Soluzione ai quesiti del questionario di autovalutazione in HTML/Javascript
Caravano Andrea
Classe 4ªDIN

Di seguito, viene presentata la soluzione ai quesiti presenti nel questionario di autovalutazione in HTML/Javascript.

Si ricorda che, trattandosi di un questionario di autovalutazione in preparazione ai test di ammissione ad Ingegneria, è bene lavorare autonomamente alla soluzione dei quesiti e, solo dopo aver svolto il test almeno 3 volte (ricaricando la pagina o riavviando la simulazione, assicurandosi quindi di avere una buona probabilità di avere accesso alla maggioranza dei quesiti), accedere alle soluzioni.

Le domande proposte vengono sorteggiate in modo casuale, da un archivio composto da:

- 10 quesiti a risposta singola
- 10 quesiti a risposta multipla
- 5 quesiti ad associazione di risposte

Domande a risposta singola:

- Quesito n. 1:
  Per riempire una vasca, un rubinetto impiega 2 ore e un secondo rubinetto impiega 3 ore.
  Quanto tempo impiegano a riempire la vasca i due rubinetti, se aperti insieme?
  - A. 92 minuti
  - B. 72 minuti
  - C. 80 minuti
  - D. Due ore e mezzo
  - E. Un'ora

La risposta corretta è la B (72 minuti).

Commento:
Dopo una rapida lettura delle soluzioni proposte, ci accorgiamo immediatamente che la risposta avente l'unità di tempo minore corrisponde alla E (un'ora).
Risolvere il problema in maniera analitica risulta un'eccessiva perdita di tempo prezioso ed è perciò consigliabile procedere per approssimazione.
Passiamo quindi in rassegna la risposta E.
Aperti insieme, i due rubinetti, completano, dopo 60 minuti, rispettivamente $\frac{1}{2}$ del lavoro e $\frac{1}{3}$ del lavoro (essendo rispettivamente 2 e 3 le ore richieste a ciascun rubinetto per riempire la vasca).
Essendo però stati aperti insieme, giungiamo alla conclusione che, in 60 minuti, sono stati portati a termine solo i $\frac{5}{6}$ del lavoro complessivo. Possiamo quindi escludere la risposta E.
Per arrivare alla risposta corretta, possiamo risolvere la proporzione $5 : 60 = 6 : x$ (in modo tale da trovare l'unità di tempo necessaria per completare i $\frac{6}{6}$ del lavoro).
Risolvendo, troviamo che l'indeterminata x vale $\frac{60 \times 6}{5} = 72$.
Un'altra possibilità altrettanto valida è valutare la risposta cronologicamente seguente (80 minuti). Se in 60 minuti vengono completati i $\frac{5}{6}$ del lavoro, in 20 minuti ne verranno completati i $\frac{1}{3} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{18}$. 80 minuti rappresenta proprio la somma tra 60 minuti e 20 minuti e possiamo pertanto sommare $\frac{5}{6} + \frac{5}{18} = \frac{20}{18}$, che è senz'altro > 1.
Volendo quindi trovare quale unità di tempo rappresenta $\frac{6}{6}$ (e quindi 1), la risposta deve essere necessariamente compresa tra 60 minuti e 80 minuti. L'unica che rispetta questo criterio è proprio la risposta B (72 minuti).

- **Quesito n. 2:**
  In piano riferito a coordinate cartesiane ortogonali, l'equazione $\mathrm{x} + y^2 - 4\mathrm{y} + 3 = 0$ rappresenta…
  - A. Un'iperbole di centro C (-3; 0)
  - B. Una funzione $\mathrm{y} = \mathrm{f(x)}$ simmetrica rispetto all'asse X
  - C. Una funzione $\mathrm{y} = \mathrm{f(x)}$ definita per ogni valore di X
  - D. Una funzione $\mathrm{y} = \mathrm{f(x)}$ simmetrica rispetto alla retta $\mathrm{x} = 1$
  - E. Una parabola di vertice V (1; 2)

La risposta esatta è la E (parabola di vertice (1; 2))

Commento:
Quando ci si trova davanti ad un'equazione del piano, è sempre buona norma verificare se l'indeterminata x o y è presente, con grado massimo pari ad 1.
In queste condizioni, è infatti molto facile riscrivere l'equazione in forma esplicita, in funzione della x oppure della y.
Il termine y è presente in grado 1, ma è presente anche il termine y^2, che ha grado 2. È consigliabile perciò evitare di riscrivere l'equazione in y, ma procedere in x.
Infatti, il termine x, oltre ad essere presente, ha proprio grado massimo pari ad 1 e possiamo perciò facilmente riscrivere l'equazione in questa forma $x = -y^2 + 4y - 3$.
L'equazione ottenuta assomiglia moltissimo all'equazione di una parabola, dove i termini x ed y utilizzati convenzionalmente, sono stati scambiati.
Sebbene non sia comune incontrarle, parabole di questo tipo esistono e sono molto simili alle parabole a cui siamo abituati. La differenza qui è che l'asse di simmetria è parallelo all'asse x, invece che y.
Trattandosi di una domanda a risposta singola, in cui solo una risposta è vera, potremmo essere indotti a ritenere giusta la risposta B. In realtà, la risposta B, prevede che la parabola possieda asse di simmetria avente equazione $y = 0$ (e quindi l'asse x).
Calcolandone l'equazione, ci accorgiamo tuttavia che la risposta è falsa, infatti, otteniamo che, data una generica parabola $x = ay^2 + by + c$, l'asse di simmetria è pari a $y = -\frac{b}{2a}$, che è uguale in questo caso a $y = 2$.
Per esclusione, potremmo concludere che la risposta E è vera, ma, per completezza, calcoliamo il vertice della parabola ottenuta.
Sempre facendo riferimento alla generica equazione della parabola,
$Yv\ (coordinata\ y\ del\ vertice) = -\frac{b}{2a}$, ottenendo $y = 2$. Il calcolo della coordinata x è dispendioso in termini di tempo, ma possiamo procedere ricordandoci che il vertice è un punto della parabola e che quindi ne verifica l'equazione.
Sostituendo quindi $y = 2$ nell'equazione, otteniamo proprio $x = 1$, confermando che la risposta esatta è la E.

- **Quesito n. 3:**
  Si considerino i seguenti sottoinsiemi dell'insieme Z dei numeri interi:
  $$\mathrm{A} = \{\, \mathrm{x} : \mathrm{x} \in \mathbb{N},\ \mathrm{x} < 4 \,\}$$
  $$\mathrm{B} = \{\, \mathrm{y} : \mathrm{y}\ \in \mathbb{Z},\ y^2 = 1 \,\}$$
  $$\mathrm{C} = \{\, s : s \in \mathbb{N}, s \text{ è } pari \,\}$$
  L'insieme $(\mathrm{A} \cap C) \cup B$ è uguale a:
  - A. $-1,\ 0,\ 1,\ 2$
  - B. $-1,\ 1$
  - C. $-1,\ 0,\ 2,\ 3$
  - D. Insieme vuoto $(\emptyset)$
  - E. 1

La risposta esatta è la A $(\mathbf{-1, 0, 1, 2})$.

