REZUMAT

MATEMATICI FINANCIARE ȘI ACTUARIALE

UpGrade

OSE
nrganizația
studenților
economiști

Dobânda simplă

- se folosește pentru împrumuturi / depozite pe termen de cel mult 1 an
- suma inițială împrumutată / depusă rămâne constantă în timp până la scadență
- dobânda se plătește în totalitate doar la scadență

Formula de calcul pentru dobânda simplă:

$$\boxed{D = s \cdot i \cdot t = s \cdot i \cdot \frac{l}{12} = s \cdot i \cdot \frac{z}{360}}$$

unde:

D = dobânda (u.m.)
s = suma inițială (u.m.)
i = dobânda unitară anuală (procentul anual, rata anuală a dobânzii) (%)
t = durata de timp pentru împrumut / depozit (maxim 1 an)
l = durata de timp pentru împrumut / depozit (luni)
z = durata de timp pentru împrumut / depozit (zile)

Formula de calcul pentru suma finală:

$$\boxed{S = s + D}$$

unde: S = suma finală (u.m.) (se obține doar la scadență).

Dobânzi unitare echivalente în regim de dobândă simplă

Considerăm anul financiar împarțit în mai multe subperioade:

$$\boxed{1 \ an \ = 2 \ semestre \ = 4 \ trimestre \ = 12 \ luni \ = 360 \ zile}$$

Notații:

i = dobânda unitară anuală (%)
i_2 = dobânda unitară semestrială (%)
i_4 = dobânda unitară trimestrială (%)
i_{12} = dobânda unitară lunară (%)
i_{360} = dobânda unitară zilnică (%)

În general: i_m = dobânda unitară corespunzătoare unei subperioade (%)

Dobânzile unitare i și i_m se numesc *echivalente* dacă pentru aceeași sumă inițială și aceeași perioadă de timp, se obține aceeași dobândă simplă.

Pentru o perioadă $t \leq 1$ an avem: $D = s \cdot i \cdot t$

Pentru o perioadă $t \leq 1$ an, împărțită în m subperioade avem: $D = s \cdot i_m \cdot m \cdot t$

Din egalitatea dobânzilor, găsim: $\boxed{i_m = \frac{i}{m}}$

Dobânda compusă
- se folosește pentru împrumuturi / depozite pe o durată de timp $t > 1$ an.

Formula de calcul a sumei finale dupa n ani: $\boxed{S = s(1+i)^n = s \cdot u^n}$

Formula de calcul a dobânzii: $\boxed{D = S - s}$

Dobânzi unitare echivalente în regim de dobândă compusă
Dobânzile unitare i și i_m se numesc *echivalente* dacă pentru aceeași sumă inițială și aceeași perioadă de timp, se obține aceeași sumă finală.
Pentru n ani avem: $S = s(1+i)^n$
Pentru n ani, împărțiți fiecare în m subperioade, avem: $S = s(1+i_m)^{n \cdot m}$
Din egalitatea sumelor finale, găsim:

$$(1+i)^n = (1+i_m)^{n \cdot m} \Leftrightarrow (1+i) = (1+i_m)^m \Leftrightarrow \boxed{i_m = \sqrt[m]{1+i} - 1}$$

Nu uitați terminologia !
i = dobândă unitară anuală (procent anual, rată anuală a dobânzii)
i_2 = dobândă unitară semestrială (procent semestrial, rată semestrială a dobânzii)
i_4 = dobândă unitară trimestrială (procent trimestrial, rată trimestrială a dobânzii)
i_{12} = dobandă unitară lunară (procent lunar, rată lunară a dobânzii)

Dobânda nominală
- se folosește pentru împrumuturi / depozite pentru care frecvența de capitalizare (compunerea dobânzii) nu coincide cu perioada pe care este anunțată dobânda unitară (de obicei anul).
- considerăm că anul financiar este împărțit în m subperioade ($m \geq 2$).
- presupunem că dobânda este capitalizată la sfârșitul fiecărei subperioade.

