

<b>SEMANA</b> 5	<b>UNIDAD II</b> <b>TEORÍA DE CONJUNTOS</b>
	Tema: Conjuntos

Desde que nacemos nos encontramos con agrupaciones. En primer lugar, con personas a nuestro alrededor tratando de conocernos, luego con cosas con las cuales empezamos a diferenciar formas, texturas, etc. Así continuamos aprendiendo a relacionar objetos y los vamos agrupando según las necesidades. Por ejemplo, los compañeros de la escuela, las enfermedades del corazón, los estudiantes de matemática, entre otros. Nos hacemos preguntas respecto a estas agrupaciones y sus componentes, por eso la matemática se encarga de estudiarlas y este estudio es conocido como Teoría de Conjuntos.

### 1. Idea intuitiva de conjunto.

De manera intuitiva diremos que un conjunto es una colección bien definida de objetos. A cada uno de estos objetos le denominamos elemento del conjunto. Un conjunto se denota por una letra mayúscula, sus elementos se encierran entre llaves y se separan por comas cuando el conjunto está expresado por extensión.

#### Determinación de conjuntos.

- **Por extensión.** Aquí se listan todos los elementos del conjunto. Esta lista de elementos la escribimos entre llaves.
- **Por comprensión.** Aquí se escribe una propiedad que cumplen todos los elementos que están en el conjunto.

### 2. Relación de pertenencia e inclusión.

Cuando un elemento se encuentra en un conjunto se dice “que este elemento pertenece al conjunto” y se denota por  $\in$  “pertenece”.

**Subconjunto.** Es aquel que forma parte de otro. Se denota por  $\subseteq$  y se lee “es subconjunto de” ó “está contenido en”. Un conjunto A es subconjunto de B si y sólo si cada elemento de A también es elemento de B y se denota por  $A \subseteq B$ .

El conjunto vacío  $\emptyset$  es subconjunto de todo conjunto A.

**Diagrama de Venn-Euler.** Son gráficos que nos ayudan a ilustrar algunas ideas. En el caso de la teoría de conjuntos se usan diagramas de Venn-Euler. Se usan generalmente círculos para graficar los conjuntos y un rectángulo para el conjunto universal.

**Cardinal de un conjunto.** Es la cantidad o número de elementos de un conjunto y se denota por  $n(A)$

#### Conjuntos especiales.

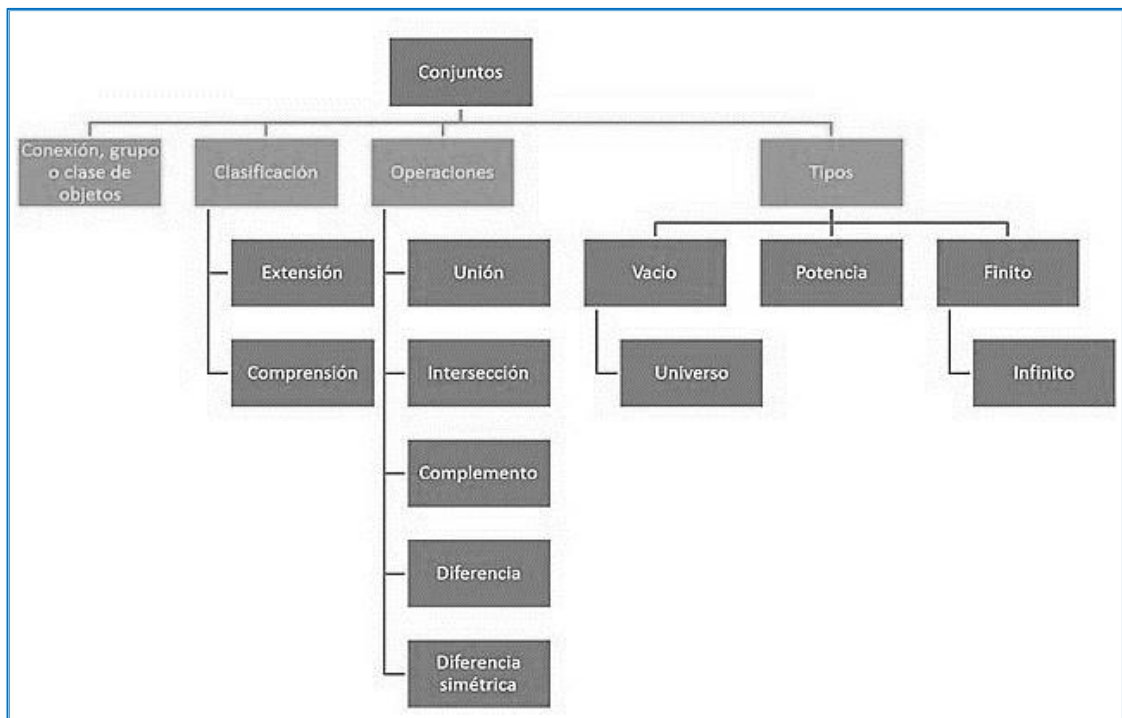
- **Conjunto universal.** Es aquel formado por todos los elementos con los cuales estamos trabajando en un problema particular. Se denota por  $U$ . Es muy importante establecer el conjunto universal, ya que eso determinará nuestro marco de referencia.
- **Conjunto vacío.** Es aquel que carece de elementos. Se denota por  $\emptyset$  ó  $\{ \}$ .
- **Conjuntos disjuntos.** Dos conjuntos son disjuntos si no tienen elementos en común.

