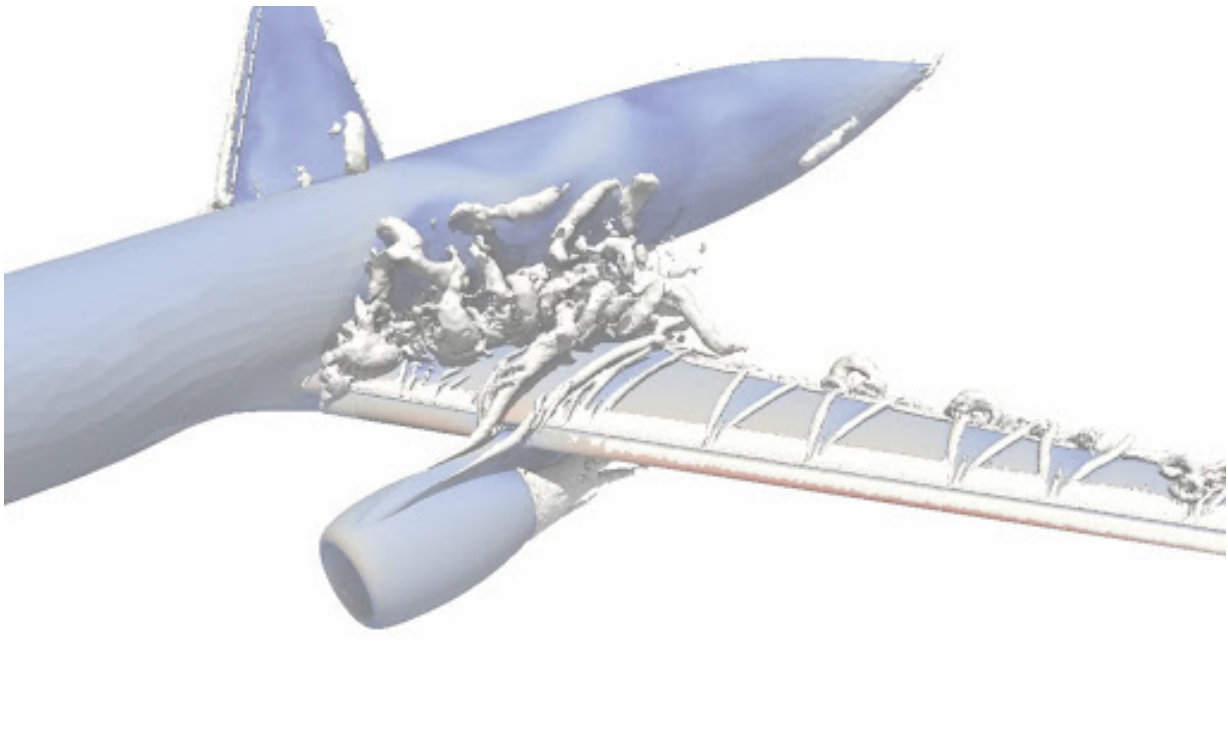


# Project MORPHEUS

Model Order Reduction for multi-PHysical and Energy-Unified  
Systems

Andrea Brugnoli  
Docteur ISAE-Supaéro 2020  
Ingénieur ISAE-Supaéro 2017

Dossier de candidature au prix de la fondation Jean-Jacques et Félicia Lopez-Loreta pour l'excellence académique.



