Logica per l'informatica - Relazioni tra funzioni

Andrea Malvezzi

28 Novembre, 2024

Contents

1 L'insieme quoziente **3**

2 Definizione di insieme finito **3**

3 Operazioni tra numeri cardinali **3**

3.1 Minore uguale 3

3.1.1 Esempio 3

3.2 Teorema di Cantor 4

1 L'insieme quoziente

Utile quando si lavora con gli infiniti per definire la cardinalità degli insiemi. Per farlo occorre definire nuovi insiemi dove si usano numeri diversi da quelli naturali. Per fare ciò risultano utili le proprietà delle funzioni: consideriamo una funzione A e una funzione B.

- Se l'insieme A risulta iniettivo rispetto al B, allora B ha sicuramente un numero di elementi uguale ad A, ma potrebbe anche averne di più.
- Se l'insieme A risulta biiettivo rispetto al B, allora A e B hanno la stessa cardinalità.

Quando si considera l'infinito occorre però usare alcune accortezze: ad esempio l'insieme dei pari ha cardinalità pari all'insieme dei numeri naturali, in quanto si può scrivere una funzione dove ad ogni naturale si associa un numero pari. Entrambi questi due insiemi avranno quindi cardinalità pari ad *aleph 0* ($\aleph_0$).
Per indicare la cardinalità di un insieme A si usa la scrittura $|A|$, che indica il numero cardinale $[A]$.

2 Definizione di insieme finito

Un insieme si dice finito quando … non è infinito.

3 Operazioni tra numeri cardinali

Avendo due numeri cardinali x, y corrispondenti rispettivamente ad $|A|$ e $|B|$, allora:

3.1 Minore uguale

Dire che $x \leq y$ corrisponde a dire che l'insieme A è iniettivo rispetto all'insieme B, ma che l'insieme B potrebbe contenere ulteriori elementi.

3.1.1 Esempio

Consideriamo $2 \leq 3$:

- $2 = |\{a, b\}|$; $3 = |\{a, b, c\}|$, perciò $2 \neq 3$.
- Considerando i due insiemi appena definiti si può notare come vi sia iniettività da A a B, ma B abbia più elementi.

3.2 Teorema di Cantor