- **Conjunto unitario.** Es aquel conjunto que tiene un solo elemento.
- **Conjunto potencia.** El conjunto potencia de un conjunto  $A$ , es el conjunto formado por todos los subconjuntos de  $A$ . Se denota por  $P(A)$  y el número de elementos de

$P(A) = 2^n$ , donde  $n$  es el número de elementos de  $A$ .

- **Conjunto finito.** Es un conjunto cuya cantidad de elementos es limitada.
- **Conjunto infinito.** Es un conjunto cuya cantidad de elementos es ilimitada. Por ejemplo el conjunto de números reales.

**Figura 3.** Estructura de la teoría de conjuntos. Concepto, clasificación, operaciones y tipos de conjuntos.



Recuperado de: <https://sites.google.com/site/temasmaticos/teoria-de-conjuntos>

## ACTIVIDAD 05

### RECONOCIENDO ELEMENTOS BÁSICOS DE LA TEORIA DE CONJUNTOS

#### Objetivo

Reconocer los elementos básicos de la teoría de conjuntos y establecer su importancia.

#### Orientaciones

La actividad a realizar es individual. Lee detenidamente, analiza, y responde.

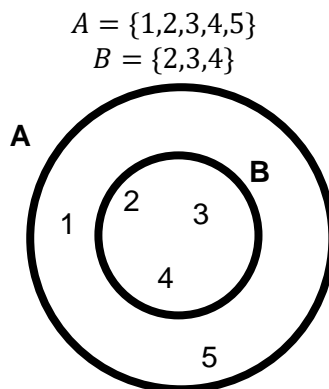
NIVEL	Pregunta N° 1	
CONOCIMIENTO	Coloca, en los paréntesis de la derecha, verdadero (V) o falso (F), según corresponda	
1.	$A = \{x / x \in \mathbb{Z} ; -1 < x \leq 4\}$ es un conjunto determinado por extensión.	(F )
2.	Dos conjuntos son disjuntos cuando no tienen elementos comunes.	(V )
3.	$B = \{x / x \in \mathbb{N}; x \leq 0\}$ es un conjunto unitario.	(V )
4.	$C = \{x / x \in \mathbb{R}\}$ es un conjunto infinito.	(V )
5.	Si $D = \{1,3,4,6,7\}$ entonces $nP(D) = 16$ .	(F )

NIVEL	Pregunta N°2
COMPRENSIÓN	Elabore un concepto de lo que es un <b>conjunto</b> y de <b>subconjunto</b> . Muestre un ejemplo

Un conjunto es una colección de elementos que comparten una o más características en común.

Un subconjunto es cuando un conjunto este contenido en otro.

#### Ejemplo:



NIVEL	APLICACIÓN
Utilizando los conceptos de la teoría de conjuntos responda las preguntas.	

