

Basi di ottica

L'ottica geometrica: riflessione e rifrazione

Il comportamento dei raggi di luce viene descritto dalla cosiddetta *ottica geometrica*. L'ottica geometrica è solo una approssimazione del comportamento della luce, che viene descritto completamente dall'*ottica ondulatoria*, ma una approssimazione che è in grado di descrivere la maggior parte dei fenomeni.

Nell'ottica geometrica, la luce è formata da *raggi* che si propagano in linea retta in un *mezzo*. Ogni mezzo è caratterizzato da un numero chiamato *indice di rifrazione* che viene indicato con il simbolo n . L'indice di rifrazione dipende dalla composizione e dalla densità del mezzo. Nella *tabella 1* ci sono alcuni indici di rifrazione per vari mezzi.

Quando incontrano una superficie che separa due mezzi con diversi indici di rifrazione (ad esempio aria e vetro, oppure aria ed acqua, o anche due vetri diversi), il comportamento dei raggi di luce è regolato da due leggi fondamentali:

Nella **riflessione** (*fig.1*) il raggio di luce (detto *incidente*) dà origine ad un raggio *riflesso*. L'angolo incidente è uguale all'angolo riflesso misurato rispetto alla perpendicolare della superficie. La riflessione avviene in modo pressoché completo solo in alcuni casi, di solito quando si ha a che fare con una superficie metallica.

Nella **rifrazione** (*fig.2*) il raggio di luce *incidente* dà origine a un raggio *rifratto*. Anche qui consideriamo gli angoli rispetto alla perpendicolare della superficie, e la loro relazione è regolata dalla cosiddetta *legge di Snell*:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}$$

Quando il primo mezzo ha un indice di rifrazione minore del secondo (ad esempio nel passaggio da aria a vetro), il raggio rifratto si avvicina dalla perpendicolare più del raggio incidente; viceversa se il primo mezzo ha un indice di rifrazione maggiore (ad esempio nel passaggio da vetro a aria).

Nel passaggio da vetro ad aria si ha $n_1 = 1.6$, $n_2 = 1$ circa. La formula diventa quindi

$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 0.625$. Ma il seno di un angolo non può mai superare 1, quindi il rapporto $\sin \alpha / \sin \beta$ non

può essere 0.625 se $\sin \alpha$ è maggiore di 0.625, cioè se $\alpha > 39^\circ$ circa. Oltre questo angolo la rifrazione non può avvenire e il raggio viene riflesso completamente (*fig.3*). Questo fenomeno viene sfruttato nei *diagonali a prisma* (*fig.4*).

Gli elementi ottici a riflessione sono chiamati *specchi*, quelli a rifrazione sono chiamati *lenti*. Uno strumento ottico composto da lenti si chiama *rifrattore*, uno composto da specchi *riflettore*, uno composto da lenti e specchi *catadiottrico*.

mezzo	indice di rifrazione n
vuoto	1
aria	1,00029
acqua	1,333
plexiglas	1,49
vetro <i>crown</i>	1,51-1,61
vetro <i>flint</i>	1,51-1,89
diamante	2,417

