Analisi Matematica
Nomenclatura e funzioni

Andrea Malvezzi

16 settembre 2024

1 Insiemi numerici

- $\mathbb{N} \rightarrow$ numeri naturali, $\{0, 1, 2, 3, 4, ...\}$;
- $\mathbb{Z} \rightarrow$ numeri interi, $\{..., -2, -1, 0, 1, 2, ...\}$;
- $\mathbb{Q} \rightarrow$ numeri razionali, $\{p/q : p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0\}$;
- $\mathbb{R} \rightarrow$ numeri reali, $\{..., -\sqrt{5}, -1/2, 0, 1, 4/7, ...\}$

2 Notazioni

- $\in \rightarrow$ appartiene;
- $\notin \rightarrow$ non appartiene;
- $\forall \rightarrow$ per ogni;
- " : ","|" $\rightarrow$ tale che;
- $\exists \rightarrow$ esiste (almeno uno);
- $\nexists \rightarrow$ non esiste;
- $\exists! \rightarrow$ esiste un unico elemento;
- $\vee \rightarrow$ vel/oppure, or logico;
- $\wedge \rightarrow$ et/e, and logico;
- $\subseteq \rightarrow$ inclusione tra insiemi;
- $\nsubseteq \rightarrow$ non inclusione tra insiemi;
- $\cup \rightarrow$ unione tra insiemi;
- $\cap \rightarrow$ intersezione tra insiemi;

3 Implicazioni

$p \Rightarrow q$:

- $p \rightarrow$ condizione **sufficiente** per far valere q (**ipotesi**);
- $q \rightarrow$ condizione **necessaria** per far valere p (**tesi**);

3.1 Esempio di implicazione

- $p =$ "$x = 2$";
- $q =$ "$x^2 = 4$";
- $p \Rightarrow q =$ "se p $(x = 2)$ allora q $(x^2 = 4)$";

Qui p è condizione sufficiente per fare valere q, in quanto $2^2 = 4$. Tuttavia, 2 non è l'unica cifra per cui $x^2 = 4$, difatti anche $(-2)^2 = 4$.
D'altrocanto, per avere $x = 2$ nel contesto della nostra implicazione **occorre** che q valga. Quindi q è condizione necessaria per fare valere p.

4 Negazioni

Una negazione si indica con un "cappellino" sopra al simbolo che si vuole utilizzare:

- $\not\forall$ che equivale a dire $\exists$;
- $\nexists$ che equivale a dire $\forall$;

Inoltre, negare un'intera implicazione invertendo tesi e ipotesi mantiene la tabella di verità intoccata. Perciò:

- $\not q \Rightarrow \not p$ è logicamente equivalente a $p \Rightarrow q$.

5 Coimplicazioni

$p \Leftrightarrow q = p$ **coimplica** q oppure p sse (se e solo se) q.
Questo significa che:
$p \Rightarrow q \wedge q \Rightarrow p$, ovvero che le proposizioni di p e di q sono logicamente equivalenti.

5.1 Esempio di coimplicazione

Consideriamo quanto segue:

- p: "Oggi è lunedì";
- q: "Domani è martedì";

La coimplicazione $p \Leftrightarrow q$ si legge "Oggi è lunedì sse domani è martedì." Quindi la coimplicazione varrà solamente nel caso in cui p e q siano entrambe vere o false contemporaneamente.

6 Funzioni

Una funzione definita da A a B si indica con la seguente scrittura:

$$f : A \to B$$

Qui, A corrisponde al **dominio** della funzione, mentre B al suo **codominio**. Tuttavia una funzione, per essere definita tale, deve rispettare la seguente **legge di associazione**:

$$\forall a \in A, \exists! b \in B | f(a) = b$$

Dove b è detta immagine di a tramite f.