Commento:
Per la risoluzione del quesito è sufficiente elencare gli elementi dei vari insiemi.
Cominciamo dal primo insieme (A), contenente tutti gli elementi dell'insieme dei numeri naturali, minori di 4. Elencandoli otteniamo: $(0, 1, 2, 3)$.
Per elencare gli elementi dell'insieme B è necessario risolvere una semplicissima equazione di secondo grado in y. Facendolo, otteniamo che gli elementi che compongono B sono ± 1 (e quindi $-1, 1$)
Gli elementi di C sono invece tutti i numeri naturali pari, quindi $(0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots)$.
L'intersezione tra A e C (quindi gli elementi comuni) sono tutti i numeri naturali, pari e minori di 4, quindi: $(0, 2)$. Procedendo e trovando l'unione con l'insieme B, si vanno ad aggiungere -1 ed 1, portando quindi alla soluzione cercata: $(-1, 0, 1, 2)$

- **Quesito n. 4:**
  Vogliamo scegliere 2 persone tra 5 donne e 6 uomini per un importante incarico.
  In quanti modi lo possiamo fare, se vogliamo che ci sia almeno una donna?
  - A. 50
  - B. 40
  - C. 30
  - D. 55
  - E. 15

La risposta esatta è la B (40).

Commento:
La risoluzione del quesito richiede la conoscenza di alcuni basilari concetti di calcolo combinatorio. Includere almeno una donna nella nostra scelta, vuol dire infatti dover considerare due possibili situazioni:
- Viene scelta esattamente una donna ed esattamente un uomo
- Vengono scelte esattamente due donne

L'evento "almeno una donna" avrà come numero di combinazioni la somma delle combinazioni possibili di queste due casistiche. Analizziamole nel dettaglio
Per quanto riguarda il primo caso, scegliere esattamente una donna vuol dire, per il principio fondamentale del calcolo combinatorio, scegliere anche esattamente un uomo, essendo due le scelte possibili. Possiamo quindi applicare il principio di moltiplicazione e ottenere $\mathrm{C}_1 = 6 \times 5$, dove 6 rappresenta le possibilità per scegliere un uomo e 5 quelle per scegliere una donna. In questo modo ho scelto esattamente una donna ed esattamente un uomo. Notiamo che, dal momento che abbiamo applicato il principio di moltiplicazione, l'ordine della scelta non conta.

Procediamo ora con la scelta di esattamente due donne. In questo caso, ci stiamo chiedendo quante possibilità abbiamo di scegliere 2 donne tra le 5 disponibili.
Questa è la tipologia di calcolo che si risolve con il coefficiente binomiale (e quindi combinazioni semplici), trovando pertanto: $C_2 = \frac{5!}{2!\,(5-2)!} = 10$.
La somma dei due eventi ci porta alla conclusione cercata $C_{TOT} = C_1 + C_2 = 40$

- **Quesito n. 5:**
  Quanti numeri posso scrivere utilizzando una ed una sola volta ogni cifra tra le cifre 8, 2, 4, 5, 9, se in ultima posizione ci deve essere un 8 oppure un 9?
  - A. 48
  - B. 24
  - C. 26
  - D. 10
  - E. 7

La risposta esatta è la A (48).

Commento:
La risoluzione di questo quesito richiede, come il precedente, la conoscenza di alcuni basilari principi di calcolo combinatorio.
Vista la tipologia di quesito, possiamo applicare il principio di moltiplicazione. La seguente tabella chiarisce il numero di possibilità per ogni posizione:

4	3	2	1	2

Notiamo infatti che abbiamo 5 numeri da disporre, di cui l'ultimo deve essere 8 oppure 9 (quindi 2 possibili scelte). Gli altri 4 (ricordiamoci che per l'ultimo numero, nonostante ci siano due possibilità, abbiamo adoperato la scelta di un solo numero!) li disponiamo a piacere ed avremo 4 possibilità per il primo, 3 per il secondo, 2 per il terzo ed una sola per il quarto.
Moltiplicando, otteniamo $24 \times 2 = 48$

- **Quesito n. 6:**
  Un negozio accetta pagamenti con le carte di credito di tipo A o di tipo B. Un 24% dei clienti ha una carta di tipo A, il 61% una carta di tipo B, l'11% ha entrambe i tipi di carte. Che percentuale di clienti ha una carta accettata dal negozio?
  - A. 85%
  - B. 50%
  - C. 74%
  - D. 13%
  - E. 96%

La risposta esatta è la C (74%).

Commento:
La risoluzione del quesito è piuttosto immediata, se non ci si lascia trarre in inganno dalle altre opzioni di risposta.
Infatti, il quesito prevede semplicemente che si svolga la somma $24 + 61 = 85$, trovando la percentuale complessiva di clienti che hanno una carta di tipo A, una carta di tipo B e chi le possiede entrambe. Da queste, dobbiamo sottrarre chi le possiede entrambe, in quanto già rientrano nel conteggio. Dobbiamo quindi svolgere il calcolo $85 - 11 = 74$, individuando facilmente la risposta esatta.

- Quesito n. 7:
  L'equazione $2x^2 - \mathrm{ax} + \mathrm{a} = 0$, al variare del parametro reale a…
  - A. Ha sempre soluzioni reali
  - B. Ha soluzioni reali se e solo se $\mathrm{a} \geq 16$
  - C. Ha soluzioni reali se e solo se $\mathrm{a} \geq 0$
  - D. Ha soluzioni reali se e solo se $\mathrm{a} \geq 8$ oppure $\mathrm{a} \leq 0$
  - E. Ha soluzioni reali se e solo se $\mathrm{a} < 0$

La risposta esatta è la D (Ha soluzioni reali se e solo se $\boldsymbol{a} \geq \mathbf{8}$ oppure $\boldsymbol{a} \leq \mathbf{0}$).

Commento:
In generale, per determinare se un'equazione di secondo grado (come quella proposta) ha soluzioni (e quando ne ha), è sufficiente ragionare sul discriminante ($\Delta = b^2 - 4ac$), di un'equazione generica di secondo grado ($ax^2 + bx + c = 0$).
NB: Non facciamoci confondere! In questo esercizio, il termine a, non rappresenta il coefficiente di x^2, ma una generica indeterminata.
Nel caso specifico quindi, $\Delta = a^2 - 4 \times 2 \times a = a^2 - 8a$. Perché un'equazione di secondo grado abbia soluzioni reali è sufficiente che $\Delta \geq 0$. Si tratta perciò di risolvere una disequazione di secondo grado nell'indeterminata a (e quindi $a^2 - 8a \geq 0$). Risolvendo troviamo proprio l'intervallo di risposte $a \leq 0$ e $a \geq 8$, corrispondente alla risposta D.

- Quesito n. 8:
  Nel piano cartesiano, i punti (x, y) che verificano le condizioni $(x + y)^2 = 1$, $x^2 + y^2 = 1$ e $y \geq 0$ sono:
  - A. Infiniti
  - B. Nessuno
  - C. 2
  - D. 3
  - E. 4

La risposta esatta è la D (3).

Commento:
Se si riesce a categorizzare correttamente il quesito, procederne con la risoluzione è pressoché immediato. Si richiede infatti di risolvere un sistema di equazioni nelle indeterminate x ed y. Procediamo.

$$\begin{cases} (x+y)^2 = 1 \\ x^2 + y^2 = 1 \\ y \geq 0 \end{cases} \rightarrow \text{(Svolgiamo i quadrati, quando possibile)} \begin{cases} x^2 + y^2 + 2xy = 1 \\ x^2 + y^2 = 1 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Il sistema stesso, ci indica ora che $x^2 + y^2 = 1$ e quindi possiamo sostituire tale informazione nella prima equazione, trovando $1 + 2xy = 1$, con $y \geq 0$.
Possiamo eliminare il termine 1, in quando presente da entrambi i lati e non legato ad altri termini e trovare che $2xy = 0$, con $y \geq 0$. Possiamo ora dividere per 2 e rimanere con la seguente equazione: $xy = 0$, con $y \geq 0$.
Rimaniamo pertanto con un prodotto tra due numeri, x ed y. Un prodotto tra due numeri può essere $= 0$ se x e/o y sono uguali a 0.
Consideriamo i tre casi:
- $x = 0$, allora, per le condizioni iniziali, $x^2 + y^2 = 1$ e quindi y è necessariamente ± 1. Tuttavia, solo $y = 1$ è accettabile, in quanto, viste le condizioni iniziali, $y \geq 0$.
- $y = 0$, allora, per le condizioni iniziali, $x^2 + y^2 = 1$ e quindi x è necessariamente ± 1. Entrambe sono accettabili.
- $x\ ed\ y = 0$, allora, per le condizioni iniziali, è impossibile che $x^2 + y^2 = 1$ e quindi non ho soluzioni.