tabella 1

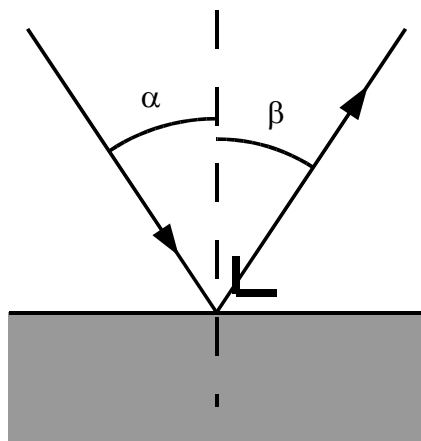


figura 1 - riflessione

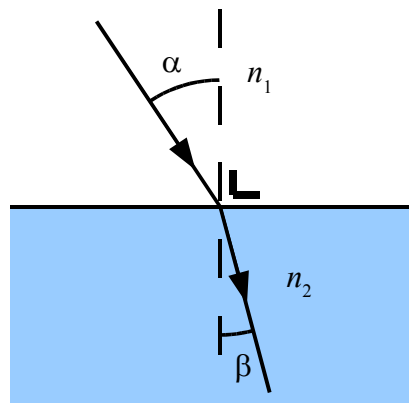


figura 2 - rifrazione

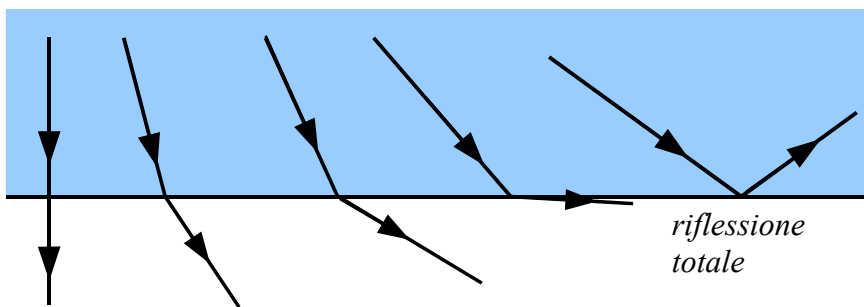


figura 3 - rifrazione dal vetro all'aria

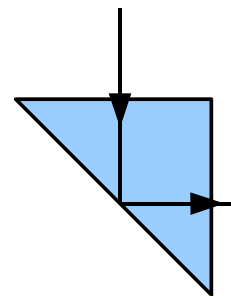


figura 4 - diagonale a prisma

Le lenti

Una lente convergente (fig.5) sfrutta la rifrazione per convogliare i raggi provenienti da un punto oggetto in un altro punto detto *fuoco*. Le superfici sono opportunamente sagomate, solitamente in forma sferica, per raggiungere questo scopo. Il risultato è la creazione di una *immagine* i cui punti corrispondono ai punti dell'oggetto osservato (fig.6). L'immagine può essere osservata su uno schermo posto sul suo piano, oppure raccolta con una pellicola o anche osservata ad occhio nudo. Se l'oggetto si trova all'infinito, come nel caso di un oggetto astronomico, la distanza tra la lente e l'immagine (d_2) è pari alla lunghezza focale. Altrimenti vale la formula:

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$$

dove d_1 è la distanza tra l'oggetto e la lente, d_2 è la distanza tra la lente e l'immagine e f è la lunghezza focale.

In una lente divergente (fig.7), i raggi di luce non convergono, ma se li prolunghiamo dalla parte della lente troviamo che si radunano comunque in un punto, che chiamiamo *fuoco virtuale*. In questo modo si forma (fig.8) una *immagine virtuale*, che può essere osservata guardando attraverso la lente, ma che non può essere raccolta su uno schermo.

Gli specchi

Uno specchio è formato da un substrato di vetro o altro materiale su cui viene depositato un sottile strato di alluminio seguito da altre sostanze per incrementarne la resistenza o la riflettività. Lo

