tra parentesi <> dopo il nome della struttura dati. Ad esempio:

```
int main()
```

```
{  
    ...  
    List<int> numbers;  
    ...  
}
```

Per sapere il numero di parametri richiesti dalla struttura dati basta guardare nell'header della struttura dati, che si trova nella cartella *include*.

In genere tutte le funzioni per il tipo di dato sono dichiarate nell'header, che si trova nella cartella *include*, mentre il codice vero è proprio si trova nella cartella *src*. Di solito è sufficiente controllare l'header di una struttura dati per conoscere la funzione dei metodi, dove ogni metodo è commentato con ciò che fa e le eventuali precondizioni.

Per ogni struttura dati si ha un file di esempio di utilizzo della struttura dati, chiamato *main.cpp*. Per compilarlo è sufficiente utilizzare il comando *make*; verrà creato un eseguibile chiamato *Test*.

Capitolo 1

List

List è un'implementazione di una lista bidirezionale, circolare con sentinella realizzata coi puntatori. Il suo costruttore non richiede parametri. Per iterare lungo la lista si può usare la classe *List_iterator* nel seguente modo:

```
int main()
{
    ...
    List<int> numbers;
    ...
    for(List_iterator<int> it = numbers.begin(); it !=
        numbers.end(); it++)
    {
        cout << *it << " ";
    }
}
```

1.1 Metodi della classe List

List()

Costruttore della classe List. Crea una lista vuota. Complessità: $O(1)$.

~List()

Distruttore della classe List. Libera la memoria occupata dalla Lista quando va out of scope. Complessità: $O(1)$.

bool empty()

Ritorna *true* se la lista è vuota, *false* altrimenti. Complessità: $O(1)$.

bool finished(iterator p)

Dato un `List_iterator` `p`, ritorna *true* se punta alla fine della lista, *false* altrimenti. Complessità: $O(1)$.

bool contains(T v)

Dato un elemento di tipo `T`, restituisce *true* se è contenuto nella lista, *false* altrimenti. Complessità: $O(n)$.

iterator begin()

Ritorna un iteratore che punta al primo elemento della lista. Il tipo è `List_iterator<T>`. Complessità: $O(1)$.

Nota: la cella puntata da `begin()` contiene un valore della lista.

iterator end()

Ritorna un iteratore che punta alla cella successiva all'ultima cella contenente un elemento della lista della lista. Il tipo è `List_iterator<T>`. Complessità: $O(1)$.

Nota: la cella puntata da `end()` **non** contiene un valore della lista. Si tratta della sentinella, utilizzare l'operatore `*` con un iteratore che punta a tale cella darà risultati inaspettati. Da utilizzarsi per controllare se si è finita la lista durante una scansione.

void insert(iterator p, T v)

Dato un iteratore che punta ad una cella della lista (anche la sentinella), inserisce l'elemento *v* nella posizione prima dell'elemento puntato da *p*. Complessità: $O(1)$.

void insert(T v)

Dato un elemento *v*, lo inserisce in testa alla lista. Complessità: $O(1)$.

void remove(iterator& p)

Dato un iteratore *p* che punta ad un elemento della lista, rimuove tale elemento dalla lista e incrementa *p*. Complessità: $O(1)$.

void write(iterator p, T v)

Dato un iteratore *p* che punta ad un elemento della lista e un elemento *v*, scrive l'elemento *v* al posto di quello puntato da *p*. Complessità: $O(1)$.

1.2 Metodi della classe `List_iterator`

`List_iterator(ListNode<T>* node)`

Costruttore. Dato l'indirizzo di un nodo crea un puntatore che punta tale nodo. Complessità: $O(1)$.

`List_iterator()`

Costruttore di default.

`T& operator*()`

Operatore di dereferenziamento. Dato un `List_iterator` *it*, **it* restituisce l'elemento contenuto nella cella puntata da *it* per riferimento. Complessità: $O(1)$.

