

# 1 Risolvere i seguenti problemi

## 1.1 Grattacapi matematici

- Per quali coppie  $(a, b)$  di numeri reali positivi l'integrale improprio

$$\int_b^\infty \left( \sqrt{\sqrt{x+a} - \sqrt{x}} - \sqrt{\sqrt{x} - \sqrt{x-b}} \right) dx \quad (1)$$

converge?

- Dimostrare che

$$\cos\left(\frac{\pi}{7}\right) - \cos\left(\frac{2\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{7}\right) = \frac{1}{2}. \quad (2)$$

## 1.2 Un problema di meccanica classica

- Una massa  $m$  oscilla su una molla con costante elastica  $k$ . L'ampiezza è  $d$ . Nel momento (supponiamo  $t = 0$ ) in cui la massa si trova in posizione  $x = d/2$  (e si sta muovendo verso destra), collide e si attacca a un'altra massa  $m$ . La velocità della massa risultante  $2m$  subito dopo la collisione è la metà della velocità della massa  $m$  in movimento subito prima della collisione.

Qual è il risultato  $x(t)$ ? Qual è l'ampiezza della nuova oscillazione?

Inviare le soluzioni al Prof. Andrea Caputo: [a.caputo@uniroma1.it](mailto:a.caputo@uniroma1.it)