Arriviamo pertanto alla conclusione che la terna di coppie $(0,1); (-1,0); (1,0)$ è soluzione del sistema e pertanto, abbiamo tre coppie di soluzioni, confermando la risposta D.
NB: Formalmente il quesito consisterebbe nella ricerca delle intersezioni tra due rette parallele ed una circonferenza centrata nell'origine, con raggio pari ad 1.
Essendo tuttavia limitato il tempo a disposizione durante il test, rappresentarle graficamente diventa difficile e la risoluzione analitica può essere consigliabile.

- **Quesito n. 9:**

  La disequazione $\left|\log_{\frac{1}{10}} x\right| < 1$ ha come soluzione:

  - A. Tutti gli x tali che $10 < x$
  - B. $\frac{1}{10} < x < 10$
  - C. $x < \frac{1}{10}$ e tutti gli altri x tali che $x > 10$
  - D. Nessun valore di x
  - E. $\frac{1}{10} < x$

La risposta esatta è la B ($\frac{1}{10} < x < 10$).

Commento:
Prima di affrontare la risoluzione, è bene ricordare la funzione valore assoluto (o modulo). Tuttavia, dobbiamo determinare i valori di x per cui il primo membro della disequazione è maggiore di 0 e minore di 0 e quindi, iniziamo semplificando il primo membro.
$\log_{\frac{1}{10}} x = \log_{10^{-1}} x$
Ora, potremmo adoperare la formula del cambiamento di base per risolvere il problema. Tuttavia, ci accorgiamo che un'altra formula, sebbene meno famosa, potrebbe aiutarci a risolvere il problema.
Dato un generico logaritmo nella forma $\log_{a^b} x$, possiamo riscriverlo come $\frac{1}{b}\log_a x$.
Riconosciamo proprio la nostra situazione e possiamo pertanto applicare la formula
$\frac{1}{-1}\log_{10^{-1}} x = -\log_{10} x$
Ora, possiamo facilmente determinare quando quest'equazione è maggiore (o minore) di 0.
$-\log_{10} x \geq 0 \rightarrow \log_{10} x \leq 0 \rightarrow x \leq 10^0 \rightarrow x \leq 1$
Prima di continuare comunque, ricordiamoci di tenere in considerazione anche le condizioni di esistenza del logaritmo iniziale ($x > 0$).
Detto ciò, possiamo riscrivere il valore assoluto iniziale nella forma
$\left|\log_{\frac{1}{10}} x\right| = \begin{cases} \log_{\frac{1}{10}} x \ per \ x \leq 1 \\ -\log_{\frac{1}{10}} x \ per \ x > 1 \end{cases}$ (ricordiamoci sempre le condizioni di esistenza alla fine)!
Preoccupiamoci perciò ora di risolvere la disequazione iniziale, in base ai due valori possibili:
$\log_{\frac{1}{10}} x < 1 \rightarrow$ (per le considerazioni fatte prima) $-\log_{10} x < 1 \rightarrow \log_{10} x > -1 \rightarrow x > 10^{-1} \rightarrow x > \frac{1}{10}$
Attenzione: x, dalle condizioni, deve essere ≤ 1 e perciò lo deve essere anche la soluzione:

$\frac{1}{10} < x \leq 1$

Risolviamo ora anche la seconda disequazione:
$-\log_{\frac{1}{10}} x < 1 \rightarrow -(-\log_{10} x) < 1 \rightarrow \log_{10} x < 1 \rightarrow x < 10^1 \rightarrow x < 10$
Attenzione: x, dalle condizioni, deve essere > 1 e perciò lo deve essere anche la soluzione:
$1 < x < 10$
Si tratta ora di unire le soluzioni per trovare un unico intervallo di soluzioni.
Dall'unione, troviamo proprio:
$\frac{1}{10} < x \leq 1 \cup 1 < x < 10 \rightarrow \boldsymbol{\frac{1}{10} < x < 10}$

- Quesito n. 10:
  Un gatto e mezzo mangiano un topo e mezzo in un minuto e mezzo. Quanti gatti servono per mangiare 60 topi in 30 minuti?
  - A. 20
  - B. 30
  - C. 3
  - D. 2
  - E. 4

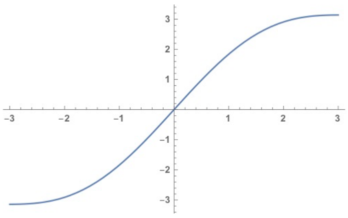
La risposta esatta è la C (3).

Commento:
Il quesito fa parte di un insieme molto comune di problemi di logica e, in particolare in questa variante, il ragionamento che porta alla soluzione corretta, richiede una particolare attenzione, per non farci distrarre dalle insidie che potrebbero nascondersi e portarci a sbagliare.
Notiamo che un gatto mangia un topo in un minuto e mezzo, perché il tempo rimane invariato (anche se saremmo tentati di farlo diventare un minuto!).
In 30 minuti un gatto mangia $\frac{30\ minuti}{1,5\ minuti} = 20$ topi. Per mangiare 60 topi, nello stesso tempo, occorrono quindi $\frac{60}{20} = 3$ gatti.

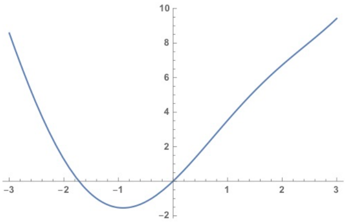
Soluzione ai quesiti del questionario di autovalutazione in HTML/Javascript
Caravano Andrea
Classe 4ªDIN

Domande a risposta multipla:

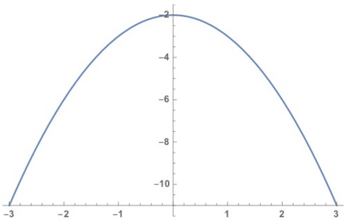
- **Quesito n. 1:**
  Quali dei seguenti grafici sono associati ad una funzione pari?
  - ☐ A. Grafico 1



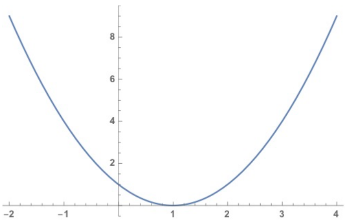
  - ☐ B. Grafico 2



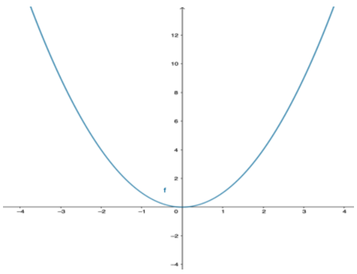
  - ☐ C. Grafico 3



  - ☐ D. Grafico 4



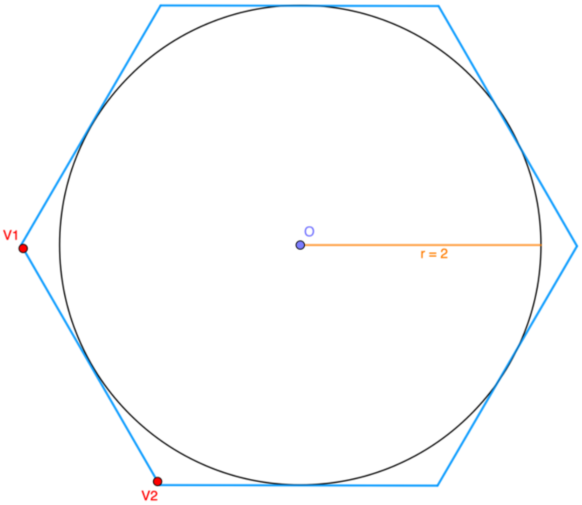
  - ☐ E. Grafico 5



Le risposte corrette sono la C e la D (grafici 3 e 5).