Formula de calcul a dobânzii nominale (ratei nominale):

$$\boxed{\rho^{(m)} = i_m \cdot m}$$

Exemple pentru identificarea lui $\rho^{(m)}$ din enunțurile problemelor
Exemplul 1: *O bancă oferă pentru depozite o dobândă unitară anuală de 2%, cu capitalizare lunară.*
Solutie: Aici este vorba de $\rho^{(12)} = 2\%$

Exemplul 2: *O persoană împrumută de la bancă o sumă de bani, pe 5 ani, cu procentul anual de 3% compus trimestrial.*
Solutie: Aici este vorba de $\rho^{(4)} = 3\%$

Exemplul 3: *Care este rata anuală a dobânzii, capitalizate semestrial, pentru depozitele în lei la Raiffeisen Bank ...*

Solutie: Aici este vorba de $\rho^{(2)}$

Observații:

(1) Dobânda unitară corespunzătoare unei subperioade este: $\boxed{i_m = \frac{\rho^{(m)}}{m}}$

(2) **Dobânda unitară anuală efectivă** (notată i sau i_{ef}) se obține din:

$$i_m = \sqrt[m]{1+i} - 1 \Rightarrow \boxed{i_{ef} = i = (1+i_m)^m - 1}$$

(3) **Dobânda instantanee** (notată δ) este dobânda nominală capitalizată continuu ($m \to \infty$).

$$\boxed{\delta = \ln(1+i)} \Rightarrow i = e^{\delta} - 1$$

În acest caz, $S = s(1+i)^n = s(1+e^{\delta}-1)^n \Leftrightarrow S = s \cdot e^{\delta n}$ este suma finală obținută prin capitalizare continuă, unde $e = 2,718281...$ este numărul lui Euler.

Anuități (Plăți eșalonate / Plăți în rate)

1. Anuități constante întregi posticipate (a.c.î.p.)

- constante: pentru că $r_1 = r_2 = \ldots = r_n = r$ (ratele sunt egale și constante).
- întregi: pentru că ratele se plătesc din an în an.
- posticipate: pentru că plata fiecărei rate se face la sfârșitului anului.

Valoarea anuității constante întregi posticipate la momentul t

$$\boxed{V(t) = r \cdot \frac{1-v^n}{i} \cdot u^t}$$

unde:

$u = 1 + i$ este factorul de fructificare
$v = \frac{1}{1+i}$ este factorul de actualizare

2. Anuități constante întregi anticipate (a.c.î.a.)

- constante: pentru că $r_1 = r_2 = \ldots = r_n = r$ (ratele sunt egale și constante).
- întregi: pentru că ratele se plătesc din an în an.
- anticipate: pentru că plata fiecărei rate se face la începutul anului.

Valoarea anuității constante întregi anticipate la momentul t

$$\boxed{V(t) = r \cdot \frac{1-v^n}{i} \cdot u^{t+1}}$$

unde:

$u = 1 + i$ este factorul de fructificare
$v = \frac{1}{1+i}$ este factorul de actualizare

3. **Anuități constante fracționate posticipate (a.c.f.p.)**

- constante: pentru că $r_1 = r_2 = \ldots = r_n = r$ (ratele sunt egale și constante).
- fracționate: pentru că ratele se plătesc pe subperioade ale anului.
- posticipate: pentru că plata fiecărei rate se face la sfârșitului subperioadei.

Valoarea anuității constante fracționate posticipate la momentul t (ani)

$$\boxed{V_m(t) = r \cdot \frac{1 - v_m^{n \cdot m}}{i_m} \cdot u_m^{t \cdot m}}$$

unde:

$u_m = 1 + i_m$ este factorul de fructificare
$v_m = \frac{1}{1+i_m}$ este factorul de actualizare
$i_m = \frac{i}{m}$ este dobânda unitară corespunzătoare subperioadei

4. **Anuități constante fracționate anticipate (a.c.f.a.)**

- constante: pentru că $r_1 = r_2 = \ldots = r_n = r$ (ratele sunt egale și constante).
- fracționate: pentru că ratele se plătesc pe subperioade ale anului.
- anticipate: pentru că plata fiecărei rate se face la începutul subperioadei.