#### Pregunta N° 3

Expresa los conjuntos siguientes por extensión:

1.  $A = \{x \in \mathbb{Z} / -2 \leq x < 11; x \text{ es impar}\}$

$$A = \{-1; 1; 3; 5; 7; 9\}$$

2.  $B = \{x \in \mathbb{N}^* / -2 \leq x < 10; x \text{ es par}; x \neq 4\}$

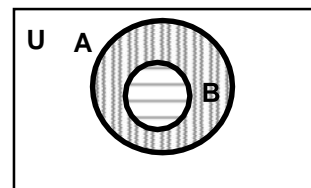
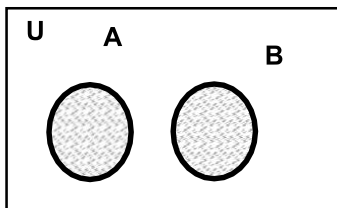
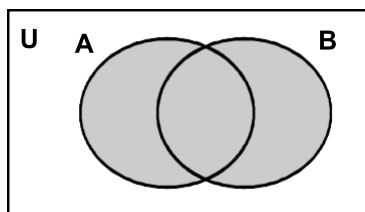
$B = \{-2; 2; 6; 8\}$
3. $C = \{x \in \mathbb{Z} / x(x - 5)(x + 6)(x + 7) = 0\}$ $C = \{0; 5; -6; -7\}$
<b>Pregunta Nº 4</b> Hallar el conjunto potencia de:
1. $M = \{x \in \mathbb{Z}^+ / -2 \leq x < 4\}$ $M = \{1; 2; 3\}$
2. $N = \{x \in \mathbb{N}^* / -1 < x \leq 3\}$ $N = \{0; 1; 2; 3\}$

SEMANA 6	UNIDAD II Teoría de conjuntos
	Tema: Operaciones con conjuntos

## 1. Operaciones con conjuntos

**a) Unión o reunión.** Dado dos conjuntos A y B, la unión de A y B se define como:

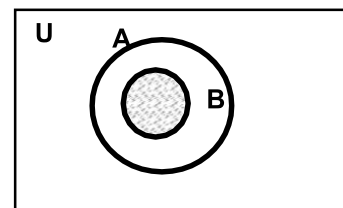
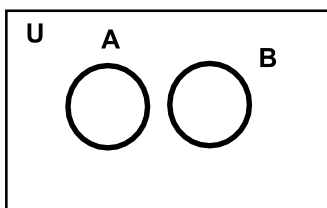
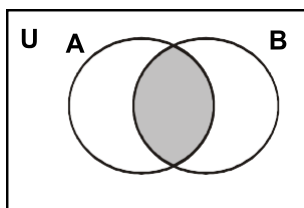
$$A \cup B = \{x / x \in A \vee x \in B\}$$



Nota; Siempre se cumple que  $A \cup \phi = A$

**b) Intersección.** Dado dos conjuntos A y B, la intersección de A y B se define como:

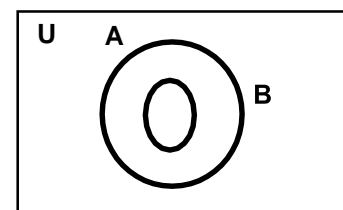
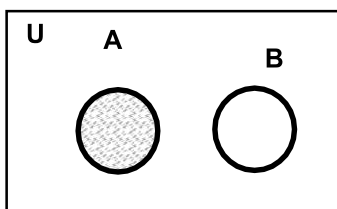
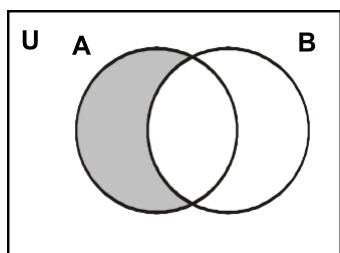
$$A \cap B = \{x / x \in A \wedge x \in B\}$$



Dos conjuntos son disjuntos si  $A \cap B = \phi$ . Además, siempre se cumple que  $A \cap \phi = \phi$ .