6.1 Iniettività di una funzione (1-1)

Una funzione si dice iniettiva quando vale il seguente:

$$\forall a, a_1 \in A | a \neq a_1 \Rightarrow f(a) \neq f(a_1)$$

L'iniettività di una funzione dipende strettamente dal dominio di questa. Certe volte è possibile rendere una funzione iniettiva riducendo il dominio e studiandone solamente una parte (vedi Tangente, etc...)

6.1.1 Esempio di funzione NON iniettiva

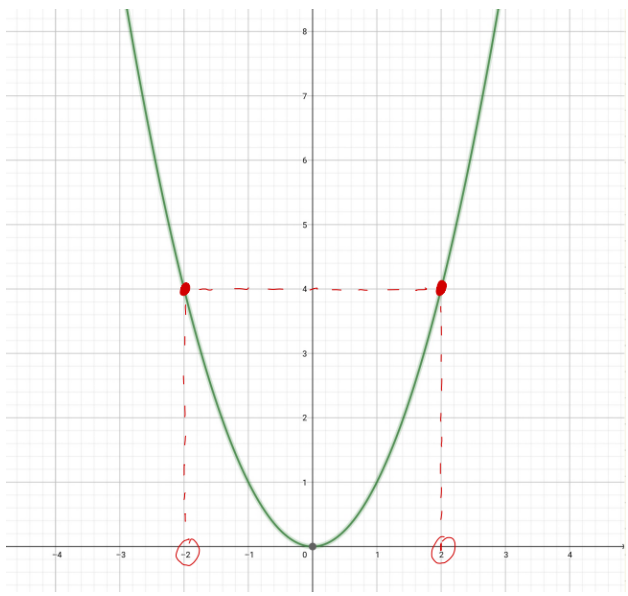

Figure 1: Un esempio di funzione NON iniettiva.

La funzione presentata NON è iniettiva in quanto $f(2) = f(-2)$.

6.2 Suriettività di una funzione (sv)

Una funzione si dice suriettiva quando vale il seguente:

$$\forall b \in B, \exists a \in A | f(a) = b$$

La suriettività di una funzione definita nella maniera seguente:

$$\text{f: } A \to B$$

dipende strettamente dal codominio di B.

6.2.1 Esempio di funzione NON suriettiva

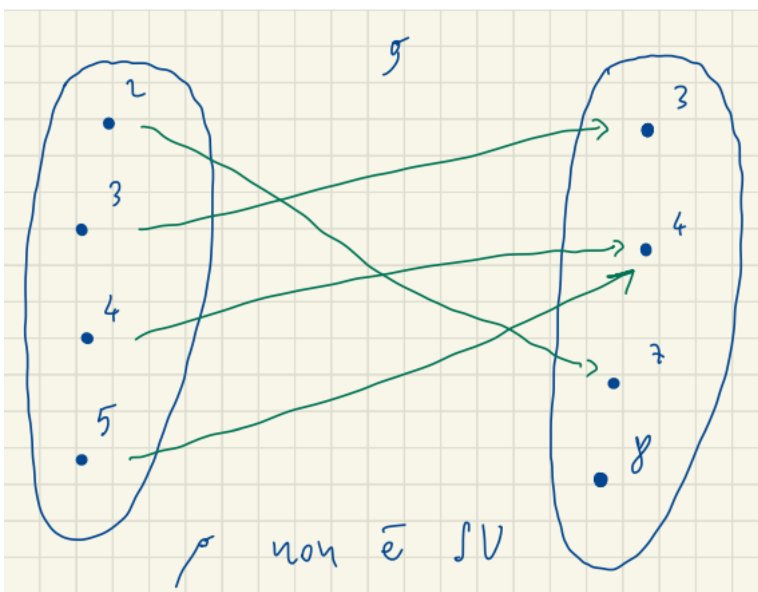

Figure 2: Un esempio di funzione NON suriettiva.

La funzione presentata non è suriettiva in quanto nel codominio della funzione l'8 non ha una corrispondenza con un numero del dominio di partenza.