Valoarea anuității constante fracționate anticipate la momentul t (ani)

$$\boxed{V_m(t) = r \cdot \frac{1 - v_m^{n \cdot m}}{i_m} \cdot u_m^{t \cdot m + 1}}$$

unde:

$u_m = 1 + i_m$ este factorul de fructificare
$v_m = \frac{1}{1+i_m}$ este factorul de actualizare
$i_m = \frac{i}{m}$ este dobânda unitară corespunzătoare subperioadei

Rambursări

A. **Rambursări directe**

- Debitorul rambursează direct creditorului datoria pe care o are față de acesta
- Se cunosc patru modele de rambursare directă

- Modelul 1D

- se caracterizează prin plata unică la scadență (plata întregii datorii la scadență)

k	R_k	D_k	Q_k	r_k
1	s	$s \cdot i$	0	0
2	$s \cdot u$	$s \cdot u \cdot i$	0	0
3	$s \cdot u^2$	$s \cdot u^2 \cdot i$	0	0
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n	$s \cdot u^{n-1}$	$s \cdot u^{n-1} \cdot i$	$s \cdot u^{n-1}$	$s \cdot u^n$

- Modelul 2D

- se caracterizează prin plata periodică a dobânzilor și plata sumei împrumutate la scadență

k	R_k	D_k	Q_k	r_k
1	s	$s \cdot i$	0	$s \cdot i$
2	s	$s \cdot i$	0	$s \cdot i$
3	s	$s \cdot i$	0	$s \cdot i$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n	s	$s \cdot i$	s	$s \cdot u$

- Modelul 3D

- se caracterizează prin plata cotelor constante din împrumut și plata dobânzilor aferente fiecărei perioade

- Formula cotei constante $\boxed{Q = \frac{s}{n}}$

k	R_k	D_k	Q_k	r_k
1	$s = n \cdot Q$	$n \cdot Q \cdot i$	Q	$(n \cdot i + 1)Q$
2	$(n-1)Q$	$(n-1)Q \cdot i$	Q	$[(n-1)i + 1]Q$
3	$(n-2)Q$	$(n-2)Q \cdot i$	Q	$[(n-2)i + 1]Q$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n	Q	$Q \cdot i$	Q	$(i+1)Q$

- Modelul 4D

- se caracterizează prin plăți periodice constante (rate constante). La sfârșitul fiecărui an se rambursează câte o rată constantă formată dintr-o parte din împrumut și dobânda aferentă sumei nerambursate.

- Formula ratei constante $\boxed{r = \frac{s \cdot i}{1 - v^n}}$

k	R_k	D_k	Q_k	r_k
1	$r\frac{1-v^n}{i}$	$r(1-v^n)$	$r \cdot v^n$	r
2	$r\frac{1-v^{n-1}}{i}$	$r(1-v^{n-1})$	$r \cdot v^{n-1}$	r
3	$r\frac{1-v^{n-2}}{i}$	$r(1-v^{n-2})$	$r \cdot v^{n-2}$	r
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n	$r\frac{1-v}{i}$	$r(1-v)$	$r \cdot v$	r

Rambursări directe fracționate

- se folosesc în cazul când plățile se fac pe subperioade ale anului.

- dobânda unitară corespunzătoare subperioadei este $\boxed{i_m = \frac{i}{m}}$

$\boxed{B.}$ Rambursări indirecte

- Debitorul constituie suma împrumutată de la creditor la o terță parte. La scadență, debitorul preia suma constituită de la terța parte și o plătește creditorului său.
- Se cunosc două modele de rambursări indirecte:

- Modelul 1I
  - între debitor și creditor avem modelul $2D$
  - între debitor și terța parte avem modelul $4D$
- Modelul 2I
  - între debitor și creditor avem modelul $1D$
  - între debitor și terța parte avem modelul $4D$

Observație: În general, în cazul modelelor indirecte de rambursare, modelul de rambursare $4D$ se înlocuiește cu fondul de acumulare (tabelul FA).

k	r_k	S_k^{in}	D_k	S_k^{fin}	C_k
...	...	...	...	...	...

unde:

k = numărul de ordine al anului (sau al subperioadei)
r_k = rata corespunzătoare perioadei k (este rata din modelul $4D$)
S_k^{in} = suma acumulată în fondul de acumulare la începutul perioadei k
D_k = dobânda aferentă sumei S_k^{in}
S_k^{fin} = suma acumulată în fondul de acumulare la sfârșitul perioadei k
C_k = suma rămasă de acumulat până la amortizarea întregii datorii.