`bool operator==(const iterator & rhs) const`

Operatore di confronto. Ritorna *true* se due iteratori puntano alla stessa cella, *false* altrimenti. Complessità: $O(1)$.

`bool operator!=(const iterator & rhs) const`

Ritorna l'opposto di *p1 == p2*. Complessità: $O(1)$.

`iterator& operator++()`

Operatore di incremento prefisso (*++p*). Applicato ad un iteratore lo incrementa e restituisce il nuovo iteratore incrementato. Complessità: $O(1)$.

`iterator& operator++(int)`

Operatore di incremento postfisso (*p++*). Applicato ad un iteratore lo incrementa e restituisce il vecchio iteratore prima dell'incremento. Complessità: $O(1)$.

`iterator& operator--()`

Operatore di decremento prefisso (*--p*). Applicato ad un iteratore lo decrementa e restituisce il nuovo iteratore decrementato. Complessità: $O(1)$.

`iterator& operator--(int)`

Operatore di decremento postfisso (*p--*). Applicato ad un iteratore lo decrementa e restituisce il vecchio iteratore prima del decremento. Complessità: $O(1)$.

1.3 Esempio di utilizzo

```
#include <iostream>
#include "include/List.h"

using namespace std;

int main()
{
    List<int> l;
    List_iterator<int> it;
    for(int i = 0; i < 10; i++)
        l.insert(i);
    for(it = l.begin(); it != l.end(); it++)
    {
        cout << *it << " ";
    }

    cout << endl;

    for(it = --l.end(); it != l.end(); it--)
    {
        cout << *it << " ";
    }
    cout << endl;

}
```

Output:

```
9 8 7 6 5 4 3 2 1 0
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
```

Capitolo 2

Hashtable

Hashtable è un'implementazione di una tabella hash con memorizzazione esterna basata su liste di trabocco realizzate tramite la struttura dati List che vengono memorizzate all'interno di un vettore. Richiede due parametri: il tipo della chiave ed il tipo del valore.

Mentre per il tipo del valore non è richiesto alcunchè, per il tipo della chiave è necessario che venga implementato il metodo hash del namespace std, di modo che sia possibile generare un codice hash data una chiave. Lo schema generale è il seguente:

```
...
namespace std
{
    template <T> struct hash<T>
    {
        size_t operator()(T & n) const
        {
            ...
            Codice che genera l'hash code
            ...
        }
    };
}
...
```

dove T rappresenta un generico tipo. È possibile avvalersi della funzione `std::hash`, già definita in C++ per diversi tipi primitivi e per le stringhe. Esempio:

```
...
class Node {

    private:

        string name;
```



```

        int weight;
    ...
};
...

namespace std
{
    template <> struct hash<Node>
    {
        size_t operator()(Node & n) const
        {
            return hash<string>()(n.getName());
        }
    };
}
...

```

Inoltre è necessario implementare l'operatore di confronto `==` tra due oggetti della classe da utilizzare come chiave. Per farlo è necessario aggiungere la dichiarazione dell'operatore al corpo della classe e implementarlo poi fuori dalla classe, in questo modo:

```

class Node
{
    private:
        string name;
        int weight;
    ...
    public:
        friend bool operator ==(const Node& n1, const Node& n2);
    ...
};

bool operator ==(const Node& n1, const Node& n2)
{
    return (n1.name == n2.name) && (n1.weight == n2.weight);
}

```

Nota: nella dichiarazione è necessaria la keyword *friend*, nella definizione non bisogna metterla.

Oltre alla versione che richiede due parametri sotto al namespace *keyOnly* ce n'è una che richiede solo un parametro, quello della chiave. Viene utilizzata per realizzare un insieme basato su Hashtable, non ha altri usi utili, si consiglia, se serve memorizzare una collezione di valori in modo da effettuare in modo efficiente ($O(1)$ nel caso medio) operazioni di inserimento, eliminazione e verifica che un elemento sia parte della collezione, si consiglia di utilizzare la struttura dati `Hash::Set`.