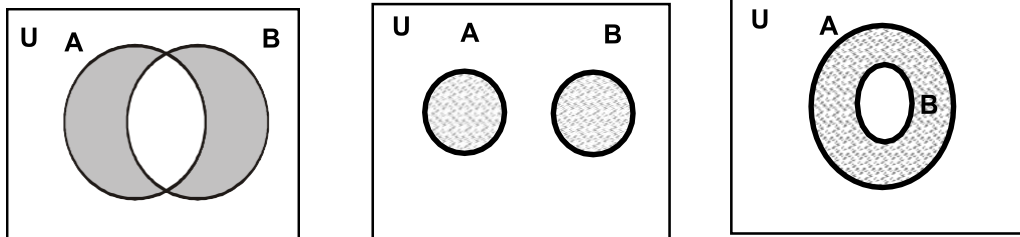
**c) Diferencia de conjuntos.** Dados dos conjuntos A y B, la diferencia de los conjuntos A y B se define como:

$$A - B = \{x / x \in A \wedge x \notin B\}$$



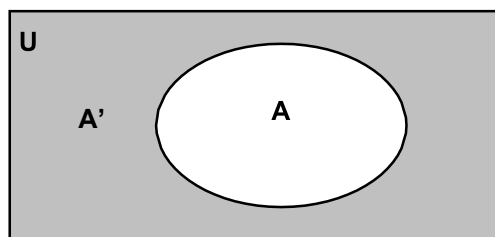
**d) Diferencia simétrica.** Dado dos conjuntos A y B, la diferencia simétrica de A y B se define como:

$$A \Delta B = \{x / x \in (A - B) \vee x \in (B - A)\}$$



**e) Complemento de un conjunto.** Dado un conjunto A y el conjunto universal U, donde  $A \subseteq U$ , se define el complemento de A como:

$$A' = A^c = \{x / x \in U \wedge x \notin A\}$$



Nota: Siempre se cumple que:  $U' = \phi$  y  $\phi' = U$ .

**Figura 4.** Operaciones con conjuntos.

Union	Interseccion	Diferencia	Diferencia Simetrica	Complemento
Las personas que cuentan con un medio de transporte: Auto o Bicicleta	Las personas que cuentan Auto y Bicicleta	Las personas que cuentan Bicicleta pero no con Auto	Las personas que cuentan con Auto o Bicicleta, pero no los dos	Las personas que no cuentan con Auto
Hugo, Paco, Luis	Paco	Hugo	Hugo, Luis	Luis y Hugo

**Recuperado de:** <https://sites.google.com/site/portafoliousil2017g6/4-2-operaciones-con-conjuntos-intervalos-operaciones>.

## 2. Aplicaciones

a) En un aula hay 72 alumnos que gustan de la música rock o salsa. La cantidad de los que gustan el rock es el quíntuplo de los que sólo gustan la salsa; la cantidad de los que sólo gustan el rock es el triple de los que gustan ambos géneros. ¿Cuántos alumnos sólo gustan de un género?

b) Un grupo de 60 chef se presentaron a un Concurso de Cocina en las siguientes especialidades: postres, cremas y pastas. Obteniéndose como resultado que: 30 ganaron en la especialidad de pastas. 25 ganaron en la especialidad de postres. 20 ganaron en la especialidad de cremas. 5 ganaron en pastas y postres, pero no en cremas. 7 ganaron en pastas y cremas. 1 ganó en las tres especialidades. Además, se sabe que el número de los que ganaron sólo postres es la mitad de los que ganaron la especialidad de pastas.

Determine ¿cuántos ganaron al menos, en dos de las especialidades? ¿Cuántos ganaron? en las especialidades de Postres y Cremas? Y ¿Cuántos no ganaron en ninguna especialidad?

Paul, uno de los estudiantes que lleva la asignatura, resuelve el problema y afirma lo siguiente:

- 18 ganaron en al menos dos especialidades
- 4 ganaron en postres y cremas
- 1 no ganó en ninguna de las especialidades

Resuelve y luego **critica o defiende** la afirmación justificando tu respuesta.

c) En un aula de clase se sabe que 22 estudiantes prefieren lenguaje, 24 estudiantes matemática y 20 prefieren biología. Si los que prefieren al menos una asignatura son 35 y los que prefieren solamente una asignatura son 5. ¿Cuántos prefieren las tres asignaturas?

## ACTIVIDAD 06

### REALIZANDO LAS OPERACIONES CON CONJUNTOS Y SUS APLICACIONES

#### Objetivo

Realizar operaciones con conjuntos y utilizarlas en la solución de problemas de aplicación

#### Orientaciones

La actividad a realizar es de manera grupal. Lee detenidamente, analiza, y responde.