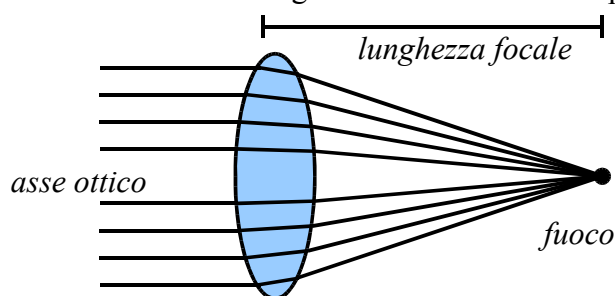


figura 5 - lente convergente

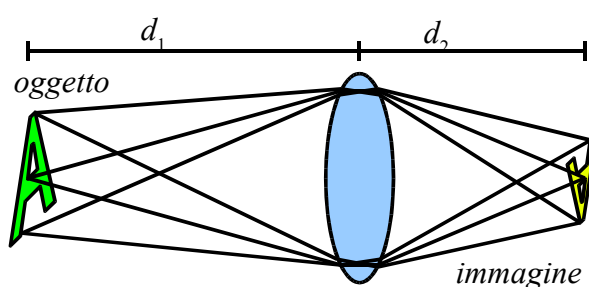


figura 6 - formazione dell'immagine

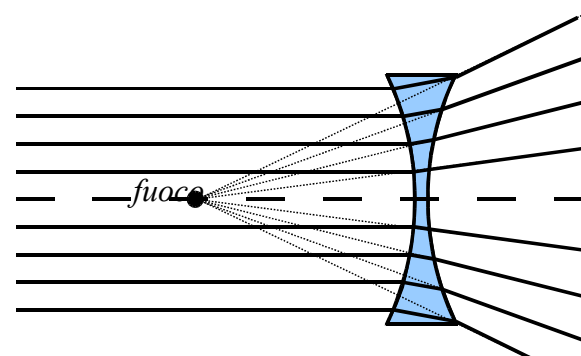


figura 7 - lente divergente

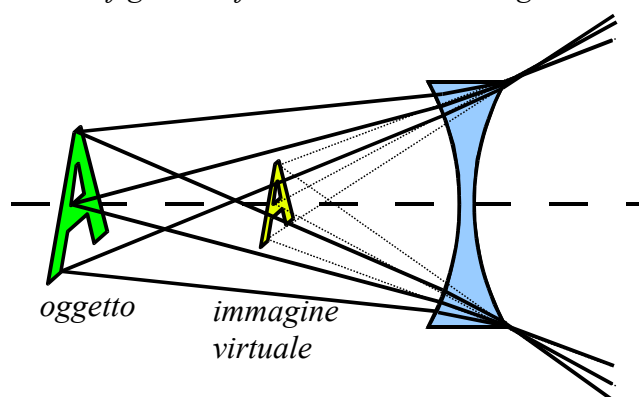


figura 8 - formazione dell'immagine

specchio più semplice è quello sferico, tuttavia lo specchio sferico usato per osservare oggetti a grande distanza presenta il difetto detto *aberrazione sferica*, perché i raggi riflessi nelle zone periferiche dello specchio vengono focalizzati più vicino rispetto a quelli riflessi nelle zone centrali (fig.9). La forma corretta per uno specchio astronomico è quella del *paraboloide* (fig.10), nel qual caso lo specchio viene detto *parabolico*. Altrimenti l'aberrazione sferica può essere corretta utilizzando un sistema più complesso di specchi o di specchi e lenti, in cui l'aberrazione introdotta da un componente viene corretta dagli altri.

Come per una lente, anche per uno specchio viene definita una lunghezza focale che corrisponde alla distanza tra il centro dello specchio e il fuoco. La differenza è che l'immagine si dalla parte opposta rispetto alla lente, e quindi davanti per uno specchio convergente. Questo comporta qualche piccola complicazione...

L'aberrazione cromatica

Una lente singola non è soddisfacente come obbiettivo astronomico perché l'indice di rifrazione, da cui dipende la lunghezza focale, è diverso a seconda della lunghezza d'onda della luce, cioè del suo colore. In pratica, la luce rossa viene focalizzata più lontano, la luce blu più vicino, e quindi non c'è un ben definito piano dell'immagine (fig.11). Questa caratteristica del vetro si chiama *dispersione* ed è sempre presente, anche se in modo diverso da vetro a vetro. La soluzione a questo problema sta nel combinare due lenti di vetri diversi, scelti in modo che il risultato porti a una compensazione più o meno buona di questo problema. Di solito si combina una lente convergente con bassa dispersione (vetro *crown*) con una lente divergente con alta dispersione (vetro *flint*). Il sistema rimane sempre convergente, perché la lente divergente è meno potente di quella convergente, tuttavia la sua maggior dispersione compensa quella di verso opposto introdotta dalla lente convergente. Questa combinazione viene detta *doppietto acromatico* (fig.12). La correzione, per quanto buona, non è perfetta, e può essere migliorata usando vetri speciali molto costosi in combinazioni di due lenti (*doppietti*) o tre (*tripletti*). In tal caso gli obbiettivi vengono detti *apocromatici*.