<u>Commento:</u>
Per rispondere correttamente, è sufficiente ricordare la definizione di "funzione pari". Sono definite "pari" tutte quelle funzioni il cui grafico ha come asse di simmetria l'asse y.
Tra le funzioni proposte riconosciamo i grafici 3 e 5 come corretti.
Attenzione: Il grafico 4 potrebbe portarci a dare la risposta errata. In tale grafico, notiamo che la parabola rappresentata ha come asse di simmetria l'asse $x = 1$ e non l'asse y (e quindi $x = 0$). Il grafico 1 poi, rappresenta una funzione dispari e non pari.

- **Quesito n. 2:**
  Un esagono regolare è stato circoscritto ad una circonferenza di raggio pari a 2 cm. Determinare quali dei seguenti valori rappresentano la distanza tra i due vertici V_1 e V_2 dell'esagono (Selezionare due risposte).



☐ A. $\sqrt{\frac{16}{3}}$

☐ B. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

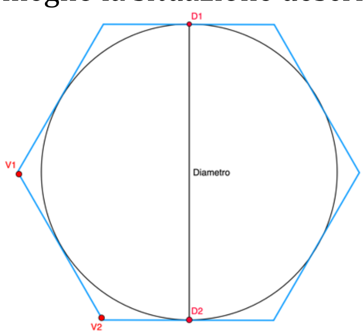
☐ C. $\sqrt{\frac{4}{3}}$

☐ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

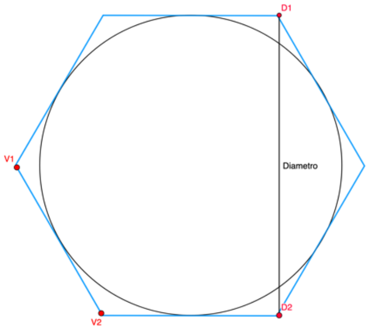
☐ E. $\sqrt{\frac{8}{3}}$

Le risposte esatte sono la A e la B ($\sqrt{\frac{16}{3}}$ e $\frac{4\sqrt{3}}{3}$)

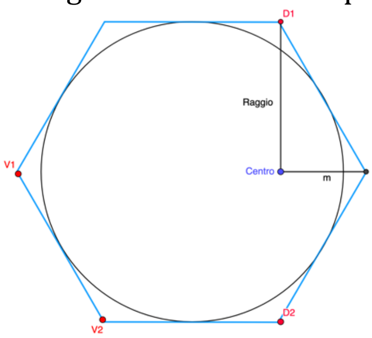
Commento:
In generale, quando si risolvono problemi di geometria, è sempre bene avere chiaro in mente la/le figure su cui si sta ragionando e tracciare un disegno è spesso una buona idea. Nel caso specifico, il testo ci aiuta, descrivendoci non solo il problema, ma fornendoci la rappresentazione dello stesso.
Per poter giungere alla soluzione, è necessario ragionare sui punti di tangenza tra le due figure. Notiamo che ogni lato dell'esagono ha esattamente un punto di tangenza con la circonferenza e, quindi, la distanza tra due lati paralleli dell'esagono, sarà proprio pari al diametro (e quindi il doppio del raggio). La figura che segue chiarisce meglio la situazione descritta:



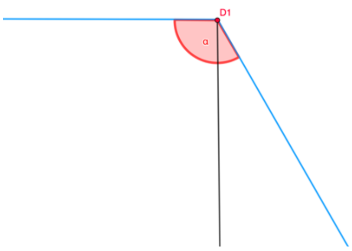
Lo stesso vale se utilizziamo il diametro come distanza tra due vertici non successivi:



Dividendo precisamente a metà il diametro, otteniamo esattamente la lunghezza del raggio e possiamo quindi congiungere il vertice al segmento ottenuto, ricavandone un triangolo che avrà come ipotenusa la distanza tra due generici vertici.



Ricordiamoci che la distanza tra V_1 e V_2, infatti, è equivalente (essendo l'esagono regolare) alla distanza tra due vertici qualsiasi (e quindi equivalente al lato).
Di questo triangolo, vogliamo conoscere l'ipotenusa (che è proprio ciò che richiede il quesito), ma conosciamo attualmente solo il raggio.
Dobbiamo applicare qualche semplice formula di trigonometria per risolvere il problema, ma, prima di tutto, per applicare qualunque formula trigonometrica, siamo spinti a chiederci: quali sono le ampiezze degli angoli di questo triangolo? Uno degli angoli sarà necessariamente 90°, essendo perpendicolare al diametro tracciato in precedenza.
Quanto misurano gli altri due angoli? Dall'osservazione della figura, potremmo già convincerci che si tratta di angoli di 30° e 60°, ma è bene dimostrarlo.

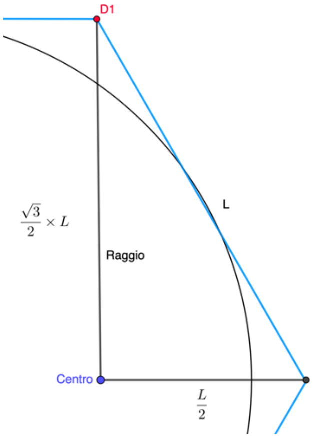


Iniziamo guardando più da vicino il vertice D_1. L'angolo α corrispondente, misura quanto la somma degli angoli interni di un esagono regolare, diviso per 6.

$$\alpha = \frac{somma\ angoli\ interni}{6} = \frac{180° \times (numero\ di\ lati - 2)}{6} = \frac{180° \times (6-2)}{6} = \frac{720}{6} = 120°$$

Si tratta ora di determinare quale parte di questo angolo appartiene al triangolo e quale non appartiene.
Sicuramente il segmento passante per D_1, che divide anche l'angolo, forma un angolo di 90° con il lato dell'esagono (essendo essa parallela alla retta tracciata prima) e possiamo pertanto concludere che il lato rimanente (quindi appartenente al triangolo) è pari a $120° - 90° = 30°$.
Possiamo in questo modo dedurre che l'angolo rimanente sarà pari alla somma degli angoli interni di un triangolo, a cui sottrarre gli altri due $(180° - 90° - 30° = 60°)$.

Ora che sappiamo di dover lavorare con un triangolo con questi angoli, possiamo facilmente ricavare le formule da utilizzare: (dove L è la dimensione del lato dell'esagono)



Ricaviamo facilmente che $raggio = \frac{\sqrt{3}}{2} \times L \rightarrow 2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times L$

Dividendo tutto per $\frac{\sqrt{3}}{2}$, otteniamo $L = \frac{4}{\sqrt{3}}$, confermando la risposta esatta.

(Notiamo infatti che $\frac{4}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{16}{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ (razionalizzando)).