Source: [FEniCS-HPC website](#)

# 1 Résumé du projet

Le but du projet MORPHEUS consiste à mettre en place des méthodes numériques pour accélérer la simulation des problèmes d'interaction fluide-structure (IFS), par rapport au temps de calcul requis pour une simulation haute-fidélité. Il sera donc possible d'intégrer des modèles plus économiques, qui pourront remplacer des simulations très coûteuses, et ainsi de faciliter le design et la prise de décisions. A la différence de plusieurs méthodes proposées dans la littérature, l'impératif est la fidélité à la structure physique du problème. Cette structure est le plus souvent ignorée par les algorithmes de réduction, qui traitent les simulations comme des boîtes noires. Les modèles réduits respectueux de la physique sont beaucoup plus précis que ceux qui ne la garantissent pas et leur utilisation pourra radicalement améliorer les techniques normalement utilisées pour la réduction des modèles et l'optimisation. Pour réaliser son ambition, ce projet vise à utiliser des formalismes mathématiques récents pour la modélisation multiphysique et la digitalisation des modèles. Les outils capables de prédire précisément le comportement des systèmes complexes ont une importance fondamentale pour nous aider à affronter les prochains défis technologiques et sociétaux. Le fait que cette année le Prix Nobel de Physique ait été attribué à trois chercheurs travaillant sur ce sujet<sup>1</sup> confirme l'importance et l'actualité de cet axe de recherche.

## 2 Développement du projet scientifique

### 2.1 Les problèmes multiphysiques

L'ingénierie computationnelle est une science récente, multidisciplinaire et en expansion rapide. Son but consiste à mettre en place des modèles mathématiques et numériques pour prédire le comportement des systèmes complexes. Cela permet d'éviter l'utilisation des tests expérimentaux très coûteux pour les systèmes en phase de conception et de détecter des fautes pendant le cycle de vie des composants. Ce domaine est en expansion rapide car aujourd'hui on dispose des ordinateurs plus puissants et surtout parce que, grâce au développement des codes open source, les logiciels de calcul sont beaucoup plus accessibles, robustes et faciles à utiliser. Toutefois les problèmes multiphysiques, qui sont centraux dans les applications industrielles, sont extrêmement compliqués à traiter. Cela est dû d'une part à la difficulté associée au traitement des différentes physiques et d'autre part à la taille des systèmes obtenus, qui nécessitent

---

<sup>1</sup><https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2021/summary/>

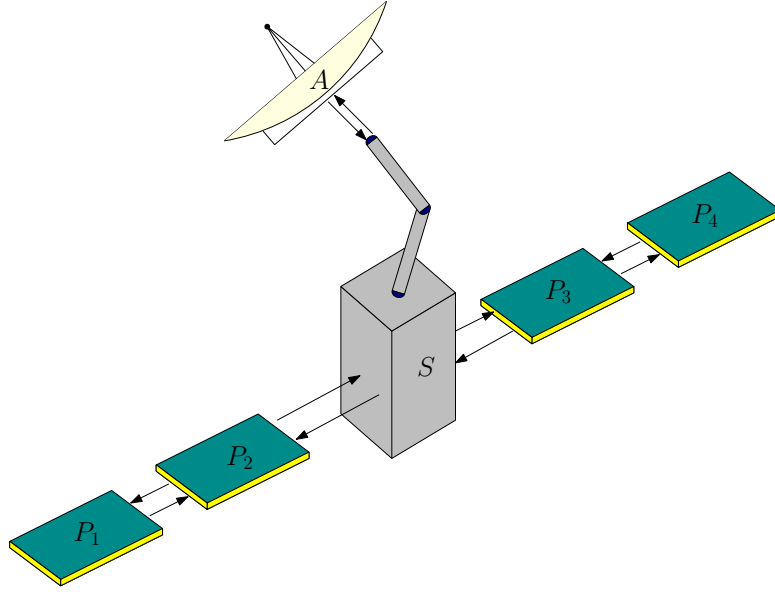


Figure 2: Schéma modulaire représentant un satellite de télécommunication.

des plusieurs jours, voir plusieurs semaines, pour être résolu à l'aide d'un supercalculateur [1]. Ces problématiques posent des barrières pour l'utilisation des modèles numériques en industrie.