2.1 Metodi della classe HashPair

HashPair è una classe che mantiene la coppia chiave-valore nella tabella. Richiede due parametri: il tipo della chiave ed il tipo del valore.

HashPair()

Costruttore di default.

HashPair(K key, V value)

Crea un HashPair data una chiave ed un valore. Complessità: $O(1)$.

K getKey()

Ritorna la chiave contenuta nell'HashPair. Complessità: $O(1)$.

void setKey(K key)

Setter per la chiave della coppia. Complessità: $O(1)$.

Nota: per modificare oggetti nella tabella utilizzare le operazioni di *insert* e *remove* della classe Hashtable.

getValue()

Ritorna il valore contenuto nell'HashPair. Complessità: $O(1)$.

void setValue(V v)

Setter per il valore della coppia. Complessità: $O(1)$.

Nota: per modificare oggetti nella tabella utilizzare le operazioni di *insert* e *remove* della classe Hashtable.

2.2 Metodi della classe hash_iterator

hash_iterator è una classe utilizzata per iterare in una tabella hash. Va istanziata con i tipi della chiave e del valore della tabella da iterare.

friend bool operator == <>(const hash_iterator& it, const hash_iterator& it2)

Operatore di confronto tra hash_iterator. Ritorna *true* se i due iteratori si riferiscono alla stessa tabella ed allo stesso elemento della tabella. Complessità: $O(1)$.

friend bool operator != <>(const hash_iterator& it, const hash_iterator& it2)

Operatore di confronto tra hash_iterator. Ritorna l'opposto di $it1 == it2$. Complessità: $O(1)$.

hash_iterator begin()

Ritorna un hash_iterator che punta al primo elemento della tabella a cui è legato. Complessità: $O(m + n)$ nel caso pessimo, dove m rappresenta il numero di liste di trabocco.

hash_iterator end()

Ritorna un hash_iterator che punta alla fine della tabella. Complessità: $O(1)$.

Nota: questo hash_iterator non contiene alcun elemento della tabella.

hash_iterator operator++()

Operatore di incremento prefisso ($++p$). Applicato ad un iteratore lo incrementa e restituisce il nuovo iteratore incrementato. Complessità: $O(1)$.

hash_iterator operator++(int)

Operatore di incremento postfisso ($p++$). Applicato ad un iteratore lo incrementa e restituisce il vecchio iteratore prima dell'incremento. Complessità: $O(1)$.

HashPair<K,V>operator *()

Operatore di dereferenziazione. Restituisce l'HashPair a cui il puntatore si riferisce. Complessità: $O(1)$.

Nota: Per ottenere la chiave o il valore dell'HashPair è necessario utilizzare i rispettivi getters. Ogni modifica all'HashPair dereferenziato non si rispecchia in una modifica nella tabella, per quello è necessario utilizzare i metodi *insert* e *remove* della classe HashTable.

2.3 Metodi della classe HashTable

HashTable()

Costruttore di default. Da non usare, altrimenti l'utilizzo della tabella darà errori di segmentation fault.

HashTable(int capacity)

Data una dimensione, crea una HashTable con un numero pari a *capacity* di liste di trabocco (**bucket list**). Complessità: $O(m)$.

~HashTable()

Distruttore della classe HashTable. Libera la memoria occupata dalla tabella quando va out of scope. Complessità: $O(1)$.

bool contains(K k)

Ritorna *true* se la tabella contiene la chiave *k*, *false* altrimenti. Complessità: $O(1)$ nel caso medio.

V lookup(K k)

Ritorna l'elemento associato alla chiave *k*, se presente nella tabella; altrimenti ritorna un oggetto di tipo *V* costruito col costruttore di default e con i valori di default. Complessità: $O(1)$ nel caso medio.