Formula de calcul a ratei pentru obținerea sumei S în fondul de acumulare, în n ani, cu procentul anual i, prin plăți periodice constante la sfârșitul fiecărui an, este:

$$\boxed{r = \frac{S \cdot i}{u^n - 1}}$$

Formula de calcul a ratei pentru obținerea sumei S în fondul de acumulare, în n ani, cu procentul anual i, prin plăți periodice constante la sfârșitul fiecărei subperioade a anului, este:

$$\boxed{r = \frac{S \cdot i_m}{u_m^{n \cdot m} - 1}}, \text{ unde } i_m = \frac{i}{m}.$$

Funcții biometrice

$\boxed{A.}$ Probabilități de viață și de deces

Notații:

$p(x, y)$ = probabilitatea de viață (probabilitatea ca o persoană în vârstă de x ani să fie în viață la vârsta de y ani, $x \leq y$)

$q(x, y)$ = probabilitatea de deces (probabilitatea ca o persoană în vârstă de x ani să nu mai fie în viață la vârsta de y ani, $x \leq y$)

$$\boxed{p(x, y) + q(x, y) = 1}$$

Observație: Probabilitatea de viață se calculează cu formula:

$$\boxed{p(x, y) = \frac{L_y}{L_x}} \in [0, 1]$$

unde L_x, L_y sunt valori ale funcției de supraviețuire. (L_x = numărul de indivizi dintr-o populație statistică, care vor mai fi în viață la vârsta de x ani).

Valorile funcției de supraviețuire L_x, se citesc din tabelul numerelor de comutație.

Alte notații pentru probabilitățile de viață și de deces

$\boxed{{}_n p_x = p(x, x+n)}$ - este probabilitatea ca o persoană în vârstă de x ani, să fie în viață peste n ani

$\boxed{{}_n q_x = q(x, x+n)}$ - este probabilitatea ca o persoană în vârstă de x ani, să nu mai fie în viață peste n ani

$\boxed{p_x = p(x, x+1)}$ - este probabilitatea ca o persoană în vârstă de x ani, să fie în viață peste 1 an

$\boxed{q_x = q(x, x+1)}$ - este probabilitatea ca o persoană în vârstă de x ani, să nu mai fie în viață peste 1 an

$\boxed{{}_{m/n} q_x = p(x, x+m) \cdot q(x+m, x+n)}$ - este probabilitatea ca o persoană în vârstă de x ani, să decedeze între $x+m$ și $x+n$ ani.

$\boxed{B.}$ Viața medie

- este numărul mediu de ani pe care îi mai are de trăit o persoană în vârstă de x ani.

$$\boxed{e_x = \frac{1}{2} + \frac{1}{L_x} \cdot (L_{x+1} + L_{x+2} + \ldots + L_{100})}$$

Plăți viagere și plăți în caz de deces

În problemele rezolvate de mai jos, folosim tabelul numerelor de comutație cu procentul de actualizare 5%.

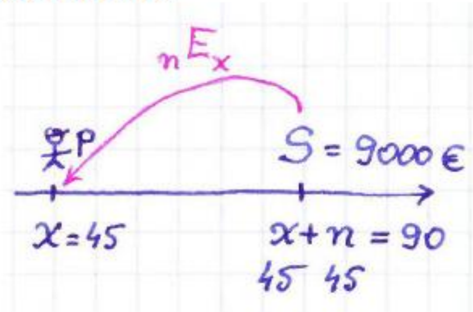
Terminologie și notații:

P - Prima de asigurare (plătită de persoana asigurată);
S - Suma asigurată (plătită de instituția de asigurare);

$a.v.c.î.p.$ - anuitate viageră constantă întreagă posticipată;
$a.v.c.î.a.$ - anuitate viageră constantă întreagă anticipată;
$a.v.c.f.p.$ - anuitate viageră constantă fracționată posticipată;
$a.v.c.f.a.$ - anuitate viageră constantă fracționată anticipată.

