

# Architettura degli Elaboratori - Porte logiche e circuiti combinatori

Andrea Malvezzi

26 Settembre, 2024

# Contents

<b>1</b>	<b>Algebra di Boole</b>	<b>3</b>
1.1	Espressioni booleane . . . . .	3
1.2	Proprietà dell'algebra di Boole . . . . .	3
1.2.1	La legge di De Morgan . . . . .	4
1.2.2	Esempio di applicazione della legge di De Morgan . . .	4
1.3	Formula canonica . . . . .	4
1.3.1	Esempio di formula canonica . . . . .	4

# 1 Algebra di Boole

## 1.1 Espressioni booleane

Un'espressione booleana si costruisce usando:

- 0 e 1 (False e True);
- gli operatori booleani (o logici);
- delle variabili sempre con valore 0 oppure 1.

## 1.2 Proprietà dell'algebra di Boole

Nella tabella seguente sono presenti delle equivalenze per descrivere le proprietà dell'algebra di Boole.

Name	AND form	OR form
Identity law	$1A = A$	$0 + A = A$
Null law	$0A = 0$	$1 + A = 1$
Idempotent law	$AA = A$	$A + A = A$
Inverse law	$A\bar{A} = 0$	$A + \bar{A} = 1$
Commutative law	$AB = BA$	$A + B = B + A$
Associative law	$(AB)C = A(BC)$	$(A + B) + C = A + (B + C)$
Distributive law	$A + BC = (A + B)(A + C)$	$A(B + C) = AB + AC$
Absorption law	$A(A + B) = A$	$A + AB = A$
De Morgan's law	$\overline{AB} = \bar{A} + \bar{B}$	$\overline{A + B} = \bar{A}\bar{B}$

Figure 1: Una visualizzazione delle proprietà dell'algebra di Boole.

### 1.2.1 La legge di De Morgan

La più importante tra le leggi presentate è sicuramente quella di De Morgan, in quanto permette di passare da una colonna della tabella all'altra in modo semplice e veloce.

### 1.2.2 Esempio di applicazione della legge di De Morgan

- Per cominciare, scriviamo la OR form della legge inversa:  $A + \bar{A} = 1$ ;
- Seguentemente occorre pensare a com'è scritta l'espressione: siamo davanti ad una OR tra due variabili A, di cui una negata, il tutto pari ad 1;
- Ora osserviamo la legge di De Morgan nella forma OR. Questa afferma quanto segue: La negazione di una OR equivale ad una AND con entrambi gli input negati;
- Applichiamo quindi De Morgan:  $\overline{A + A} = 1$  diventerà  $\overline{A\bar{A}} = \bar{1}$ , ovvero  $\overline{A\bar{A}} = 0$ .

Ed ecco mostrato come passare da un lato all'altro della tabella tramite la formula di De Morgan.

## 1.3 Formula canonica

Una funzione booleana si può definire attraverso un'espressione basata solamente sulla AND, la OR e la NOT.

Inoltre, una funzione booleana è esprimibile in una forma detta "canonica". Per ricavarla occorre:

- identificare tutte le combinazioni per cui la funzione in esame è vera (queste son dette **mintermini**);
- fare la OR dei mintermini trovati;

### 1.3.1 Esempio di formula canonica