- **Quesito n. 3:**
  Di una famiglia, si sa che:
  - Almeno un maschio non è celibe
  - Tutti i laureati sono celibi
  - Non è vero che almeno un maschio non è maggiorenne

  Solamente due delle seguenti proposizioni sono deducibili dalle premesse. Quali?
  - ☐ Nessun maggiorenne non è coniugato
  - ☐ Tutti i celibi sono laureati
  - ☐ Almeno un maggiorenne è coniugato
  - ☐ Almeno un celibe non è maggiorenne
  - ☐ Almeno un laureato non è coniugato

Le risposte esatte sono la C e la E.

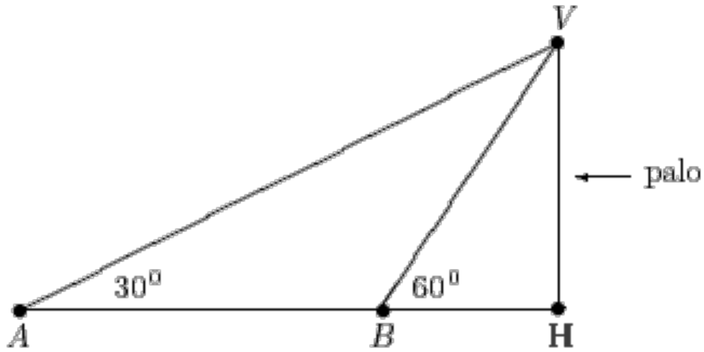
<u>Commento:</u>
Iniziamo trasformando l'ultima affermazione in "È vero che tutti i maschi sono maggiorenni".
Rispondere passando in rassegna tutte le opzioni, per rendere più semplice la valutazione.
- Nessun maggiorenne non è coniugato: falso! Infatti, tutti i maggiorenni sono anche maschi e sappiamo solo che almeno un maschio è coniugato (non possiamo dire con certezza se tutti o solo alcuni).
- Tutti i celibi sono laureati: falso! Conosciamo solo l'affermazione inversa (ovvero: tutti i laureati sono celibi), ma non possiamo affermare con certezza il contrario.
- Almeno un maggiorenne è coniugato: vero. Tutti i maschi sono maggiorenni e sappiamo che almeno un maschio non è celibe (quindi coniugato).
- Almeno un celibe non è maggiorenne: falso! Per quanto detto prima, non possiamo affermarlo con certezza. (Possiamo convincercene tracciando un diagramma degli insiemi)
- Almeno un laureato non è coniugato: vero. È esattamente ciò che sostiene la seconda affermazione (tutti i laureati sono celibi).

- **Quesito n. 4:**
  L'equazione nell'incognita <u>razionale</u> x
  $$(4x^2 - 36)(x^3 - 9) = 0$$
  ha le seguenti soluzioni (selezionare il numero di risposte ritenuto opportuno):
  - ☐ A. -3
  - ☐ B. $-\sqrt[3]{9}$
  - ☐ C. 3
  - ☐ D. $\sqrt[3]{9}$
  - ☐ E. $\frac{3}{2}$

Le risposte esatte sono la A e la C (-3 e 3)

<u>Commento:</u>
La domanda contiene un'insidia. Richiede infatti di cercare le soluzioni <u>razionali</u>! (ricordiamo che un numero razionale è un numero ottenibile dal rapporto tra due interi; Quindi, ad esempio $\frac{3}{2}$ è razionale, $\frac{1}{3}$ è razionale, nonostante sia periodico (NB: Nonostante non sia argomento di nessuno dei quesiti, $\frac{1}{3}$ è una "frazione generatrice", argomento comune nei test di ammissione), mentre $\sqrt{2}, \pi, \sqrt{5}$ non sono razionali. Lo sono invece $\sqrt{4}$ e $\sqrt{\frac{25}{36}}$, ad esempio).
Fatte le dovute precisazioni, analizzando il testo dell'equazione, ci accorgiamo immediatamente che possiamo applicare la legge di annullamento del prodotto e quindi porre entrambe le identità singolarmente $= 0$ per trovare le soluzioni cercate. (NB: Possiamo applicare tale legge solo perché il secondo membro è $= 0$. In altre condizioni, essa non vale!)
Si tratta quindi di risolvere due equazioni, rispettivamente di secondo grado e terzo grado, molto semplici, trovando:
$x_{1,2} = \pm 3; x_3 = \sqrt[3]{9}$
Analizzando le soluzioni, notiamo che ± 3 sono razionali, in quanto possono essere rappresentate come $\pm \frac{3}{1}$, mentre $\sqrt[3]{9}$ non è semplificabile ulteriormente ed è pertanto irrazionale. La risposta corretta è dunque: $x = \pm 3$

- **Quesito n. 5:**
  Dal punto A, Aldo vede il vertice V di un palo verticale sotto un angolo di 30°. Se Aldo si avvicina di 5 m al palo, spostandosi quindi nel punto B, l'angolo diventa di 60°.
  Quali delle seguenti espressioni rappresenta l'altezza del palo?



- ☐ A. $\frac{5\sqrt{3}}{2}m$
- ☐ B. $10\sqrt{3}\,m$
- ☐ C. $10 \times \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) m$
- ☐ D. $\frac{10\sqrt{3}}{2}m$
- ☐ E. $\frac{10 \times \tan(\frac{\pi}{3})}{4}m$

Le risposte corrette sono la A e la E.

Commento:
L'osservazione della figura, ci permette di fare alcune considerazioni sull'angolo in V. Se isoliamo il triangolo AHV, ci accorgiamo che l'angolo in H è naturalmente pari a 90° e l'angolo in A è di 30°. Essendo la somma degli angoli interni a un triangolo pari a 180°, il terzo angolo dovrà necessariamente corrispondere a 60°.
Se ora ci concentriamo invece su VHB, ci accorgiamo che l'angolo in V, in questo specifico triangolo, dovrà valere necessariamente 30°, per quanto detto prima.
L'angolo V relativo ad AVB sarà quindi pari a 30° ($60° - 30° = 30°$) e quindi il triangolo è isoscele e i lati AB e BV sono congruenti.
Sapendo (dal testo) che AB vale 5 cm, possiamo spostarci a ragionare sul triangolo VHB.
Per conoscere VH, è necessario usare alcune formule basilari di trigonometria (vedi quesito a risposta multipla n. 2), attraverso le quali ricaviamo che il palo misura $VB \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{2}\ m$, che è proprio la risposta A.
Dovendo essere almeno due le risposte corrette, analizziamo le altre e ci accorgiamo (ricordando gli angoli notevoli) che tale valore è anche uguale a $\frac{10 \times \tan(\frac{\pi}{3})}{4}\ m$

- Quesito n. 6:
  Sia α un angolo compreso tra 0 e π. Le soluzioni dell'equazione
  $$\tan(2\alpha) = -\tan(\frac{\pi}{3})$$
  sono rappresentate da:
  - ☐ A. $\frac{\pi}{3}$
  - ☐ B. $\frac{\pi}{6}$
  - ☐ C. $\frac{5}{3}\pi$
  - ☐ D. $\frac{5}{6}\pi$
  - ☐ E. $\frac{4}{3}\pi$

Le risposte corrette sono la A e la D ($\frac{\pi}{3}$ e $\frac{5}{6}\pi$).