NIVEL	Pregunta Nº 1
CONOCIMIENTO	Coloca, en los paréntesis de la derecha, verdadero (V) o falso (F), según corresponda a cada una de las afirmaciones.
<b>Afirmaciones</b>	
1. $(A \Delta B)$ representa a la operación de intersección de dos conjuntos.	( )
2. $(A - B)$ representa a la operación de diferencia de dos conjuntos.	( )
3. Si $A = \{1,2,4\}$ y $B = \{0,2,4\}$ entonces $A \Delta B = \{0,1\}$ .	( )
4. Si $M = \{3,5,7\}$ y $B = \{4,6,8\}$ entonces $M \cap N = \{0,1\}$ .	( )
5. Si $A$ y $B$ son dos conjuntos disjuntos, entonces $A \cap B = \phi$ .	( )

NIVEL	Pregunta Nº2
COMPRENSIÓN	Define, brevemente, cada una de las operaciones con conjuntos.

NIVEL	APLICACIÓN
Utilizando las definiciones de operaciones con conjuntos responda las preguntas.	
<b>Pregunta Nº 3</b>	
Sean los conjuntos: $U = \{x \in \mathbb{Z}^+ / 0 \leq x < 9\}$ , $A = \{x \in \mathbb{N} / x \geq 1 \wedge x < 5\}$ y $B = \{x \in \mathbb{Z} / 0 < x \leq 9 \wedge x \text{ es par}\}$	
Determinar:	
a) $A - B$	b) $A' - B'$ c) $(A \cap B)'$ c) $A \Delta B$
<b>Pregunta Nº 4</b>	
Sean los conjuntos: $A = \{x \in \mathbb{Z} / -3 \leq x < 6\}$ , $B = \{x \in \mathbb{N}^* / -2 < x < 4\}$ y $U = A \cup B$ .	
Determinar:	
a) $(A - B)' \cap A'$	b) $(A \cap B)' - A$ c) $(A^c \Delta B)^c - A$



NIVEL	ANALISIS
<b>Pregunta Nº 5</b>	
Lee y analiza detenidamente, la situación planteada y responde:	
De un aula de 35 estudiantes del primer ciclo que son evaluados, 22 aprobaron matemática I, 20 aprobaron Filosofía, 21 aprobaron Realidad Nacional, 10 los tres cursos y 12 solo dos cursos. Algunos de ellos no aprobaron ninguno de los tres cursos. ¿Cuántos aprobaron un solo curso?	

NIVEL	EVALUACIÓN
<b>Pregunta Nº 6</b>	
Lee la situación problemática planteada, resuelve utilizando los conceptos de la teoría de conjuntos y critica o defiende la afirmación. Justifica tu respuesta.	
<p>César, funcionario de una agencia de viajes, realiza una encuesta a un grupo de turistas europeos sobre sus preferencias de pasar sus vacaciones en Sudamérica y se obtuvo que: 13 prefieren Brasil y Perú, pero no Argentina; 12 prefieren sólo Brasil. 9 sólo prefieren Perú. 50 prefieren Perú o argentina, de los cuales 7 prefieren Brasil, pero no Perú y 4 prefieren Perú y argentina pero no Brasil. 40 prefieren Brasil. Si todos los turistas prefieren por lo menos un país, César indica que:</p> <p>a) 32 turistas que prefieren al menos dos países.  b) 30 turistas que prefieren solo un país.  c) El número de turistas que fueron encuestados fue de 62.</p> <p>Resuelve y luego, de acuerdo a tus resultados, <b>critica o defiende</b> la afirmación del funcionario.</p>	

## **EJERCICIOS COMPLEMENTARIOS:**

**I. Colocar V o F en las siguientes expresiones y de ser el caso completar la expresión:**

- a) La expresión  $A \cap B = \{x / x \in A \wedge x \in B\}$  corresponde a la Diferencia... ( )
- b) Simétrica
- c) Los elementos del Conjunto Potencia se calculan con la expresión:.....
- d) El conjunto  $M = \{x \in \mathbb{N} / -2 < x \leq 0\}$  es vacío..... ( ).
- e) El complemento del Conjunto Vacío es:.....