Problemă: Calculați valoarea primei unice pe care o persoană de 45 de ani, ar trebui să o plătească azi, pentru ca la vârsta de 90 de ani, dacă va fi în viață, să primească suma de 9000 €.

Rezolvare:

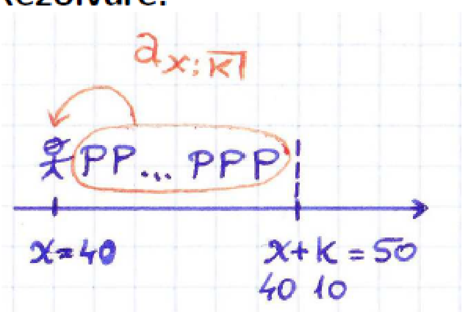


$$P = S \cdot {}_nE_x = S \cdot \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

$$\begin{aligned} P &= 9000 \cdot {}_{45}E_{45} \\ &= 9000 \cdot \frac{D_{90}}{D_{45}} \\ &= 9000 \cdot \frac{37,89}{9274,34} \\ &= 36,77 \text{ €}. \end{aligned}$$

Problemă: Calculați valoarea medie actuală cumulată a ratelor de 100 €, pe care urmează să le plătească o persoană de 40 de ani, la sfârșitul fiecărui an, timp de 10 ani.

Rezolvare:

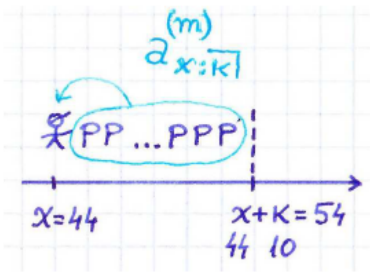


a.v.c.î.p. imediată,
limitată la 10 ani

$$\begin{aligned} P \cdot a_{x:\overline{k|}} &= 100 \cdot a_{40:\overline{10|}} \\ &= 100 \cdot \frac{N_{41} - N_{51}}{D_{40}} \\ &= 100 \cdot \frac{181817,52 - 90603,82}{12053,29} \\ &= 756,75 \text{ €}. \end{aligned}$$

Problemă: Calculați valoarea medie actuală cumulată a ratelor de 50 €, pe care o persoană de 44 ani le va plăti timp de 10 ani, la sfârșitul fiecărei luni.

Rezolvare:



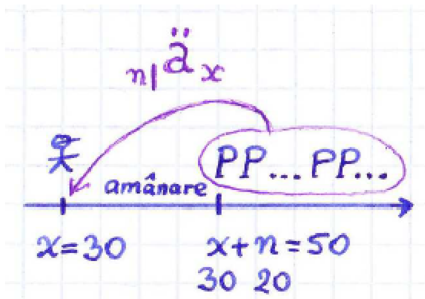
a.v.c.f.p. imediată, limitată la 10 ani

$$a^{(12)}_{44:\overline{10}|} = a_{44:\overline{10}|} - \frac{11}{24}(1 - {}_{10}E_{44})$$
$$= 7,5099067 - \frac{11}{24} \cdot 0,66746307$$
$$= 7,6623194.$$

$$P \cdot 12 \cdot a^{(12)}_{44:\overline{10}|} = 50 \cdot 12 \cdot 7,6623194$$
$$= 4597,39 \text{ €}.$$

Problemă: Calculați valoarea medie actuală cumulată a ratelor de 200 u.m., pe care o persoană de 30 ani le va plăti începând cu vârsta de 50 ani, la începutul fiecărui an.