V operator[] (K k)

Come l'operatore di lookup, ma la chiave viene passata tra parentesi quadre, come se la tabella fosse un vettore. Esempio: $V\ value = table[key]$. Complessità: $O(1)$ nel caso medio.

void insert(K key, V value)

Inserisce la coppia chiave-valore nella tabella. Complessità: $O(1)$ nel caso medio.

void remove(K key)

Rimuove, se presente, la chiave *key* ed il valore ad essa associata dalla tabella. Complessità: $O(1)$ nel caso medio.

hash_iterator<K,V>begin()

Ritorna un iteratore che punta alla prima coppia chiave-valore della tabella. Complessità: $O(m + n)$ nel caso pessimo.

hash_iterator<K,V>end()

Ritorna un iteratore che punta alla fine della tabella. Complessità: $O(1)$.

Nota: la cella puntata dall'iteratore non contiene alcun elemento della tabella.

2.4 Esempio di utilizzo

```
#include "include/HashTable.h"
#include <limits.h>
#include <iostream>
#include <string>

using namespace std;

struct var
{
    string name,type,kind;
    int n;
};

class Node {

    private:

        string name;
        int weight;

    public:

        Node()
        {
            name = "";
            weight = INT_MAX;
        }

        Node(const Node& m)
        {
            name = m.name;
            weight = m.weight;
        }

        Node(string name, int weight): name(name), weight(weight)
        {}

        string getName()
        {
            return this->name;
        }

        void setName(string name)
        {
            this->name = name;
        }
}
```

```

        void setWeight(int weight)
        {
            this->weight = weight;
        }

        int getWeight()
        {
            return this->weight;
        }

        void print()
        {
            cout << name << " " << weight << endl;
        }

        friend bool operator ==(const Node& n1, const Node& n2);
};

namespace std
{
    template <> struct hash<Node>
    {
        size_t operator()(Node & n) const
        {
            return hash<string>()(n.getName());
        }
    };
}

bool operator ==(const Node& n1, const Node& n2)
{
    return (n1.name == n2.name) && (n1.weight == n2.weight);
}

Node nil("",INT_MAX);

int main()
{
    HashTable<string,Node> H2(10);

    H2.insert("numero 1",{ "numero 1", 1});
    H2.insert("numero 2",{ "numero 2", 2});
    H2.insert("numero 3",{ "numero 3", 3});
    H2.insert("numero 4",{ "numero 4", 4});

    Node i;

```

```
i = H2.lookup("numero 1");
i.print();
i = H2.lookup("numero 4");
i.print();
i = H2["numero 2"];
i.print();
i = H2["numero 3"];
i.print();

H2.remove("numero 1");
i = H2.lookup("numero 1");
if(i == nil)
    cout << "Element not found" << endl;

for(hash_iterator<string,Node> it = H2.begin(); it != it.end(); it++)
    (*it).getValue().print();
}
```

Output:

```
numero 1 1
numero 4 4
numero 2 2
numero 3 3
Element not found
numero 4 4
numero 3 3
numero 2 2
```

Capitolo 3

Set

Set contiene l'implementazione di un insieme con liste non ordinate, con tabelle hash e con alberi binari di ricerca bilanciati, rispettivamente sotto i namespace *list*, *Hash*, *Tree*. Si consiglia l'utilizzo degli [Hash::Set](#), in quanto più efficienti per le operazioni di inserimento, rimozione degli elementi e di verifica che un elemento appartenga all'insieme ($O(1)$ nel caso medio). In alternativa è possibile utilizzare la realizzazione basata su alberi bilanciati, che richiede $O(\log n)$ nel caso pessimo per tali operazioni.

3.1 Hash::Set

La classe `Hash::Set` prende come parametro un solo tipo, quello degli elementi. Per questo tipo di dato è necessario prendere gli stessi accorgimenti richiesti per usare tale tipo come chiave in una `HashTable`, già specificati nella sezione [Hashtable](#).