L'ingrandimento e la luminosità

La dimensione dell'immagine formata nel piano focale del telescopio dipende dalla lunghezza focale e, ovviamente, dalla dimensione dell'oggetto che si osserva. Se l'angolo sotteso dall'oggetto è δ , allora la dimensione sul piano focale è $l = f \cdot \tan \delta$. Per piccoli angoli la tangente si può

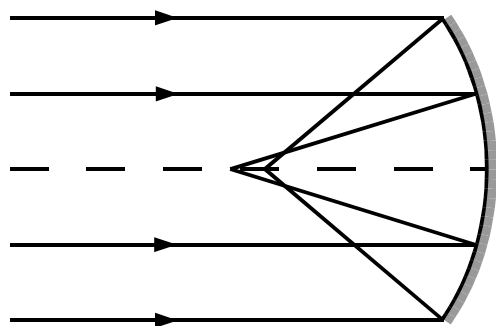


figura 9 - specchio sferico

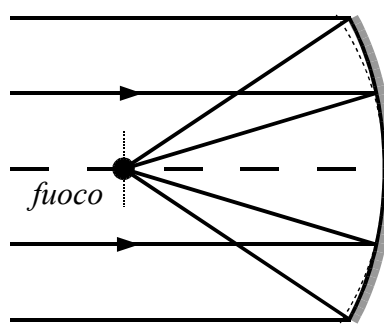


figura 10 - specchio parabolico

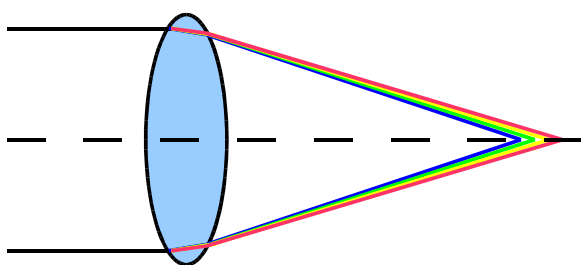


figura 11 - aberrazione cromatica

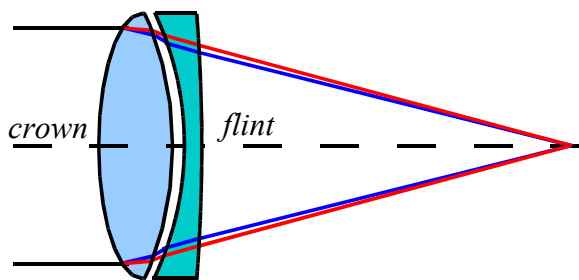


figura 12 - doppietto acromatico

approssimare con il valore dell'angolo in *radianti*. Un radiante corrisponde a 57,3 gradi, oppure a 3438 primi, oppure a 206265 secondi d'arco. Se δ'' è il diametro dell'oggetto in secondi, quindi, una buona approssimazione per le dimensioni sul piano focale è $l = f \cdot \delta'' / 206265$.

La quantità di luce raccolta da un obbiettivo, invece, dipende dalla sua area, cioè da $\frac{1}{4}\pi \cdot D^2$ dove D è il diametro dell'obbiettivo. Se puntiamo un obbiettivo contro un oggetto esteso (per esempio la Luna), la quantità di luce raccolta sarà proporzionale a D^2 , ma l'ingrandimento farà sì che questa luce venga sparsa su un'area proporzionale al quadrato della lunghezza focale f^2 . Quindi la luminosità superficiale dell'immagine sarà proporzionale a $(D/f)^2$. Il rapporto f/D viene chiamato *rapporto focale* ed indica la luminosità di un obbiettivo (telescopico o fotografico). Ad esempio, un telescopio da 100mm di diametro e 1000mm di focale ha un rapporto f/D pari a 10 (indicato con 1:10, oppure $f/10$). Un telescopio da 100mm di diametro e 500mm di focale, invece, ha un rapporto f/D pari a 5 (indicato con 1:5 oppure $f/5$), ed è più *luminoso*, cioè l'immagine sul piano focale avrà una luminosità superficiale più alta.

Se vogliamo mettere l'occhio al telescopio, però, dobbiamo tenere presente che il nostro occhio non è adatto ad osservare l'immagine formata dal telescopio sul piano focale direttamente, ma richiede invece un'immagine posta all'infinito. Usiamo perciò una seconda combinazione di lenti (l'*oculare*) che ha la funzione di creare un'immagine virtuale (posta all'infinito) del piano focale del telescopio. I raggi in uscita dall'oculare, quindi, saranno paralleli (fascio cosiddetto *afocale*), perché l'immagine virtuale è all'infinito. Il nostro occhio potrà così focalizzarli comodamente sulla retina.

