

UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN ENRIQUE GUZMÁN Y VALLE

“Alma Mater del Magisterio Nacional”



LIMA - 2020 MATEMÁTICA BÁSICA I

Tema: Función Proposicional

TEORÍA

CUANTIFICADORES

I. FUNCIÓN PROPOSICIONAL

Es una proposición abierta $P(x)$ sobre una variable x que se convierte en una proposición cada vez que la variable x se sustituye por un valor particular.

Ejemplo:

$P(x)$: $x^2+2 < 8$ es un enunciado abierto.

$P(2)$: $2^2+2 < 8$ es una proposición verdadera.

$P(2)$: $5^2+2 < 8$ es una proposición falsa.

II. CUANTIFICADORES LÓGICOS:

Frecuentemente las proposiciones abiertas se utilizan con ciertas expresiones llamadas cuantificadores, con los cuales se determina el valor de verdad de la proposición resultante. Los siguientes serán los cuantificadores que usaremos:

1. **CUANTIFICADOR UNIVERSAL:** para todo x , representado simbólicamente por $\forall x$.
2. **CUANTIFICADOR EXISTENCIAL:** para algún x , representado simbólicamente por $\exists x$.
3. **CUANTIFICADOR DE EXISTENCIA Y UNICIDAD:** existe un único x , representado simbólicamente por $\exists!x$.

Observación 1: La frase "para cada x " se usa en el mismo sentido que la frase "para todo x ".

Observación 2: Si una propiedad es compartida por todos los elementos de un conjunto B , escribiremos:

"Todo x en B tiene la propiedad P ",

Simbólicamente, $\forall x \in B, P(x)$

Observación 3: Si una propiedad es compartida por uno o varios elementos de un conjunto C , escribiremos: "Algún x en C tiene la propiedad P ",

Simbólicamente, $\exists x \in C, P(x)$

III. NEGACIÓN DE LOS CUANTIFICADORES:

$\sim (\forall x \in C, P(x)) \equiv \exists x \in C / \sim P(x)$ "La negación de un universal resulta un existencial"

$\sim (\exists x \in C, P(x)) \equiv \forall x \in C, \sim P(x)$ "La negación de un existencial resulta un universal"

Ejemplos:

1. Encontrar la negación de las siguientes proposiciones:

a) $(\exists x \in \mathbb{R})(x+3 \neq 10)$

Solución:

$$\neg(\exists x \in \mathbb{R})(x+3 \neq 10) \equiv (\forall x \in \mathbb{R})(x+3 = 10)$$

b) $(\forall x \in \mathbb{R})(x+3 \leq 7)$

Solución:

$$\neg(\forall x \in \mathbb{R})(x+3 \leq 7) \equiv (\exists x \in \mathbb{R})(x+3 > 7)$$

2. Decir si la siguiente proposición es verdadera o falsa.

a) $(\exists x \in \mathbb{Z})(3x-7 = -4x+14)$ (V)

Como $(\exists x \in \mathbb{Z})$ dice que existe al menos uno, entonces encontré al valor 3 cumple la condición de igualdad, es decir: $3(3)-7 = -4(3)+14$.

Como existe el 3 que cumple entonces diremos que la función proposicional de verdadera.