3.2 Metodi per la classe Hash::Set

`Set()`

Costruttore di default. Da non usare, altrimenti l'utilizzo dell'insieme causerà errori di segmentation fault.

`Set(int capacity)`

Data una capacità, crea un insieme con tale dimensione. Complessità: $O(m)$.

Nota: essendo l'insieme realizzato con `HashTable` con memorizzazione esterna, il numero di elementi all'interno dell'insieme può anche superare la capacità. Si consiglia tuttavia di dare una dimensione doppia rispetto a quella teorica che ci si aspetta, di modo che le operazioni sull'insieme restino efficienti. Se il fatto-

re di carico α della HashTable supera 2, non è più una scelta efficiente l'utilizzo della HashTable per la memorizzazione degli elementi.

bool isEmpty()

Ritorna *true* se l'insieme è vuoto, *false* altrimenti. Complessità: $O(1)$.

bool insert(T x)

Dato un elemento x , lo inserisce nell'insieme, se non già presente, e ritorna *true*; se l'elemento è già presente, ritorna *false*. Complessità: $O(1)$.

bool remove(T x)

Dato un elemento x , lo rimuove dall'insieme, se presente, e ritorna *true*; se l'elemento non fa parte dell'insieme, ritorna *false*. Complessità: $O(1)$ nel caso medio.

set_iterator<T>begin()

Ritorna un iteratore che punta al primo oggetto dell'insieme. Complessità: $O(m + n)$ nel caso pessimo.

set_iterator<T>end()

Ritorna un iteratore che punta alla fine dell'insieme. Complessità: $O(1)$.

Nota: questo iteratore non punta ad alcun elemento dell'insieme.

3.3 Metodi della classe Hash::set_iterator

I metodi di questa "classe" sono gli stessi di quelli della classe `hash_iterator` (fondamentalmente si tratta di un wrapper). Si veda [Metodi della classe hash_iterator](#) per maggiori dettagli.

3.4 Tree::Set

Le operazioni sono fondamentalmente le stesse della sezione [Metodi per la classe Hash::Set](#). Ciò che cambia è la complessità di alcuni metodi. Il costruttore ha complessità $O(1)$, le operazioni *contains*, *insert* e *remove* richiedono $O(\log n)$ nel caso pessimo. *begin* richiede $O(\log n)$ e *end* richiede $O(1)$.

Il *Tree::Set* preserva l'ordine tra gli elementi dell'insieme, purché sia definita una relazione d'ordine totale sugli elementi dell'insieme. Per utilizzare il *Tree::Set* con un certo tipo di dato, è necessario fare l'overload degli operatori $<$, $>$, $=$, $!=$ per tale tipo di dato in modo da poter far confronti tra gli oggetti; per i tipi primitivi ovviamente non è necessario.

3.5 Esempio di utilizzo

```
#include <limits.h>
#include "include/set.h"
#include <iostream>

using namespace std;

class Integer
{
    private:
        int i;

    public:
        Integer()
        {
            i = INT_MAX;
        }

        Integer(int a):i(a){ };

        friend ostream& operator <<(ostream& out,Integer i);

        int getN()
        {
            return this->i;
        }

        friend bool operator ==(Integer n, Integer m);
        friend bool operator <(Integer n, Integer m);
        friend bool operator >(Integer n, Integer m);
        friend bool operator !=(Integer n, Integer m);

};

ostream& operator <<(ostream& out,Integer i)
{
    out << i.i;
}

bool operator ==(Integer n, Integer m)
{
    return (n.i == m.i);
}

bool operator <(Integer n, Integer m)
```

```

{
    return (n.i < m.i);
}

bool operator >(Integer n, Integer m)
{
    return (n.i > m.i);
}

bool operator !=(Integer n, Integer m)
{
    return !(n == m);
}

namespace std
{
    template <> struct hash<Integer>
    {
        size_t operator()(Integer i) const
        {
            return hash<int>()(i.getN());
        }
    };
}

int main()
{
    Hash::Set<Integer> a(193);
    cout << "Hash set" << endl;

    for(int i = 0; i < 10; i++)
        a.insert(Integer(i));
    for(Hash::set_iterator<Integer> it = a.begin(); it != a.end(); it++)
        cout << *it << " ";

    cout << endl;

    for(int i = 0; i < 5; i++)
        a.remove(Integer(i));

    for(Hash::set_iterator<Integer> it = a.begin(); it != a.end(); it++)
        cout << *it << " ";

    cout << endl;

    Tree::Set<Integer> s;
    cout << "Tree set" << endl;

    for(int i = 0; i < 10; i++)
    {