## 2.2 Outils scientifiques du projet Morpheus

### Un formalisme unifiant pour la modélisation des systèmes dynamiques

Un formalisme mathématique très prometteur pour traiter les problèmes multiphysique est le formalisme port-Hamiltonienne [2], basé sur la mécanique Hamiltonienne et les graphes de liaisons pour la modélisation des systèmes dynamiques. Au cœur de ce formalisme il y a l'idée que tout système physique peut être décrit d'une manière modulaire, c'est à dire à partir des ses composant simples, qui interagissent entre eux et avec le milieu environnant à travers des portes. Les portes d'interactions contiennent l'information relative au flux d'énergie entre les différents composants et entre différents domaines physiques (mécanique, électromagnétisme ou fluidodynamique). La conception modulaire est fondamentale dans l'ingénierie, car le design de tout système technologique est fait à partir des éléments simples qui sont assemblés pour donner lieu à la complexité qui nous entoure. Prenez par exemple un avion, un hélicoptère, un satellite (cf. Fig. 2) ou un téléphone portable : pour pouvoir optimiser leur design il est indispensable de disposer d'un outil de modélisation capable de décomposer la complexité d'une manière à retrouver les différents composants clés.

## Une méthodologie structurée pour la discrétisation des EDP

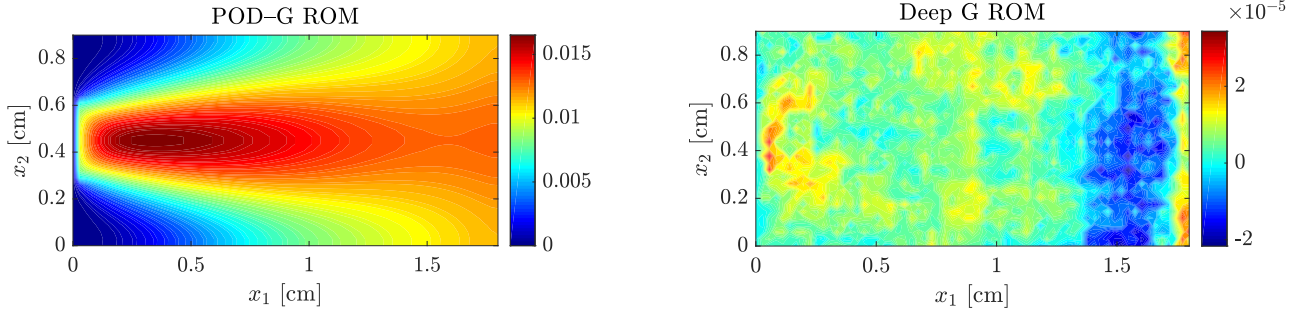
Les algorithmes numériques utilisés en industrie sont adaptés à la nature physique du problème. Pour la mécanique la méthode des éléments finis est privilégiée par les ingénieurs. Pour la fluidodynamique, les volumes finis sont majoritairement utilisés car ils garantissent le respect des lois de conservation. Quand il faut utiliser ces deux approches simultanément, par exemple pour traiter des problèmes couplés, leur couplage pose plusieurs challenges. Les deux méthodes utilisent des degrés de liberté différents (i.e. différentes entités topologique du maillage) et l'interconnexion introduit forcément des erreurs. Un outil de modélisation général nécessite d'une méthode de discrétisation également générale, capable de garantir la possibilité d'interconnecter des physiques distinctes. Ce formalisme unifiant, la méthode des éléments finis en calcul extérieur ou FEEC<sup>2</sup>, a été développé récemment [3]. Cette théorie mathématique a permis des développements importants pour la discrétisation des équations à dérivées partielles issues de la physique. Elle a été appliquée avec succès au cas de la mécanique des solides, la fluidodynamique et l'électromagnétisme et elle représente un outil puissant pour les applications multiphysiques.