Rezolvare:



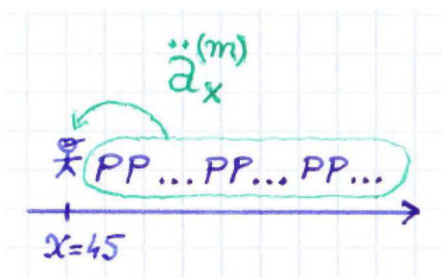
a.v.c.î.a. amânată, nelimitată

$${}_{20|}\ddot{a}_{30} = \frac{N_{50}}{D_{30}}$$
$$= \frac{97674,03}{20138,17}$$
$$= 4,8501939.$$

$$P \cdot {}_{20|}\ddot{a}_{30} = 200 \cdot 4,8501939$$
$$= 970,04 \text{ u.m.}$$

Problemă: Calculați valoarea medie actuală cumulată a ratelor de 100 u.m., plătite de o persoană în vârstă de 45 de ani, la începutul fiecărui trimestru.

Rezolvare:



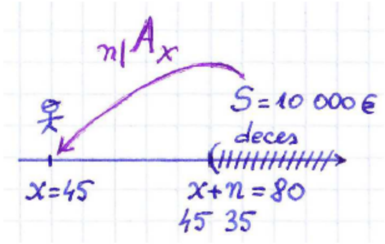
a.v.c.f.a. imediată, nelimitată

$$\ddot{a}^{(4)}_{45} = \ddot{a}_{45} - \frac{3}{8} = \frac{N_{45}}{D_{45}} - \frac{3}{8}$$
$$= 15,0346924 - \frac{3}{8}$$
$$= 14,6596924.$$

$$P \cdot 4 \cdot \ddot{a}^{(4)}_{45} = 100 \cdot 4 \cdot 14,6596924$$
$$= 5863,88 \text{ u.m.}$$

Problemă: Care este valoarea medie actuală a sumei de 10000 €, pe care o va primi familia unei persoane asigurate, în vârstă de 45 de ani, dacă va deceda de la vârsta de 80 de ani ?

Rezolvare:

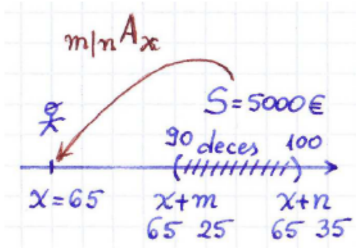


a.d. amânată cu 35 ani, nelimitată

$$S \cdot {}_{35|}A_{45} = 10000 \cdot \frac{M_{80}}{D_{45}} = 10000 \cdot \frac{399,23}{9274,34} = 430,47 \text{ €}.$$

Problemă: Care este valoarea medie actuală a sumei de 5000 €, care se va plăti dacă o persoană de 65 de ani va deceda între 90 și 100 de ani ?

Rezolvare:



a.d. dublu limitată

$$S \cdot {}_{25|35}A_{65} = 5000 \cdot \frac{M_{90} - M_{100}}{D_{65}} = 5000 \cdot \frac{33,71 - 0,11}{2729,37} = 61,55 \text{ €}.$$

Asigurări de persoane

În domeniul asigurărilor de persoane se folosește:

Principiul echilibrului financiar: exprimă egalitatea dintre valoarea medie actuală a plăților efectuate de asigurat și valoarea medie actuală a plăților efectuate de instituția de asigurare, conform contractului de asigurare încheiat.

Tipuri de asigurări

- Asigurarea de viață
- Asigurarea de pensie
- Asigurarea de deces
- Asigurarea mixtă

În toate tipurile de asigurări, folosim notațiile:

P = prima de asigurare, plătită de asigurat

S = suma asigurată, plătită de instituția de asigurare

1. Asigurarea de viață

Obligațiile asiguratului

- asiguratul, în vârstă de x ani, plătește periodic, anticipat, prima de asigurare P, timp de k ani.

Obligațiile instituției de asigurare

- instituția de asigurare plătește asiguratului suma S, la împlinirea vârstei de $x+n$ ani. (Dacă asiguratul nu mai este în viață la vârsta de $x+n$ ani, instituția de asigurare nu mai are nicio obligație financiară față de asigurat).