Commento:
Prima di iniziare, ricordiamo che la funzione tangente è dispari. Possiamo quindi riscrivere l'equazione in questa forma.
$\tan(2\alpha) = \tan(-\frac{\pi}{3})$
Queste due funzioni sono uguali se uguale è il loro argomento e quindi poniamo $2\alpha = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ (ricordiamo sempre la periodicità della funzione tangente).
Il testo del quesito richiede però solo un insieme ristretto di queste soluzioni, compreso tra 0 e π.
Procediamo a riscrivere quindi l'equazione per ricavare α:
$\alpha = \frac{1}{2} \times (-\frac{\pi}{3} + k\pi)$ (dividiamo cioè per 2).
$\alpha = -\frac{\pi}{6} + \frac{k}{2}\pi$
$-\frac{\pi}{6}$ non risiede nell'intervallo indicato e dobbiamo compiere perciò un semigiro di $\frac{1}{2}\pi$, trovando $\frac{\pi}{3}$. Compiendo un altro semigiro di $\frac{1}{2}\pi$, troviamo $\frac{5}{6}\pi$.
Abbiamo perciò ricavato tutte le soluzioni dell'equazione, comprese nell'intervallo richiesto (notiamo infatti che nessun altro valore che verifica l'equazione risiede nell'intervallo richiesto).

- Quesito n. 7:
  Siano α, β, γ gli angoli interni di un triangolo. Se si verificano
  $$\tan\alpha = \frac{1}{2}, \tan\beta = \frac{3}{2}$$
  Allora:
  - ☐ A. $\tan\gamma = 2$
  - ☐ B. α e β sono angoli acuti
  - ☐ C. $\tan\gamma = -8$
  - ☐ D. γ è un angolo retto
  - ☐ E. $\tan\gamma > 0$

Le risposte corrette sono la B e la C.

Commento:
Determiniamo una dimensione (seppur molto approssimativa) degli angoli α e β.
Dagli angoli notevoli, ricordiamo che $\tan(\frac{\pi}{4}) = 1$.

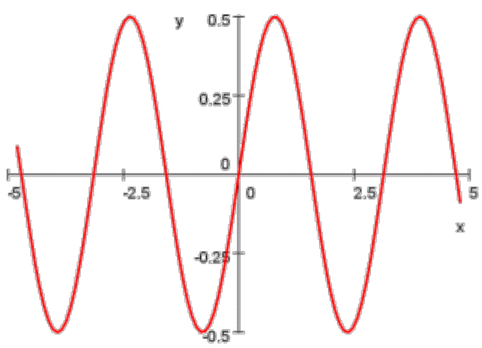
$\frac{1}{2}$ è esattamente la metà di questo valore e possiamo quindi porre α vicino ad un valore di 25° (ovvero la metà di $\frac{\pi}{4}$). Per quanto riguarda β, ricordandoci che la funzione tangente cresce molto, determiniamo un angolo vicino ai 60°.
Se anche ci fossimo lasciati trarre in inganno e avessimo ipotizzato un angolo vicino ai 70°, nello specifico quesito, non avremmo comunque commesso errori di valutazione successivi.
Non ci interessa conoscere specificamente la dimensione di questi angoli, in quanto il confronto che ci viene richiesto è da intendersi solo dimensionale e non è perciò importante la precisione.
Ricordando che la somma degli angoli interni ad un triangolo è pari a 180°, ricaviamo che l'angolo γ dovrà avere dimensione pari a circa 95°.
Escludiamo tutte le risposte che prevedono una tangente positiva e ci concentriamo sulle ultime tre rimaste. α e β sono, per quanto detto fino ad ora sicuramente angoli acuti (ovvero $< 90°$). I valori di tangente indicati poi, non sono notevoli e quindi sicuramente γ non è un angolo retto. La risposta rimanente (ricordando anche che almeno due risposte sono esatte), che prevede che $\tan\gamma = -8$, è sicuramente verosimile, dal momento che la tangente è negativa (alcune figure di circonferenze goniometriche poi, ci convincono della correttezza).

- Quesito n. 8:
  Al variare dell'indeterminata x, la seguente equazione:
  $$\sqrt{4(x-2)^2}$$
  Assume i valori:
  - ☐ A. $2x-4$
  - ☐ B. $4x-8$
  - ☐ C. $8-4x$
  - ☐ D. $4-2x$
  - ☐ E. $4x+8$

Le risposte esatte sono la A e la D ($2x-4$ e $4-2x$)

Commento:
La domanda richiede la conoscenza della funzione valore assoluto (o modulo). Quando infatti semplifichiamo un radicale, tutti i membri elevati al quadrato, non vanno necessariamente riscritti nella forma che possiedono sotto radice, ma potrebbero essere accompagnati dal valore assoluto, se è presente un'indeterminata, come in questo caso, quindi:
$\sqrt{4(x-2)^2} = 2|x-2|$
Dove notiamo che 4 non ha il simbolo di valore assoluto in quanto non vi è un indeterminata.
Si tratta ora di distinguere i due casi possibili (e quindi determinare la risposta corretta):
$|x-2| = \begin{cases} x-2 \; per \; x \geq 2 \\ -x+2 \; per \; x < 2 \end{cases}$ (vedi considerazioni fatte al quesito n. 9 a risposta singola)
Ora, per procedere e rispondere, basterà sostituire le due casistiche nell'equazione:
- Caso 1: $2(x-2) = 2x-4$
- Caso 2: $2(-x+2) = 4-2x$

- **Quesito n. 9:**
  Il seguente grafico rappresenta una funzione sinusoidale avente periodo pari a π.
  Quali equazioni, tra le seguenti, ne indicano il comportamento?



- ☐ A. $y = \frac{\sin(2x)}{2}$
- ☐ B. $y = \cos(2x)$
- ☐ C. $y = \frac{1}{2}\sin(4x)$
- ☐ D. $y = \sin(x)\cos(x)$
- ☐ E. $y = \frac{1}{2}\sin(3x)$

Le risposte esatte sono la A e la D.

Commento:
In questa tipologia di domande, è conveniente procedere per esclusione, in modo tale da determinare la risposta esatta.
Sicuramente la prima risposta che possiamo escludere è $\cos(2x)$, non tanto per il periodo della funzione (che in questo caso non è indicativo), ma per il fatto che il coseno di un angolo generico, nel punto 0, non vale 0 (notiamo inoltre che l'ampiezza della funzione coseno non corrisponde a quella rappresentata).
Procediamo con le altre funzioni, partendo in particolare da $y = \frac{1}{2}\sin(4x)$. L'ampiezza è corretta, ma il periodo no. La funzione rappresentata ha visivamente un periodo pari (o molto vicino) a π. Lo stesso dicasi per $y = \frac{1}{2}\sin(3x)$.
Dovendo essere almeno due le risposte corrette, ne deduciamo che la A e la D sono corrette (nel caso si volesse verificare la veridicità, utilizzando le formule di duplicazione del seno, possiamo ottenere due espressioni equivalenti e con periodo corretto).

- Quesito n. 10:

  Per quali valori del parametro reale a, le equazioni:

  $$x^3 + ax + 2 = 0$$

  e

  $$x^3 + x + 2a = 0$$

  Hanno almeno una radice reale in comune?

  - ☐ $a = -1$
  - ☐ $a = 1$
  - ☐ $a = -4$
  - ☐ $a = -5$
  - ☐ $a = 4$

Le risposte esatte sono la B e la D ($a = 1$ e $a = -5$).