## L'intelligence artificielle pour obtenir des modèles réduits

Toute méthode de discrétisation, même les plus sophistiquées, amène à des systèmes dont la taille dépasse facilement le million d'inconnus. Pour pouvoir optimiser le design des composantes mécaniques, il faut simuler ces modèles plusieurs fois. Cela amène à des coûts computationnels prohibitifs même pour les entreprises dotées de plus avancés centres de calcul. Il est donc indispensable d'introduire des méthodes de réduction, qui sont sensées construire un modèle plus simple, capable néanmoins de retenir les propriétés principales du système de départ. La grande majorité de ces méthodes supposent que l'on puisse obtenir un système réduit à travers une méthode essentiellement linéaire, i.e. la Décomposition Orthogonale en Valeurs Propres (POD) [4, 5]. Cette hypothèse n'est pas valable pour tout système exhibant un comportement non-linéaire et conduit à surestimer la dimension du système réduit. Grâce aux progrès récents dans le domaine de l'Intelligence Artificielle (IA), de nouvelles méthodes permettent d'obtenir des modèles réduits rapides. Récemment, des chercheurs ont proposé une architecture basée sur les réseaux neuronaux convolutifs [6] pour obtenir des modèles beaucoup plus rapides (d'un facteur 100 environ) par rapport à la discrétisation haute fidélité. Leur technique représente une extension non linéaire de la méthodologie couramment utilisée. Les résultats obtenus démontrent le gain de performance qu'il est possible d'obtenir avec cette

---

<sup>2</sup>Le calcul extérieur représente une généralisation du calcul vectoriel basée sur la géométrie différentielle.



(a) Modèle réduit avec la méthode linéaire POD.

(b) Modèle réduit avec réseaux des neurones.

Figure 3: Réduction de modèle pour un problème de convection-diffusion-réaction. En utilisant un réseaux neuronaux convolutifs pour générer une variété non linéaire l'erreur associé à la réduction est drastiquement réduit par rapport à la méthode POD (de  $10^{-2}$  à  $10^{-5}$ ). Reproduit de [6] avec permission.

méthodologie 3.

## 2.3 Lot de travaux

Le projet est divisé en trois lots de travaux :

1. Développement d'algorithmes numériques haute-fidélité pour des problèmes d'interactions fluide-structures basée sur le formalisme port-Hamiltonien et les élément finis en calcul extérieur.
2. Méthodes de réduction garantissant le respect de la structure physique générés en utilisant les réseaux des neurones.
3. Utilisation des modèles réduits pour l'optimisation et comparaison avec les modèles haute-fidélité.

Chaque macro-tâche est directement associée à une thèse.

### WP1 : méthodes numériques pour systèmes couplés fluide-structure

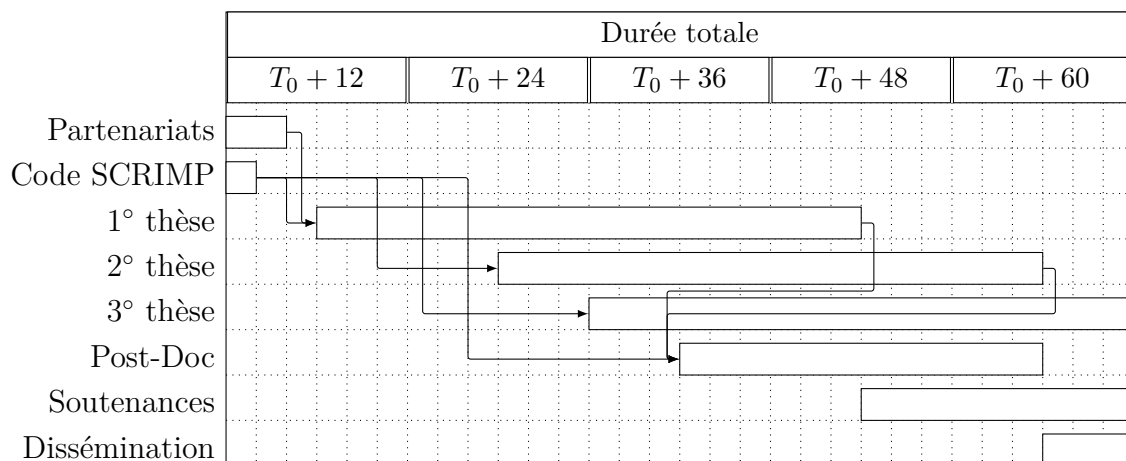
**Réponsable: Andrea Brugnoli et Doctorant 1**