L'oculare ha anche la funzione di ingrandire l'immagine del piano focale. Supponiamo un oculare di focale f_o sia abbinato a un telescopio di focale f . L'immagine di un oggetto di diametro angolare δ'' avrà sul piano focale la dimensione $l = f \cdot \delta'' / 206265$. D'altra parte, per l'oculare vale la stessa relazione con f_o al posto di f e δ_o'' al posto di δ'' , cioè $l = f_o \cdot \delta_o'' / 206265$. Quindi si ha $f \cdot \delta'' = f_o \cdot \delta_o''$ e quindi $f/f_o = \delta_o''/\delta''$. Ma δ_o''/δ'' è il rapporto tra le dimensioni angolari dell'immagine virtuale osservata attraverso l'oculare e le dimensioni angolari dell'oggetto, cioè è l'ingrandimento I . Si ha quindi $I = f/f_o$, cioè l'ingrandimento è uguale al rapporto tra la focale dell'obbiettivo e quella dell'oculare. Facciamo un po' di esempi:

- telescopio da 900mm di focale (il classico 114/900):
un oculare da 20mm dà 45 ingrandimenti; uno da 9mm ne dà 100; uno da 4mm ne dà 225
- telescopio da 2000mm di focale (il classico Schmidt-Cassegrain da 200mm $f/10$):
un oculare da 20mm dà 100 ingrandimenti; uno da 9mm ne dà 222; uno da 4mm ne dà 500
- telescopio da 500mm di focale (il tipico piccolo rifrattore di corta focale):
un oculare da 20mm dà 25 ingrandimenti; uno da 9mm ne dà 56; uno da 4mm ne dà 125

Naturalmente usando un ingrandimento più alto, l'immagine apparirà più scura, perché la luce verrà sparsa su un angolo maggiore. La scelta dell'ingrandimento è quindi un compromesso che deve tenere conto di vari fattori, non ultimo dei quali è...

