

# **Logica per l'informatica - Lezione 1.25. Formule logiche (cenni)**

Andrea Malvezzi

20 Settembre, 2024

## 1 Terminologia utile

Una proposizione equivale ad una frase per cui ha senso chiedersi se valga o meno:

- "2 è un numero pari"  $\rightarrow$  è una proposizione, 2 potrebbe essere o non essere pari;
- "Mangia la mela!"  $\rightarrow$  non è una proposizione, la frase ha un solo significato e non vi è nulla da intuire;
- "Luca mangia la mela"  $\rightarrow$  è una proposizione, Luca potrebbe mangiare la mela come potrebbe non farlo.

Nei linguaggi logici formali (un linguaggio con un determinato set di regole, caratteri etc...) le proposizioni sono dette "**formule logiche**".

Una proposizione si può provare a dimostrare mediante una **prova**, prendendo il nome di "**enunciato**".

Quando questo processo viene portato a termine con successo, si può allora parlare di **teorema**.

MENTRE si svolge una prova, si può cercare di dimostrare una proposizione o si può assumere che questa valga (in seguito a un'ipotesi o previa dimostrazione).

Nel primo caso, questa prenderà il nome di **conclusione**, mentre nel secondo di **premessa**.

## 2 Il ragionamento ipotetico

Quando ipotizziamo  $p$  non stiamo affermando che  $p$  valga, ma lo supponiamo, ovvero ci limitiamo a considerare le situazioni dove  $p$  vale.

### Esempio di ragionamento ipotetico

Ipotizziamo che esistano unicorni rosa volanti e che tutti gli unicorni rosa siano femmine.

In questo caso si può concludere che esistano femmine volanti, ma questo vale solamente nei mondi dove esistono unicorni rosa etc...

### 3 Sintassi della logica del prim'ordine

- Falso/assurdo  $\rightarrow \perp$  (bottom), che non vale mai;
- Vero  $\rightarrow \top$  (top), che vale sempre;
- $P$  e  $Q$ , **congiunzione** di  $P$  e  $Q \rightarrow P \wedge Q$ , che vale se valgono sia  $P$  che  $Q$ ;
- $P$  oppure  $Q$ , **disgiunzione** di  $P$  e  $Q \rightarrow P \vee Q$ , che vale se vale almeno una tra  $P$  e  $Q$ ;
- se  $P$  allora  $Q$ , **implicazione logica** tra  $P$  e  $Q \rightarrow P \Rightarrow Q$ , vale se  $Q$  vale sotto l'ipotesi di  $P$ ;
- **non**  $P \rightarrow \neg P$ , vale se  $P$  falso;
- $P$  sse  $Q$ , **coimplicazione** di  $P$  e di  $Q \rightarrow P \Leftrightarrow Q$ , che vale se  $P \Rightarrow Q$  e  $Q \Rightarrow P$ ;
- **Per ogni**  $x \ P \rightarrow \forall x.P$ , che vale se  $P$  vale per ogni possibile valore di  $x$ ;
- **Esiste**  $x \ P \rightarrow \exists x.P$ , che vale se  $P$  vale per almeno un possibile valore di  $x$ ;

### 4 Ordine delle operazioni logiche

Per ridurre l'uso delle parentesi:

- $\neg, >, <, \vee, \wedge, \Rightarrow, =, \Leftrightarrow$  (hanno la precedenza);
- $\wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$  (sono associativi a destra, si risolve da destra a sinistra);

### 5 Connettivi

Esistono connettivi di diverse **arietà**: esistono connettivi 0-ari, unari, binari e quantificatori, in base al numero di dati presi in input.

Ad esempio, il simbolo  $\neg$  è un operatore unario, in quanto riceve in input solamente un valore da negare, mentre l'operatore  $\wedge$  è binario, in quanto riceve in input due dati.