La formalisation des problème fluide-structure au sein du formalisme port-Hamiltonien à été formalisé in [7]. Pourtant, ce type d'interconnexion suppose que la partie mécanique soit représenté par un corps rigide. Dans ce premier lot de travail, on cherche à obtenir des modèles couplés d'interaction fluide-structure dans le cas où la partie structurelle est considérer déformable. Une fois que ces modèles seront dérivées, le focus principal de ce lot sera de générer des chemins numériques pour la préservations de la structure Hamiltonien à l'aide de la méthode à éléments finis en calcul extérieur. Cette tache représente

un véritable défi computationnelle, spécialement si on cherche à résoudre le cas plus général possible d'interaction fluide-structure où la partie mécanique est très flexible et effectue des mouvements rigides. On pourra alors diviser la tâche en considérant des problèmes de complexité croissante.

1. Si la structure est encastree et les déformations sont petits, prenez par exemple une aile d'avion en conditions nominaux, on peut utiliser un maillage fixe au cours du temps. Ceci est du au fait que on peut utiliser les équations linéaire pour l'élasticité.
2. Si la structure peut bouger d'une manière rigide mais les déformations restent petit, par exemple dans le cas des turbomachine, des approches existent pour limiter la complexité des équations.
3. Dans le cas le plus général, les équations de l'élasticité doivent être utilisés.

Le doctorant choisi pour cette thèse devra alors concevoir des méthodes numériques capable de s'adapter à cette complexité croissante. La première défi portera à la résolution du premier cas, qui ne demandera pas d'introduire des technique spéciales pour modifier le maillage. Au contraire le cas successifs devront utiliser des methodes pour traiter la partie elastique, normalement resolu avec un approche Lagrangien



## 2.4 Moyens et partenariats

Pour ce que il concerne la mise en place du projet, des différents partenariats en France et à l'international seront mis en place. Pour ce qui concerne les aspect théoriques fondamentaux Bernhard Maschke (Université de Lyon), Arjan van der Schaft (University of Groningen) et Stefano Stramigioli (University of

Twente) constitueront les interlocuteurs académiques principaux.

Pour ce qui concerne la première macro-tâche, il sera possible de prolonger le travail effectué dans le cadre de ma thèse, qui a donné lieu à un code de calcul pour application multiphysique (le code SCRIMP décrit dans [8]). Ce code sera ultérieurement développé pour traiter des problèmes d'interaction fluide-structure. Pour ce qui concerne la préservation de la physique au sein des algorithmes, des collaborations avec Marc Gerritsma (département d'aérodynamique de l'Université de Delft) et Herbert Egger (Johannes Kepler University Linz) seront mises en place. Pour ce qui concerne l'interaction fluide-structure, l'office National d'Études et de Recherches Aérospatiales (ONERA), garant d'une profonde expertise en ce domaine, représentera l'interlocuteur principal pour les problèmes liés au couplage multiphysique.

Pour ce qui concerne la deuxième macro-tâche, i.e. la réduction des modèles, il sera possible de mettre en place des collaborations avec Charles Poussot-Vassal (chercheur principal à l'ONERA), Volker Mehrmann (TU Berlin) et George Haller (ETH Zurich).

Pour la troisième partie, il sera important de dialoguer avec Joseph Morlier (ISAE-Supaéro et Institut Clément Ader).