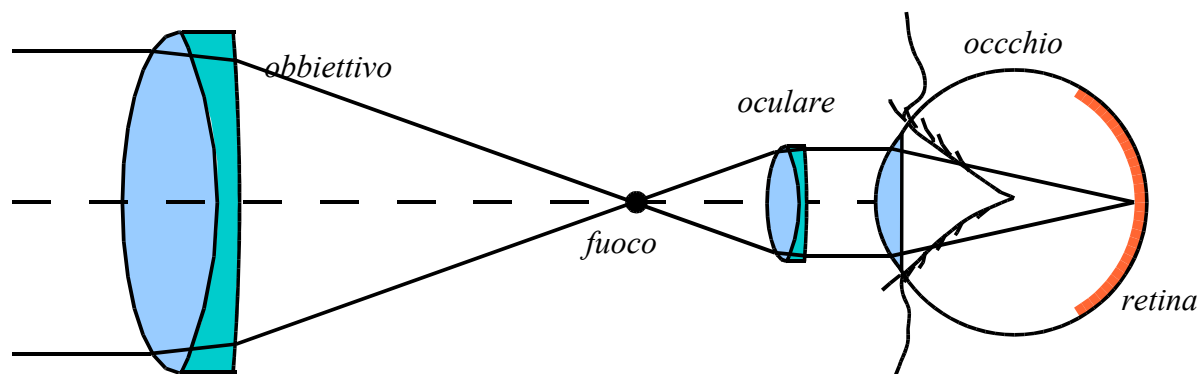


figura 13 - il sistema obbiettivo - oculare - occhio

...La risoluzione

All'inizio abbiamo detto che l'ottica geometrica è solo un'approssimazione. I limiti di questa approssimazione divengono evidenti quanto più un'immagine viene ingrandita. Infatti, per quanto buona sia la lavorazione di un obiettivo, esiste un limite fisico a quanto può essere definita l'immagine. Il limite dipende dalla natura *ondulatoria* della luce, che quindi non si propaga esattamente in linea retta, come nell'approssimazione geometrica, ma quando incontra un ostacolo cambia in parte direzione e causa un fenomeno chiamato *diffrazione*. Tanto più piccolo è l'obiettivo, tanto più importante diventa questo fenomeno. In pratica, se usando solo l'ottica geometrica ci aspetteremmo che l'immagine di un punto luminoso (come una stella) sia un altro punto, usando l'ottica ondulatoria ci accorgeremmo che ciò non è più vero, per cui l'immagine appare come un dischetto luminoso circondato da anelli scuri e chiari che rapidamente diventano invisibili, chiamato *disco di Airy* (fig.14). La dimensione angolare *in secondi d'arco* di questo disco visto nell'oculare è uguale circa a $135/D$, dove D è il diametro del telescopio *in millimetri*. E' possibile vedere separate due stelle di uguale luminosità solo fino a che la loro distanza rimane maggiore del potere risolutivo del telescopio, che viene assunto uguale a poco meno del diametro del disco di Airy, e cioè circa $120/D$ (*limite di Dawes*). Se le stelle sono di luminosità diversa, diventa via via più difficile separarle, perché la luce della più debole diventa indistinguibile.

Spesso, soprattutto nel caso di sistemi ad alta luminosità (obiettivi fotografici) o di telescopi di grandi dimensioni, il fattore che limita il potere risolutivo non è la natura ondulatoria della luce, ma la presenza di aberrazioni ottiche. Le aberrazioni ottiche possono essere presenti sia per le caratteristiche di progetto dello strumento, se non si richiede una grande risoluzione, sia per l'approssimazione nella lavorazione. Soprattutto con strumenti di grande luminosità è difficile raggiungere la precisione estrema necessaria, e per contenere i costi ci si “accontenta” di avvicinarsi soltanto alla perfezione. Naturalmente anche questo è un compromesso. Spesso i requisiti per diversi tipi di osservazione (riprese fotografiche, CCD, osservazione visuale ad alta risoluzione) sono in contrasto tra loro, e il progettista deve fare una scelta. E' bene tenere presente questi fattori quando si sceglie un telescopio, in quanto non esiste una scala dal “migliore” al “peggiore” ma solo una grande varietà di modelli con caratteristiche diverse.

Per approfondimenti si possono consultare:

- il sito internet di Piero Mazza (www.galassiere.it), che ha una ampia sezione dedicata all'ottica per gli astrofili
- il libro “Telescope Optics” di Rutten & van Venrooij, (in inglese)
- nella biblioteca del circolo, “Ottica” di F.A. Jenkins

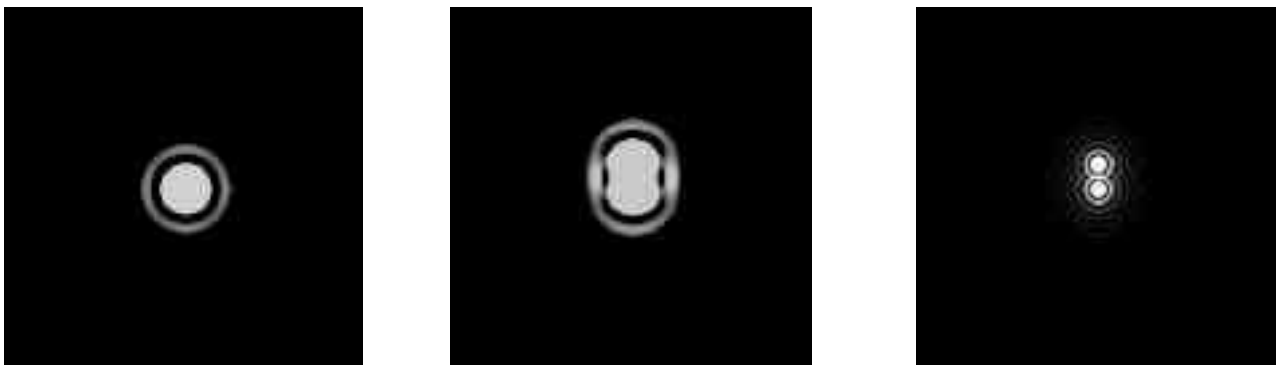


figura 14 - a) il disco di Airy di una stella b) una stella doppia al limite di Dawes c) la stessa stella doppia con uno strumento tre volte più grande