**II. Expresar los siguientes conjuntos por extensión:**

- a)  $F = \{x \in \mathbb{Z} / x(x-5)(x+6)(x+7) = 0\}$
- b)  $H = \{x \in \mathbb{N} / -2 \leq x < 11; x \text{ es impar}; x \text{ es primo}\}$
- c)  $G = \{x \in \mathbb{Z} / -2 \leq x < 11; x \text{ es impar}; x \neq 1, 3\}$

**III. Jorge estableció el Valor de Verdad de las siguientes expresiones en el siguiente orden: V F V F V F ¿Es este el verdadero orden? Según sus conocimientos ¿está usted de acuerdo? Si no lo está ¿Cuál sería el orden de los Valores de Verdad?**

- a)  $A = \{x \in \mathbb{Z}^+ / -10 < x \leq -4\}$ , es un conjunto vacío
- b)  $B = \{x \in \mathbb{R}^+ / \sqrt{-9x} \in \mathbb{R}\}$ , es un conjunto nulo
- c)  $B = \{x / x \text{ es múltiplo de } 3\}$  es un conjunto infinito.
- d)  $A = \{1, 2, 3\}$  y  $B = \{1, 1, 3, 2, 3\}$  son disjuntos
- e)  $E = \{1, 2, 3, 4\}$  es subconjunto de  $C = \{x \in \mathbb{Z}^+ / 0 < x \leq 4\}$ ,

**IV. Interpreta, Comprende y Determina el Valor de Verdad de las siguientes proposiciones:**

**Sea el conjunto  $A = \{3, 4, \{6\}, 8\}$ , colocar verdadero o falso, según corresponda:**

- |                              |                        |                          |
|------------------------------|------------------------|--------------------------|
| a) $\{3\} \in A$             | b) $\{4\} \subseteq A$ | c) $8 \in A$             |
| d) $\{3, 8\} \in A$          | e) $\emptyset \in A$   | f) $\{\{6\}\} \subset A$ |
| g) $\{\emptyset\} \subset A$ | h) $\{6\} \in A$       | i) $\{6\} \subset A$     |

**V. Calcular el conjunto potencia de los siguientes conjuntos:**

1)  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid -1 < x < 3\}$

2)  $B = \{x \in \mathbb{Z}^+ \mid 0 < x < 4\}$

3)  $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 \leq x < 2\}$

4)  $D = \{x \in \mathbb{N} \mid 0 < x < 5\}$

## VI. Aplica los conceptos de operaciones con conjuntos y resuelve:

Sean los conjuntos:

$$a) \quad U = \{x \in \mathbb{Z}^+ / 0 \leq x < 9\} \quad A = \{x \in \mathbb{N} / x \geq 1 \wedge x < 5\} \text{ y}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} / 0 < x \leq 9 \wedge x \text{ es par}\}$$

Determinar:

$$1) \quad A - B$$

$$2) \quad A' - B'$$

$$3) \quad A \Delta B$$

$$b) \quad A = \{x \in \mathbb{Z} / -3 \leq x < 6\}, \quad B = \{x \in \mathbb{N}^* / -2 < x < 4\}, \text{ y } \quad U = A \cup B.$$

Determinar:

$$1) \quad B - A$$

$$b) \quad (A \cap B)' - A$$

$$c) \quad A \Delta B$$

$$c) \quad A = \{x \in \mathbb{N}^* / x(x+2)(x-1) = 0\}, \quad B = \{x \in \mathbb{Z} / (x^2 - 1)(x^2 - 4) = 0\} \text{ y } \quad U = A \cup B$$

Determinar:  $E = (A - B)'$

$$d) \quad U = \{x \in \mathbb{Z} / -4 < x \leq 7\}, \quad A = \{x \in \mathbb{N}^* / x \geq 0 \wedge x < 4\} \text{ y}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} / -2 < x \leq 7 \wedge x \text{ par positivo}\}$$

