# 1. EQUAZIONI DIFFERENZIALI ORDINARIE (EDO) PROGRAMMA

ES: Consideriamo la seguente equazione:

$$\boxed{y'(t) = \frac{1}{t} \quad , \; t>0}$$

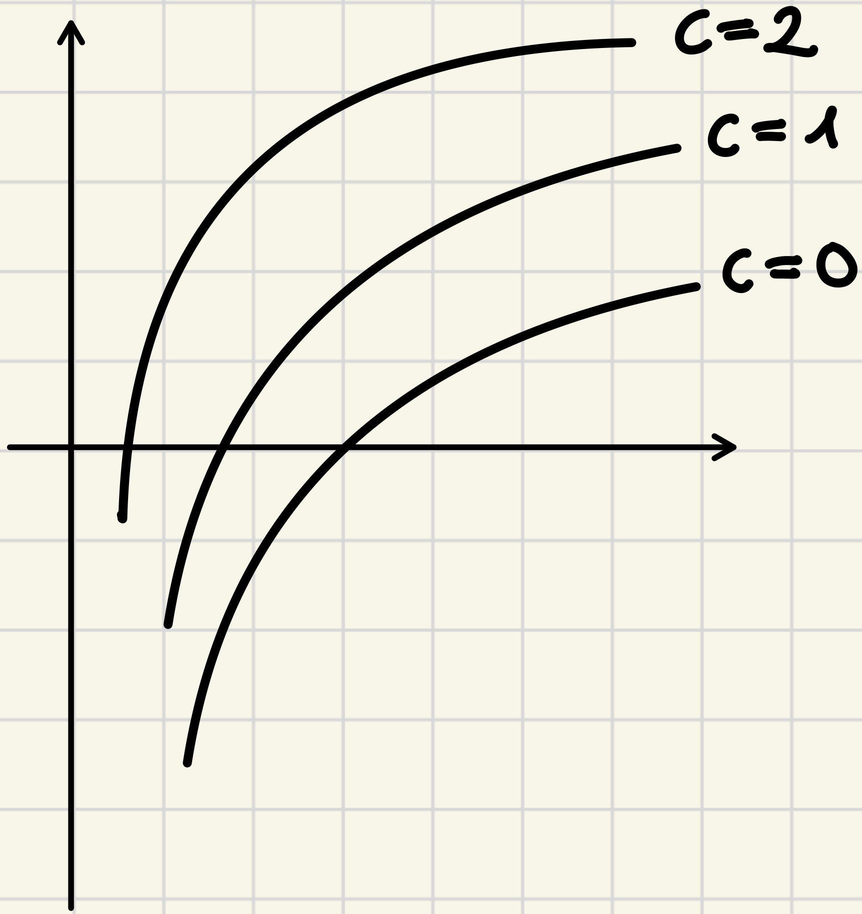
EQUAZIONE DIFFERENZIALE

dove $y$ é una funzione incognita nella variabile $t$.
L'obbiettivo é di trovare una funzione $y$ derivabile con derivata $y' = \frac{1}{t}$ per tutti $t>0$.

Risolvo utilizzando 1°TFCI:

$$\int y'(t)\,dt = \int \frac{1}{t}\,dt \Rightarrow y(t) = \ln(t) + c \quad t>0$$

In base a il valore di c ho una soluzione:




OSS: Le soluzioni sono INFINITE

ES: $y'(t) = \frac{1}{t}, \ t<0 \Rightarrow \int y'(t)\,dt = \int \frac{1}{t}\,dt$

$\Rightarrow \; y(t) = \ln(-t) + c$

OSS: La soluzione di una EDO dipende anche dall'intervallo di definizione iniziale (Dominio)

DEF: Sia $k \in \mathbb{N}$ e sia $A \subseteq \mathbb{R}^k := \underbrace{\mathbb{R} \times \ldots \times \mathbb{R}}_{k \text{ volte}}$, allora:

una funzione $f$ di $k$ variabili a valori reali é una relazione che associa ad ogni $k$-upla $\underline{x} = (x_1, \ldots, x_k) \in A$ un numero reale $f(\underline{x})$ o $f(x_1, \ldots, x_k)$:

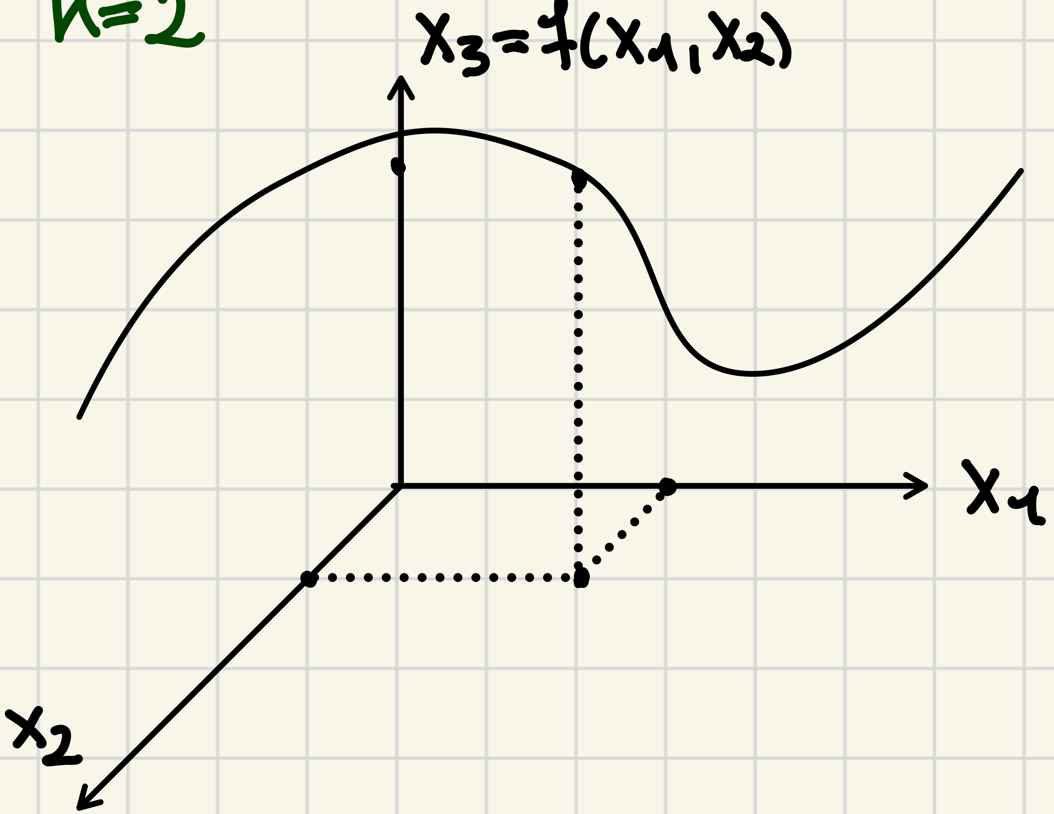
$$f : A \subseteq \mathbb{R}^k \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$\underline{x} \longmapsto f(\underline{x})$$

Diciamo che $A$ é l'insieme di definizione o dominio di $f$.

Il grafico sarà:

$$\mathrm{Gr}\, f = \left\{ (x_1, \dots, x_k, x_{k+1}) \in \mathbb{R}^{k+1} \;\middle|\; \begin{array}{c} \underline{x} = (x_1, \dots, x_k) \in \Delta \\ e \\ x_{k+1} = f(\underline{x}) \end{array} \right.$$

$k=2$



**DEF.** Considero una EDO di ordine $n \in \mathbb{N}$ ovvero un equazione che ha come incognita una funzione $y(t)$ che coinvolge la derivata n-esima di $y(t)$ e può coinvolgere la derivata j-esima con: $0 \leq j < n$ ovvero:

$$* \quad F(t, y(t), y'(t), \dots, y^{(n)}(t)) = 0 \,, \quad t \in I \subseteq \mathbb{R}$$

dove $F$ é una funzione in $n+2$ variabili.
Inoltre, si chiama **soluzione particolare** della EDO in un intervallo $J \subseteq I$ ogni funzione $\bar{y}(t) \subseteq e^{n}(t)$, ovvero continua con derivate continue fino all'ordine $n$ che soddisfano $(*)$. L'insieme di tutte le soluzioni si chiama **integrale generale**.

ES: $$t^2 y(t) + y'(t) + \frac{y''(t)}{t} + e^{y^{(4)}(t)} = 0$$ EDO DI 4° ORDINE $n=4$

$$F(t, y_0, y_1, y_2, y_3, y_4) = t^2 y_0 + y_4 + \frac{1}{t} y_2 + e^{y_4}$$

**DEF:** Diciamo che una EDO di ordine $n \in \mathbb{N}$ é in forma normale se é nella forma:

$$y^{(n)}(t) = f(t, y(t), y'(t), \dots, y^{(n-1)}(t))$$

**ES:** $y'(t) = \frac{1}{t}$ é in forma normale con $f(t, y_0) = \frac{1}{t}$

$y'(t) = t\sqrt{y^2(t)+1}$ é una EDO del 1° ordine su $\mathbb{R}$ in forma normale con: $f(t, y_0) = t\sqrt{y^2(t)+1}$