Principiul echilibrului financiar

$$\boxed{P \cdot \ddot{a}_{x:\overline{k}|} = S \cdot {}_nE_x}$$

Observații:

1. Dacă asiguratul decide să plătească o singură primă (prima unică), atunci principiul echilibrului financiar devine: $\boxed{P = S \cdot {}_nE_x}$

2. Dacă plata primelor se face fracționat, anticipat, atunci principiul echilibrului financiar devine: $\boxed{m \cdot P \cdot \ddot{a}^{(m)}_{x:\overline{k}|} = S \cdot {}_nE_x}$

2. Asigurarea de pensie

Obligațiile asiguratului

- asiguratul, în vârstă de x ani, plătește periodic, anticipat, prima de asigurare P, timp de k ani.

Obligațiile instituției de asigurare

- instituția de asigurare plătește periodic, anticipat, asiguratului suma S (pensia), din momentul în care acesta împlinește vârsta de $x+n$ ani și până la decesul său. (Dacă asiguratul nu mai este în viață la vârsta de $x+n$ ani, instituția de asigurare nu mai are nicio obligație financiară față de asigurat).

Principiul echilibrului financiar

$$\boxed{P \cdot \ddot{a}_{x:\overline{k}|} = S \cdot {}_{n|}\ddot{a}_x}$$

Observații:

1. Dacă asiguratul decide să plătească o singură primă (prima unică), atunci principiul echilibrului financiar devine: $\boxed{P = S \cdot {}_{n|}\ddot{a}_x}$

2. Dacă plata primelor, respectiv a pensiei, se face fracționat, anticipat, atunci principiul echilibrului financiar devine: $\boxed{m \cdot P \cdot \ddot{a}^{(m)}_{x:\overline{k}|} = m' \cdot S \cdot {}_{n|}\ddot{a}^{(m')}_x}$

3. Asigurarea de deces

Obligațiile asiguratului

- asiguratul, în vârstă de x ani, plătește periodic, anticipat, prima de asigurare P, timp de k ani.

Obligațiile instituției de asigurare

- instituția de asigurare va plăti familiei asiguratului (sau unei alte persoane menționate de asigurat în contractul de asigurare) suma S, dacă asiguratul decedează între vârsta de $x+m$ ani (inclusiv) și $x+n$ ani (exclusiv).

(Dacă decesul asiguratului nu are loc în intervalul de timp menționat în contract, instituția de asigurare nu mai are nicio obligație financiară).

Principiul echilibrului financiar

$$\boxed{P \cdot \ddot{a}_{x:\overline{k}|} = S \cdot {}_{m|n}A_x}$$

Observații:

1. Dacă asiguratul decide să plătească o singură primă (prima unică), atunci principiul echilibrului financiar devine: $\boxed{P = S \cdot {}_{m|n}A_x}$

2. Dacă plata primelor se face fracționat, anticipat, atunci principiul echilibrului financiar devine: $\boxed{m \cdot P \cdot \ddot{a}^{(m)}_{x:\overline{k}|} = S \cdot {}_{m|n}A_x}$

4. Asigurarea mixtă

Obligațiile asiguratului

- asiguratul, în vârstă de x ani, plătește periodic, anticipat, prima de asigurare P, timp de k ani.

Obligațiile instituției de asigurare

- instituția de asigurare va plăti asiguratului suma S dacă acesta va fi în viață la vârsta de $x+n$ ani. În caz contrar, instituția de asigurare va plăti suma S' familiei asiguratului (sau unei alte persoane menționate de asigurat în contractul de asigurare), dacă asiguratul decedează între vârsta de $x+m$ ani (inclusiv) și $x+n$ ani (exclusiv).

Principiul echilibrului financiar

$$\boxed{P \cdot \ddot{a}_{x:\overline{k}|} = S \cdot {}_nE_x + S' \cdot {}_{m|n}A_x}$$

Observații:

1. Dacă asiguratul decide să plătească o singură primă (prima unică), atunci principiul echilibrului financiar devine: $\boxed{P = S \cdot {}_nE_x + S' \cdot {}_{m|n}A_x}$

2. Dacă plata primelor se face fracționat, anticipat, atunci principiul echilibrului financiar devine: $\boxed{m \cdot P \cdot \ddot{a}^{(m)}_{x:\overline{k}|} = S \cdot {}_nE_x + S' \cdot {}_{m|n}A_x}$