Hoja de trabajo #2

Andrea Amado
Byron Terre
Fernando de Tezanos
6 de agosto, 2019

Ejercicio #1

Demostrar utilizando inducción:

$$\forall n. n^3 \geq n^2$$

donde $n \in \mathbb{N}$

Caso Base:

n=0

$$0^3 \ge 0^2$$

$$0 \ge 0$$

Caso Inductivo:

n=n+1

$$n^3 \ge n^2$$

(Hipótesis Inductiva)

$$(n+1)^3 \ge (n+1)^2$$

$$(n+1)(n+1)(n+1) \ge (n+1)(n+1)$$

$$(n+1) \ge \frac{(n+1)(n+1)}{(n+1)(n+1)}$$

$$n+1 \ge 1$$

$$n \ge 1-1$$

$$n \ge 0$$

Ejercicio #2

Demostrar utilizando inducción la desigualdad de Bernoulli:

$$\forall n. (1+x)^n \ge nx$$

donde $n \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{Q}$ y $x \ge -1$

Caso Base:

n=0

$$(1+x)^0 \ge 0x$$
$$1 \ge 0$$

Caso Inductivo:

n=n+1

$$(1+x)^n \ge nx$$

(Hipótesis Inductiva)

$$(1+x)^{n+1} \ge (n+1)x$$
$$(1+x)^n * (1+x) \ge (n+1)x$$
$$(1+x)^n * (1+x) \ge nx + x$$
$$(1+x)^n + x(1+x)^n \ge nx + x$$
$$x(1+x)^n + [(1+x)^n \ge nx] + x$$

Asumiendo que $[(1+x)^n \ge nx]$ es verdadero (Hipótesis Inductiva) que:

$$x(1+x)^n \ge x$$
$$(1+x)^n \ge \frac{x}{x}$$
$$(1+x)^n \ge 1$$
$$log(1+x)^n \ge log(1)$$
$$n[log(1) + log(x)] \ge log(1)$$
$$n[0 + log(x)] \ge 0$$
$$n \ge \frac{0}{log(x)}$$
$$n \ge 0$$