

9) Considerați următoarele ipoteze și verificați validitatea concluziei (?):

(1) O persoană are ochii verzi dacă mama sa are ochii verzi sau tatăl său are ochii verzi.

(2) Mama lui Andrei are ochii verzi.

(3) Tatăl lui Andrei nu are ochii verzi.

(4) 'Andrei' e tatăl lui Matei.

(?) Matei are ochii verzi.

Notăm: x are ochii verzi = $V(x)$

x este mama lui y = $M(x, y)$

x este tatăl lui y = $T(x, y)$

Constante:

Andrei = a

mama lui Andrei = b

tatăl lui Andrei = c

Matei = d

$$(1) V(x) \wedge M(x, y) \vee V(x) \wedge T(x, y) \rightarrow V(y) = U_1$$

$$(2) V(b) \wedge M(b, a) = U_2 \quad - \text{FNC}$$

$$(3) \neg V(c) \wedge T(c, a) = U_3 \quad - \text{FNC}$$

$$(4) T(a, d) = U_4 \quad - \text{FNC}$$

$$(?) V(d) = V$$

Folosim rezoluția liniară. $U_1, U_2, \dots, U_n \vdash V \Leftrightarrow \text{FNC}(U_1 \wedge U_2 \wedge \dots \wedge U_n \wedge \neg V) \vdash_{\text{res}} \square$

• Aducem U_1 la FNC

Pas 1: Înlocuim " \rightarrow "

$$U_1 \equiv \neg(V(x) \wedge M(x, y) \vee V(x) \wedge T(x, y)) \vee V(y)$$

Pas 2: legile lui DeMorgan

$$U_1 \equiv ((\neg V(x) \vee \neg M(x, y)) \wedge (\neg V(x) \vee \neg T(x, y))) \vee V(y)$$

Pas 3: Distribuivitatea lui \vee față de \wedge

$$U_1 \equiv (\neg V(x) \vee \neg M(x, y) \vee V(y)) \wedge (\neg V(x) \vee \neg T(x, y) \vee V(y))$$

• Negăm concluzia: $V \equiv \neg V(d)$ - FNC

$$C_1 = \neg V(x) \vee \neg M(x, y) \vee V(y)$$

$$C_2 = \neg V(x) \vee \neg T(x, y) \vee V(y)$$

$$C_3 = V(b)$$

$$C_4 = M(b, a)$$

$$C_5 = \neg V(c)$$

$$C_6 = T(c, a)$$

$$C_7 = T(a, d)$$

$$C_8 = \neg V(d)$$

$$S = \{C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7, C_8\}$$

• Aplicăm rezoluția liniară - rafinare unit' (clauzele centrale au cel puțin o clauză părinte unitară)

$$\begin{array}{rcl}
 C_1 = \neg V(x) \vee \neg M(x, y) \vee V(y) & & C_3 = V(b) \\
 | & \lambda_1 = [x \leftarrow b] & / \\
 C_9 = \neg M(b, y) \vee V(y) & & C_4 = M(b, a) \\
 | & \lambda_2 = [y \leftarrow a] & / \\
 C_{10} = V(a) & & C_2 = \neg V(x) \vee \neg T(x, y) \vee V(y) \\
 | & \lambda_3 = [x \leftarrow a] & / \\
 C_{11} = \neg T(a, y) \vee V(y) & & C_7 = T(a, d) \\
 | & \lambda_4 = [y \leftarrow d] & / \\
 C_{12} = V(d) & & C_8 = \neg V(d) \\
 | & & / \\
 C_{13} = \square & & \text{RCC} \Rightarrow S \text{ este inconsistentă}
 \end{array}$$

\Rightarrow Matei are ochii verzi.