```

```

        s.insert(Integer(i));
    }

    for(Tree::set_iterator<Integer> it = s.begin(); it != s.end(); it++)
    {
        cout << *it << " ";
    }
    cout << endl;

    for(int i = 0; i < 5; i++)
        s.remove(Integer(i));

    for(Tree::set_iterator<Integer> it = s.last(); it != s.end(); it--)
    {
        cout << *it << " ";
    }
    cout << endl;
}

```

Output:

```

Hash set
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
5 6 7 8 9
Tree set
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
9 8 7 6 5

```

Capitolo 4

Tree

Tree è un'implementazione di un albero con un numero arbitrario di figli per nodo realizzato tramite puntatori padre-figlio-fratello. Una gerarchia dall'alto verso il basso e da sinistra verso destra è conseguenza della struttura della classe.

La classe Tree contiene l'albero intero. Per lavorare sui singoli nodi si utilizza un puntatore alla classe ListNode.

Un solo parametro è richiesto, il tipo dei dati da mantenere.

4.1 Metodi della classe Tree

Tree()

Crea un albero vuoto. La radice è **nullptr**. Complessità: $O(1)$.

Tree(T v)

Crea un albero con un solo nodo contenente il valore v . Complessità: $O(1)$.

~Tree()

Distruttore. Libera la memoria occupata dall'albero quando questo va out of scope o viene esplicitamente eliminato. Complessità: $O(n)$.

TreeNode* getRoot()

Resituisce la radice dell'albero. Complessità: $O(1)$.

4.2 Metodi della classe `TreeNode`

`TreeNode()`

Costruttore di default. Crea un nodo vuoto. Il valore contenuto in `value` è indeterminato. Complessità: $O(1)$.

`TreeNode(T value)`

Crea un nodo contenente l'elemento *value*. Complessità: $O(1)$.

`T getValue()`

Restituisce il valore contenuto nel nodo. Complessità: $O(1)$.

`void setValue(T value)`

Scrive *value* al posto del valore contenuto del nodo. Complessità: $O(1)$.

`TreeNode* getParent()`

Restituisce un puntatore al padre del nodo. Complessità: $O(1)$.

`TreeNode* getChild()`

Restituisce un puntatore al primo figlio del nodo (Quello più a sinistra). Complessità: $O(1)$.

`TreeNode* getSibling()`

Restituisce un puntatore al fratello destro del nodo. Complessità: $O(1)$.

`void insertChild(TreeNode* t)`

Inserisce il sottoalbero contenuto in *t* come primo figlio del nodo. Complessità: $O(1)$. **Precondizione:** il padre di *t* deve essere `nullptr`.

`void insertSibling(TreeNode* t)`

Inserisce il sottoalbero contenuto in *t* come fratello destro del nodo. Complessità: $O(1)$. **Precondizione:** il padre di *t* deve essere `nullptr`.

`void deleteChild()`

Elimina il sottoalbero contenuto nel primo figlio. Complessità: $O(h)$, dove *h* rappresenta l'altezza dell'albero. Caso pessimo: $O(n)$.

void deleteSibling()

Elimina il sottoalbero contenuto nel fratello destro. Complessità: $O(n)$ nel caso pessimo.

