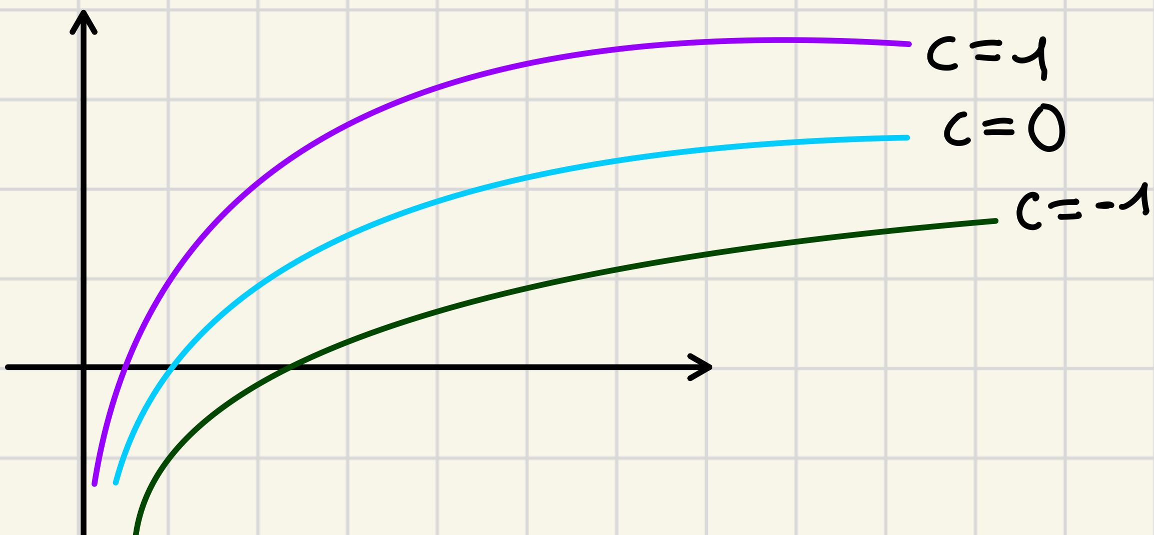
EQUAZIONI DIFFERENZIALI ORDINARIE

ES: consideriamo la seguente equazione : $y(t)=\frac{1}{t}, t>0$
dove y é una funzione incognita nella variabile t. L'obbiettivo é di trovare una funzione y derivabile con derivata $y'=\frac{1}{t} \quad \forall t>0$.
Risolvo utilizzando TFCI:

$$\int y'(t)\,dt = \int \frac{1}{t}\,dt \Rightarrow y(t)+c_1 = \ln(t)+c_2$$

$$\Rightarrow y(t) = \ln(t)+c$$



Al variare di C ho una determinata soluzione ⇒ SOLUZIONI INFINITE

Def: Sia $k \in \mathbb{N}$ e $A \subseteq \mathbb{R}^k$. Una funzione f di k variabili a valori reali è una relazione che associa ad ogni k-upla $\underline{x} = (x_1, \dots, x_k) \in A$ un numero reale $f(\underline{x})$ o $f(x_1, \dots, x_k)$, cioè:

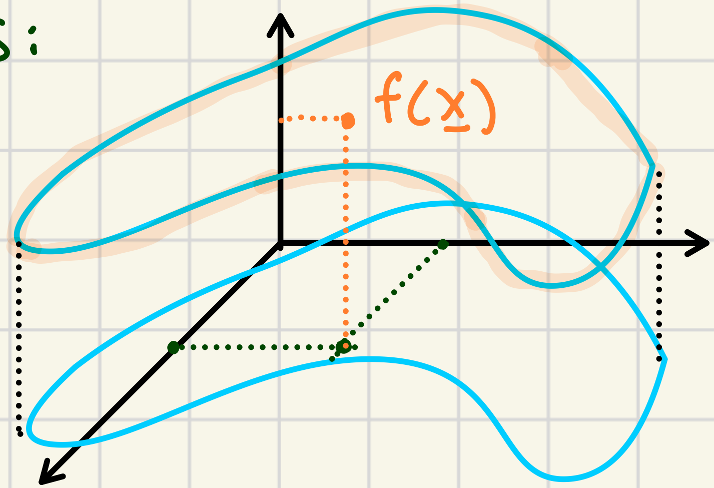
$$\begin{aligned} f: A \subseteq \mathbb{R}^k &\longrightarrow \mathbb{R} \\ \underline{x} &\longrightarrow f(\underline{x}) \end{aligned}$$

diciamo che A è il dominio di f e:

$$\text{Gr } f = \left\{ (x_1, \dots, x_k, x_{k+1}) \in \mathbb{R}^{k+1} : \begin{array}{c} \underline{x} = (x_1, \dots, x_k) \\ \text{e} \\ x_{k+1} = f(\underline{x}) \end{array} \right.$$

grafico di f

ES:



Def: Una EDO di ordine $n \in \mathbb{N}$ é un' equazione che ha come incognita una funzione $y(t)$ che coinvolge la derivata n-esima di y e puó coinvolgere le derivate J-esime con $0 \leq J < n$, cioé si puó scrivere nella forma:

$$(*) \quad F(t, y(t), y'(t), \dots, y^{(n)}(t)) = 0, \quad t \in I,$$

dove I é un sottoinsieme di $\mathbb{R}$ e F una funzione in $n+2$ variabili
Inoltre si chiama soluzione (particolare) della EDO in un intervallo $J \subseteq I$ ogni funzione $\bar{y}(t) \in C^n(I)$, ovvero derivabile n-volte, che soddisfi $(*)$.
L' insieme di tutte le soluzioni si dice integrale generale della EDO

Es: $t^2 y(t) + y'(t) + \dfrac{y''(t)}{t} + e^{y^{(4)}(t)} = 0$ EDO di ordine 4 $\Rightarrow n = 4$

quindi $F(t, y_0, y_1, y_2, y_3, y_4) = t^2 y_0 + y_1 + \frac{1}{t} y_2 + e^{y_4}$

Def: Diciamo che una EDO di ordine $n \in \mathbb{N}$ é in forma normale se é nella seguente forma:

$$y^{(n)}(t) = F(t, y(t), \dots, y^{(n-1)}(t)), \quad t \in I$$

Es: $y'(t) = t\sqrt{y^2(t)+1}$ EDO del 1° ordine definita su $\mathbb{R}$ in forma normale

$$\Rightarrow \quad y'(t) = F(t, y_0) = t\sqrt{y_0 + 1}$$