Commento:
Un modo sicuramente corretto di risolvere il quesito è sostituire i valori forniti, ma non è una via percorribile, nel caso in cui il quesito fosse presentato con la richiesta di determinare il numero di soluzioni possibili.
Per avere radici comuni, le due espressioni devono essere necessariamente uguali.
Possiamo quindi riscrivere le due equazioni nel seguente modo:
$x^3 + ax + 2 = x^3 + x + 2a$
x^3 è presente in entrambi e possiamo semplificarlo, ottenendo un'equazione in due incognite. Riscriviamola in modo da determinare due membri simili, con cui effettuare la scomposizione.
$ax - x = -2 + 2a \rightarrow x(a - 1) = 2(a - 1)$
Determiniamo che $a = 1$ è una soluzione (convinciamocene sostituendo 1 nella disuguaglianza e ottenendo un'identità corrispondente proprio ad una radice).
Inoltre, dividendo per $a - 1$ entrambi i membri (con $a \neq 1$), ricaviamo che anche $x = 2$ è una soluzione. Dobbiamo tuttavia verificare che a sia diverso da 1 e, soprattutto, determinarne il valore.
Sostituendo $x = 2$ in una qualsiasi delle espressioni, determiniamo che $a = -5$, che rispetta le condizioni di esistenza ed è pertanto una soluzione.

Soluzione ai quesiti del questionario di autovalutazione in HTML/Javascript
Caravano Andrea
Classe 4ªDIN
Domande ad associazione di risposte:

- Quesito n. 1:
  Associa i seguenti valori al numero di combinazioni possibili per i 5 eventi di seguito descritti. (Uno degli eventi non ha corrispondenza)
  NB: Per la risoluzione di questo quesito, è concesso l'utilizzo della calcolatrice.
  1) Modi in cui poter scegliere 5 numeri dal sacchetto della tombola (90 numeri complessivi)
  2) Modi in cui scegliere esattamente una donna in un gruppo di 5 donne e 6 uomini
  3) Modi in cui scegliere esattamente due donne in un gruppo di 5 donne e 6 uomini
  4) Modi in cui formare il podio (primi 3 classificati) di una gara con 30 partecipanti
  5) Modi in cui scegliere 4 spezie in una scatola contenente 9 spezie
  - 24360
  - 10
  - 30
  - 126

L'ordine corretto di associazione è 4 – 3 – 2 – 5

Commento:

Calcolare il valore corrispondente ad ogni evento è il modo più conveniente per trovare le corrispondenze esatte.

I modi di scegliere 5 numeri tra 90 complessivi è un caso tipico di utilizzo del coefficiente binomiale. Esse corrispondono a $\frac{90!}{5!\,(90-5)!} = 43.949.268$

Tale numero non è presente tra i valori del secondo gruppo di corrispondenze non è presente e dobbiamo quindi dedurre che la sequenza senza corrispondenza è questa.

Per quanto riguarda le associazioni n. 2 e n. 3, ci accorgiamo che queste sono parte integrante del quesito n. 4 a risposta singola e riprendiamo perciò tali considerazioni:

- Viene scelta esattamente una donna ed esattamente un uomo

- Vengono scelte esattamente due donne

Per quanto riguarda il primo caso, scegliere esattamente una donna vuol dire, per il principio fondamentale del calcolo combinatorio, scegliere anche esattamente un uomo, essendo due le scelte possibili. Possiamo quindi applicare il principio di moltiplicazione e ottenere $C_1 = 6 \times 5$, dove 6 rappresenta le possibilità per scegliere un uomo e 5 quelle per scegliere una donna. In questo modo ho scelto esattamente una donna ed esattamente un uomo. Notiamo che, dal momento che abbiamo applicato il principio di moltiplicazione, l'ordine della scelta non conta.

Procediamo ora con la scelta di esattamente due donne. In questo caso, ci stiamo chiedendo quante possibilità abbiamo di scegliere 2 donne tra le 5 disponibili.

Questa è la tipologia di calcolo che si risolve con il coefficiente binomiale (e quindi combinazioni semplici), trovando pertanto: $C_2 = \frac{5!}{2!\,(5-2)!} = 10$.

Questi due numeri corrispondono proprio all'associazione n. 2 e n. 3 del secondo gruppo.

Infine, la n. 4 ci spinge ad utilizzare il principio di moltiplicazione, ottenendo:

$C = 30 \times 29 \times 28 = 24360$, corrispondente alla prima affermazione del secondo gruppo.

L'ultima infine, rappresenta un caso tipico di utilizzo del coefficiente binomiale, dove:

$C = \frac{9!}{4!\,(9-4)!} = 126$, associandola correttamente alla quarta affermazione.

- Quesito n. 2:
  Completare correttamente le seguenti definizioni.
  (Una delle definizioni non ha corrispondenza)
  1) Per tre punti complanari e non allineati passa una ed una sola…
  2) Per due punti complanari passa una ed una sola…
  3) Per quattro punti non allineati, di cui 3 complanari, passa una ed una sola…
  4) Due angoli, la cui somma è pari ad un angolo retto si dicono…
  5) Due angoli, la cui somma è pari ad un angolo giro si dicono…
  - Sfera
  - Circonferenza
  - Complementari
  - Esplementari

L'ordine corretto di associazione è 3 – 1 – 4 – 5

Commento:

In questo quesito, è prevista la sola conoscenza delle definizioni impiegate, associando le corrette affermazioni.
Per completezza comunque, analizziamole una ad una:

1) Per tre punti complanari (perciò appartenenti allo stesso piano), passa una ed una sola… Circonferenza.

Tale proprietà è spesso oggetto di quesiti nei test di ammissione ed è pertanto importante conoscerla. In ogni caso, alcuni disegni ci avrebbero convinti che la scelta opportuna da compiere fosse proprio la Circonferenza.
Mediante opportuni software (quali GeoGebra), possiamo verificarne la correttezza.

2) Per due punti complanari passa una ed una sola… Retta.

Tale proprietà è nota ed è facilmente verificabile. Tuttavia, non è presente tra le associazioni del secondo gruppo. Perciò, dobbiamo dedurre che l'affermazione senza corrispondenza è questa.

3) Per quattro punti non allineati, di cui 3 complanari, passa una ed una sola… Sfera.

Sebbene si tratti di geometria spaziale, tale affermazione deriva dalla prima, secondo la quale per tre punti non allineati e complanari passa una ed una sola circonferenza.
Mediante alcuni disegni, possiamo ricavarne la veridicità.
Per convincercene, comunque, possiamo immaginare il quarto punto come il "parametro mancante" per determinare una sfera.

4) Due angoli, la cui somma è pari ad un angolo retto si dicono… Complementari
5) Due angoli, la cui somma è pari ad un angolo giro si dicono… Esplementari

- **Quesito n. 3:**

  Sia α un angolo compreso tra 0 e $\frac{\pi}{2}$, inclusi

  Associare le seguenti relazioni alla corretta corrispondenza.

  (Una relazione non ha corrispondenza)

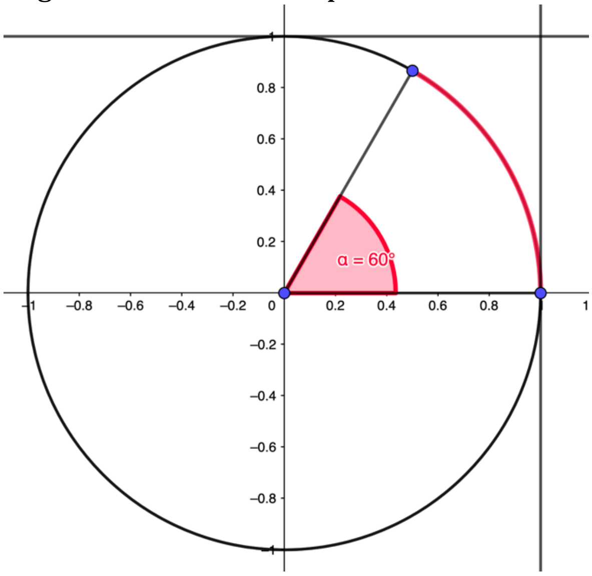
  1) $\sin\alpha = ?$
  2) $\cos\alpha = ?$
  3) $\tan(-\alpha) = ?$
  4) $\sin\alpha + \cos\alpha = ?$
  5) $\cot\alpha = ?$

  - $\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha)$
  - ≥ 1
  - $\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha)$
  - $-\tan\alpha$

L'ordine corretto di associazione è 1 – 4 – 2 – 3

Commento:

Una rappresentazione (seppur approssimata) di un angolo compreso in questo intervallo (come, ad esempio, l'angolo di 60° rappresentato nella figura), ci può essere di grande aiuto nella risposta.