## **2.5 Le projet MORPHEUS**

# **3 Aspects innovants du projet et verrous scientifiques**

## **3.1 Verrous scientifiques**

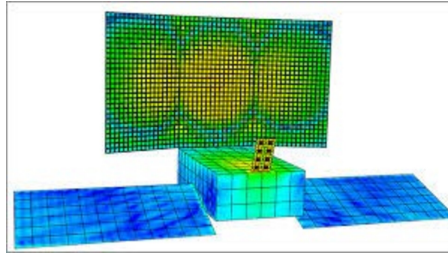
Le premier défi du projet consiste à implémenter des méthodes numériques pour la résolution des systèmes couplés multiphysiques. Ces modèles numériques devront retenir les propriétés physiques du problème (conservation d'énergie globale, traçage des échanges d'énergie entre les différents sous-systèmes, conservation des invariants du problème). Dans l'industrie habituellement, des méthodes différentes sont utilisées pour simuler des physiques distinctes. Par conséquent, le couplage numérique ne représente pas correctement les flux d'énergie. L'utilisation d'un paradigme de modélisation unifié permettra donc d'effectuer les couplages de manière à respecter la physique.

Le second challenge du projet consiste à intégrer des techniques issues de l'Intelligence Artificielle, qui seront utilisées pour obtenir des modèles réduits.

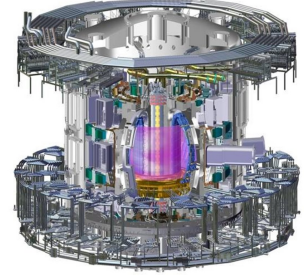




(a) Réseau européen du gaz ([Lien source](#))



(b) Logiciel simulation antenne re-flectarray ([Lien source](#))



(c) Le réacteur du projet ITER ([Lien source](#))

Figure 4: Exemple de cas d'application des outils computationnels développés dans le cadre du projet MORPHEUS.

Une technique très prometteuse en ce sens est présentée dans [6], mais ici le respect des lois physiques est imposé a posteriori au travers de contraintes et non pas inclus au niveau de la structure de départ. Dans [9] des réseaux de neurones, entraînés pour minimiser l'erreur par rapport au bilan de masse et de la quantité de mouvement, sont utilisés pour safranchir de la simulation haute fidélité. Pourtant, cela ne garantit pas le respect de la structure physique et pose des soucis au niveau de l'interprétabilité des résultats. Conserver la structure physique de la simulation haute fidélité dans la représentation réduite permettra d'intégrer des outils d'intelligence artificielle d'une façon interprétable.

Le dernier objectif consistera à utiliser ces modèles réduits pour optimiser le design mécanique des structures, et vérifier la validité des modèles réduits. Cette étape permettra d'évaluer la validité et l'efficacité des modèles réduits par rapport aux simulations fines. Typiquement dans l'industrie l'optimisation et les études paramétriques sont effectuées sur les modèles fins, mais cela comporte des investissements considérables en termes de temps et de ressources de calcul. Les modèles réduits seront plus rapides mais inévitablement moins précis par rapport aux simulations fines. Venir à bout de ces trois macro-tâches permettra de mieux comprendre le compromis entre temps de calcul et précision pour des applications d'intérêt industriel.

### 3.2 Domaines d'application

Au-delà de l'aéronautique, où l'aéroélasticité et le design des turbomachines restent un challenge essentiel, différents secteurs d'applications pourront bénéficier des outils développés dans le cadre de ce projet (cf. Fig 4):

- Pour réduire les coûts associés à la maintenance des réseaux de distri-



bution (énergie électrique, gas, hydrogène ou hydraulique), des méthodes structurées capables de représenter une hiérarchie de modèles sont nécessaires. Le coût de calcul est trop élevé pour pouvoir optimiser ces modèles directement.