4.3 Esempio di utilizzo

```
#include "include/tree.h"
#include "../Queue/include/queue.h"
#include <iostream>
#include <string>

using namespace std;

template<typename T>
void preVisit(Tree<T>& t);

template<typename T>
void postVisit(Tree<T>& t);

template<typename T>
void inVisit(Tree<T>& t, int i);

template<typename T>
void levelVisit(Tree<T>& t);

int main()
{
    Tree<string> T("+");
    TreeNode<string>* t2 = new TreeNode<string>("x");
    TreeNode<string>* t3 = new TreeNode<string>("*");
    TreeNode<string>* t4 = new TreeNode<string>("f");
    TreeNode<string>* t5 = new TreeNode<string>("5");
    TreeNode<string>* t6 = new TreeNode<string>("2");
    TreeNode<string>* t7 = new TreeNode<string>("y");
    TreeNode<string>* t8 = new TreeNode<string>("-");
    TreeNode<string>* t9 = new TreeNode<string>("z");
    T.getRoot()->insertChild(t2);
    t2->insertSibling(t3);
    t3->insertChild(t4);
    t4->insertSibling(t5);
    t4->insertChild(t6);
    t6->insertSibling(t7);
    t7->insertSibling(t8);
    t8->insertChild(t9);
    cout << "Formula: x + f(2,y,-z)*5" << endl;
    cout << "Previsit:" << endl;
    preVisit(T);
}
```

```

        cout << "Postvisit:" << endl;
    postVisit(T);
    cout << "Invisit (i = 1):" << endl;
    inVisit(T,1);
    cout << "Visit by levels: " << endl;
    levelVisit(T);
}

template<typename T>
void preVisit(TreeNode<T>* n, int level)
{
    for(int i = 0; i < level; i++)
        cout << "\t";
    cout << n->getValue() << endl;
    TreeNode<T>* u = n->getChild();
    while (u != nullptr)
    {
        preVisit(u,level + 1);
        u = u->getSibling();
    }
}

template<typename T>
void preVisit(Tree<T>& t)
{
    if(t.getRoot() != nullptr)
        preVisit(t.getRoot(),0);
    cout << endl;
}

template<typename T>
void postVisit(Tree<T>& t)
{
    if(t.getRoot() != nullptr)
        postVisit(t.getRoot());
    cout << endl;
}

template<typename T>
void postVisit(TreeNode<T>* t)
{
    TreeNode<T>* u = t->getChild();
    while (u != nullptr)
    {
        postVisit(u);
        u = u->getSibling();
    }
    cout << t->getValue() << " ";
}

```



```

template<typename T>
void inVisit(Tree<T>& t,int i)
{
    if(t.getRoot() != nullptr)
        inVisit(t.getRoot(),i);
    cout << endl;
}

template<typename T>
void inVisit(TreeNode<T>* t,int i)
{
    int k = 0;
    TreeNode<T>* u = t->getChild();
    while ((u != nullptr) && (k < i))
    {
        inVisit(u,i);
        u = u->getSibling();
        k++;
    }
    cout << t->getValue() << " ";
    while (u != nullptr)
    {
        inVisit(u,i);
        u = u->getSibling();
    }
}

template<typename T>
void levelVisit(Tree<T>& t)
{
    if(t.getRoot() != nullptr)
    {
        Queue<TreeNode<T>*> q;
        q.enqueue(t.getRoot());
        while (!q.isEmpty())
        {
            TreeNode<T>* u = q.dequeue();
            cout << u->getValue() << " ";
            u = u->getChild();
            while (u != nullptr)
            {
                q.enqueue(u);
                u = u->getSibling();
            }
        }
        cout << endl;
    }
}

```

Output:

Formula: $x + f(2,y,-z)*5$

Previsit:

+

 x

 *

 f

 2

 y

 -

 z

 5

Postvisit:

x 2 y z - f 5 * +

Invisit (i = 1):

x + 2 f y z - * 5

Visit by levels:

+ x * f 5 2 y - z