Determinar:

$$1) \quad A - U$$

$$2) \quad A' - (B \cap A)'$$

$$3) \quad A \Delta B$$

$$e) \quad U = \{x \in \mathbb{Z} / -2 \leq x \leq 15\}, \quad A = \{x \in \mathbb{N}^* / x \leq 8\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} / 5 < x < 15\}, \quad C = \{x \in \mathbb{Z} / -1 \leq x < 5\} \text{ y}$$

$$X = (A \cap C) \cap B \text{ e } Y = (A - B^c) - C^c$$

Determinar si:  $X \neq Y$

### Aplicaciones de conjuntos

1. En una reunión de doctores de 54 participantes, 35 dominan inglés y física, 21 inglés y química y 16 física y química. Si todos por lo menos dominan 2 cursos ¿cuántos dominan los 3 cursos?
2. En un aula de 25 alumnos deportistas hay: 16 alumnos que practican básquet, 14 fútbol y 11 tenis. 6 alumnos practican los tres deportes, 2 practican fútbol y básquet pero no tenis, 1 practica básquet y tenis pero no fútbol, 3 practican sólo tenis. ¿Cuántos alumnos practican sólo un deporte?
3. Una agencia de Turismo convocó a un concurso para administradores con conocimientos de algún idioma extranjero. De los que se presentaron, 25 saben inglés, 21 francés y 17 alemán. Además 17 saben inglés y francés; 14 inglés y alemán; 11 francés y alemán y 9

inglés, francés y alemán. ¿Cuántas personas se presentaron al concurso?

4. En una encuesta realizada en 100 viviendas de un distrito se obtuvo que: 60 casas tenían TV a color; 30 casas tenían equipo de sonido; 20 casas tenían DVD; 21 casas tenían TV a color y equipo de sonido; 15 casas tenían TV a color y DVD y, 4 casas tenían equipo de sonido y DVD. ¿Cuántas casas, como máximo, no tenían estos aparatos?
5. Se lleva a cabo una investigación de 1000 personas para determinar que medio utilizan para conocer las noticias del día. Se encontró que 400 personas escuchan las noticias en forma regular por TV. 300 personas escuchan noticias por la radio y 275 se enteran de las noticias por ambos medios. Jorge resuelve el problema y afirma lo siguiente:
- a) 115 personas investigadas se enteran de las noticias solo por TV.
  - b) 35 personas se enteran de las noticias solo por la radio.
  - c) 585 personas no ven ni escuchan las noticias.

Resuelve y luego **emite un juicio personal si estas o no de acuerdo** con Jorge.

6. Un grupo de alumnos de Administración ha planeado realizar una investigación sobre las respuestas de los espectadores a ciertos aspectos de las películas A, B y C. Después de encuestar a 50 personas se obtuvo la siguiente información: 20 han visto la película A; 17 han visto la película B; 23 han visto la película C. 6 han visto las películas A y B, 8 han visto las películas B y C, 10 han visto las películas A y C. Además, se sabe que 2 han visto las tres películas. La finalidad del grupo es conocer: ¿Cuántas personas han visto una sola película?, ¿Cuántas personas han visto al menos dos películas y cuantas no han visto ninguna de las películas?

Uno de los integrantes del grupo se adelanta y afirma que:

- 18 personas han visto solo una película.
- 18 personas han visto al menos dos películas
- 12 personas no han visto ninguna de las tres películas.

Resuelve y luego **Crítica o Defiende** la afirmación justificando tu respuesta.

7. En un estudio de mercado, para conocer la marca de automóvil que prefieren los peruanos, se realizó una encuesta a 310 personas obteniéndose los siguientes resultados: 140 personas prefieren la marca Nissan; 70 prefieren la marca Volvo y 110 la marca Toyota; 20 personas prefieren las marcas Volvo y Toyota, pero no la marca Nissan; 15 personas prefieren las marcas Volvo y Nissan; 25 personas prefieren las marcas Nissan y Toyota. Además, se sabe que el número de personas que prefieren las tres marcas, es la séptima parte de los que prefieren la marca Volvo.
- a) ¿Cuántas personas no prefieren ninguna de las tres marcas mencionadas de Automóvil?
  - b) ¿Cuántas personas prefieren solo Volvo y Toyota?
  - c) ¿Cuántas personas prefieren Nissan y Toyota, pero no Volvo?

Omar uno de los estudiantes distraídos resuelve el problema y afirma lo siguiente:

- 60 personas no prefieren ninguna de las tres marcas mencionadas de Automóvil
- 30 personas prefieren solo Volvo y Toyota
- 15 personas prefieren Nissan y Toyota, pero no Volvo

Resuelve y luego **Crítica o Defiende** la afirmación justificando tu respuesta.