Procedendo per ordine, notiamo che:

1) $\sin\alpha = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$

Ad esempio, dagli angoli notevoli confermiamo che $\sin(60°) = \cos(30°)$

Allo stesso modo:

2) $\cos\alpha = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$
3) La funzione tangente è dispari e possiamo quindi dire che $\tan(-\alpha) = -\tan(\alpha)$
4) Infine, l'espressione $\sin\alpha + \cos\alpha$ ci spinge a ragionare sul loro valore.

Ricordiamoci che esse corrispondono ai cateti di un triangolo che ha ipotenusa pari al raggio. Una ben nota proprietà dei triangoli afferma che "la somma di due lati qualunque è sempre maggiore del terzo lato" e la somma di seno e coseno di un angolo è perciò sempre ≥ 1 (diciamo maggiore o uguale perché includiamo il caso in cui seno e coseno rappresentino un segmento, invece di un triangolo).

5) La cotangente infine, non ha corrispondenza, ma possiamo ricordare che essa è pari a $\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$.

- **Quesito n. 4:**
  Dato un quadrato di lato l, indicare, al variare del lato, la dimensione della diagonale. (È presente un valore senza corrispondenza).
  NB: Per la risoluzione del quesito, (come di consueto) NON è consentito l'utilizzo della calcolatrice.
  1) $3l = 2$
  2) $5l = 5$
  3) $45l = 9$
  4) $l^2 = 400$
  5) $l^{10} = 1024$
  - $\frac{\sqrt{2}}{5}$
  - $\frac{\sqrt{8}}{3}$
  - $\sqrt{800}$
  - $\sqrt{8}$

L'ordine corretto di associazione è 3 – 1 – 4 – 5

Commento:

Ricordandoci che la diagonale di un quadrato di lato l è pari a $l\sqrt{2}$ (se non ricordiamo la formula, associamo il quadrato a due triangoli distinti e applichiamo il teorema di Pitagora).

Si tratta ora di determinare, per ogni equazione proposta, il lato l e la diagonale d:

1) $3l = 2 \rightarrow l = \frac{2}{3} \rightarrow d = \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{\sqrt{8}}{3}$
2) $5l = 5 \rightarrow l = 1 \rightarrow d = \sqrt{2}$ (non ha corrispondenza)
3) $45l = 9 \rightarrow l = \frac{1}{5} \rightarrow d = \frac{\sqrt{2}}{5}$
4) $l^2 = 400 \rightarrow l = 20 \rightarrow d = 20\sqrt{2} = \sqrt{800}$
5) $l^{10} = 1024 \rightarrow l = 2 \rightarrow d = 2\sqrt{2} = \sqrt{8}$

Soluzione ai quesiti del questionario di autovalutazione in HTML/Javascript
Caravano Andrea
Classe 4ªDIN

- **Quesito n. 5:**
  Associare ad ogni figura solida di seguito elencata, il rispettivo volume, sulla base delle caratteristiche dimensionali indicate. (Un valore non ha corrispondenza).
  1) Cilindro avente raggio di base pari a 5 m ed altezza pari a 12 m
  2) Prisma retto avente area di base pari a 7 m ed altezza pari alla metà del quadrato della sua area di base
  3) Cubo avente lato pari a 3 m
  4) Cono avente raggio di base pari a 3 m ed altezza pari a 8 m
  5) Sfera avente raggio pari a 2 m
  - $\frac{32}{3}\pi\, m^3$
  - $171{,}5\, m^3$
  - $300\,\pi\, m^3$
  - $72\,\pi\, m^3$

L'ordine corretto di associazione è 5 – 2 – 1 – 4

Commento:
Prima di procedere con il calcolo operativo, ricordiamo le formule per determinare i volumi di tutti i solidi indicati: (dove h indica l'altezza del solido e r il raggio di base e A_b l'area di base)
1) Cilindro: $V = \pi r^2 \times h$
2) Prisma retto: $V = A_b \times h$
3) Cubo: $V = l^3$
4) Cono: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 \times h$
5) Sfera: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

Utilizzando correttamente le formule, determiniamo che i volumi risultanti sono:
1) $V = \pi r^2 \times h = 300\pi\, m^3$
2) $V = A_b \times h = 171{,}5\, m^3$
3) $V = l^3 = 27\, m^3$ (che non ha corrispondenza)
4) $V = \frac{1}{3}\pi r^2 \times h = 72\pi\, m^3$
5) $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{32}{3}\, m^3$

Associando i volumi determinati, giungiamo facilmente all'associazione corretta.

Con questo quesito, si concludono le domande del questionario di autovalutazione.

Molte delle domande del presente questionario sono ispirate alle domande proposte dai principali volumi di preparazione ai test di ammissione ad Ingegneria, tra cui:

POLItest Matematica – Il test di Ingegneria al Politecnico di Milano:
http://www.poliorientami.polimi.it/fileadmin/user_upload/pagine/Come_si_accede/Ammissione_a_Ingegneria/Come_prepararsi/Politest_matematica/politest_MATEMATICA.pdf

Pubblicazioni CISIA: I quesiti delle prove nazionali commentati e risolti:
https://www.cisiaonline.it/pubblicazione-cisia-2010.htm
https://www.cisiaonline.it/pubblicazione-cisia-2012.htm
https://www.cisiaonline.it/pubblicazione-cisia-ingegneria-2009.htm

"Matematica di Base" – in preparazione ai test di ammissione ai corsi di laurea scientifici (CISIA ed Università di Padova):
https://www.federica.eu/cisia/

"MAT101: Pre-Calculus": introduzione alla matematica per l'università (PoliMI Open Knowledge):
https://www.pok.polimi.it/courses/course-v1:Polimi+MAT101+2019_M7/about

Ultima modifica del 12/07/2019

Soluzione ai quesiti del questionario di autovalutazione in HTML/Javascript
Caravano Andrea
Classe 4ªDIN
"Unitutor Ingegneria" (Zanichelli Editore):
https://www.zanichelli.it/ricerca/prodotti/unitutor-ingegneria-test-di-ammissione-per-ingegneria-scienze-informatiche-scienze-statistiche-scienza-dei-materiali

"Thinking of Studying Engineering?" (Università di Roma 3):
https://mooc.ing.uniroma3.it/course/view.php?id=2

Sito web "GiovanniFilocamo.com" (problemi di logica e calcolo combinatorio):
http://www.giovannifilocamo.com/Italian/main/?cat=42

Demo On Line (Simulatore TOL del Politecnico di Milano):
https://aunicalogin.polimi.it/aunicalogin/getservizio.xml?id_servizio=206

Sebbene ispirate alle domande presenti nei volumi indicati, i quesiti presentati sono in gran parte originali e la riproduzione al di fuori del questionario e delle relative soluzioni non è concesso in alcun caso, per non ledere alla proprietà intellettuale dei creatori dei quesiti dei volumi citati.

Ultima modifica del 12/07/2019