- Afin de fournir des services Internet dans des endroits sans accès haut débit, une solution prometteuse consiste à utiliser des constellations de satellites équipés d’antennes constituées de différents modules réflecteurs (reflectarray). Pour concevoir ces modules, des modèles intégrant lélectromagnétisme et la thermomécanique sont nécessaires.
- La production d’énergie à partir de la fusion nucléaire pose énormément de défis technologiques, à cause des conditions extrêmes de fonctionnement pour le réacteur. La fusion nucléaire représente un cas typique de problème multiphysique, où la dynamique des fluides interagit avec lélectromagnétisme d’une manière complexe.

### 3.3 Portée du projet

Les outils capables de prédire le comportement des systèmes complexes ont une importance fondamentale pour nous aider à affronter les prochains défis technologiques et sociétaux. Le fait que cette année le Prix Nobel de Physique ait été attribué à trois chercheurs travaillant sur ce sujet<sup>3</sup> confirme l’importance et l’actualité de cet axe de recherche. Disposer d’outils quantitatifs performants pour traiter et comprendre la complexité qui nous entoure contribue :

1. à faciliter le design des technologies opérantes, et à les pousser dans conditions extrêmes (avions très flexibles, turbomachines, fusées, etc.);
2. à prévenir les risques dus au vieillissement des infrastructures, bâtiments (lusure des matériaux introduit des non-linéarités);

Le fait d’utiliser un outil de modélisation unifié représente une nouveauté essentielle de ce projet. Cela pourra permettre la création d’une infrastructure commune pour les outils numériques à la base de la digitalisation, et donc faciliter son adoption dans l’industrie.

---

<sup>3</sup><https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2021/summary/>

### 3.4 Budget

Dépense	Coût
Porteur du projet (temps plein)	$5 \times 60000 = 300000$
3 doctorants (temps plein)	$3 \times 3 \times 40000 = 360000$
1 Post-Doc (temps plein)	$2 \times 55000 = 110000$
Personnels ISAE	100000
Matériel et calcul HPC	60000
Frais annexes (conférences, workshops)	60000
<b>Total</b>	<b>1000000</b>

## References

- [1] David E Keyes et al. Multiphysics simulations: Challenges and opportunities. *The International Journal of High Performance Computing Applications*, 27(1):4–83, 2013.
- [2] A.J. van der Schaft and B.M. Maschke. Hamiltonian formulation of distributed-parameter systems with boundary energy flow. *Journal of Geometry and Physics*, 42(1):166–194, 2002.
- [3] Douglas N. Arnold, Richard S. Falk, and Ragnar Winther. Finite element exterior calculus, homological techniques, and applications. *Acta Numerica*, 15:1155, 2006.
- [4] Vilas Shinde, Elisabeth Longatte, Franck Baj, Yannick Hoarau, and Marianna Braza. Galerkin-free model reduction for fluid-structure interaction using proper orthogonal decomposition. *Journal of Computational Physics*, 396:579–595, 2019.
- [5] Alexis Tello, Ramon Codina, and Joan Baiges. Fluid structure interaction by means of variational multiscale reduced order models. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 121(12):2601–2625, 2020.
- [6] Kookjin Lee and Kevin T. Carlberg. Model reduction of dynamical systems on nonlinear manifolds using deep convolutional autoencoders. *Journal of Computational Physics*, 404:108973, 2020. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2019.108973>.
- [7] Federico Califano, Ramy Rashad, Frederic P Schuller, and Stefano Stramigioli. Energetic decomposition of distributed systems with moving material domains: the port-hamiltonian model of fluid-structure interaction. *arXiv preprint arXiv:2111.08439*, 2021.
- [8] A. Brugnoli, G. Haine, A. Serhani, and X. Vasseur. Numerical approximation of port-Hamiltonian systems for hyperbolic or parabolic pdes with boundary control. *Journal of Applied Mathematics and Physics*, 9:1278–1321, 2021. <https://doi.org/10.4236/jamp.2021.96088>.
- [9] Luning Sun, Han Gao, Shaowu Pan, and Jian-Xun Wang. Surrogate modeling for fluid flows based on physics-constrained deep learning without simulation data. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 361:112732, 2020.