UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN
ENRIQUE GUZMÁN Y VALLE

"Alma Mater del Magisterio Nacional"

LIMA - 2020
MATEMÁTICA BÁSICA I

Tema: Función Proposicional

PRÁCTICA

EJERCICIOS:

1. Dado el conjunto A = {-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3}. Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:
   a) $(\exists x \in A)/x + 5 \in A$ (V)
   Tenemos que: $x + 5 \in A$, buscamos al menos un valor para "x" que pertenece al conjunto A que cumpla esa condición. Se observa que con "x = -2" se cumple pues sería: $-2 + 5 = 3$ y $3 \in A$. Por lo tanto, ya encontramos al menos un valor de "x" que pertenece al conjunto A tal que cumpla esa condición.
   b) $(\forall x \in A): x^2 - 5x - 6 = 0$ (F)
   Pasamos a factorizar la ecuación de segundo grado $x^2 - 5x - 6 = 0$ y se obtiene lo siguiente: $(x-2)(x-3) = 0$ en donde se tienen que los valores de "x" son 2 y 3. Observamos que solo se cumplen para dos valores de "x" que pertenecen al conjunto A mas no para todos los elementos del conjunto A por lo que la proposición es falsa.
   c) $(\exists x \in A)/(3x-2)/5 \ \in A$ (V)
   La proposición nos dice que existe al menos un "x" que pertenece al conjunto A tal que $(3x-2)/5$ pertenezca al conjunto A. Vemos que el único valor de "x" que cumple esa condición es "x = -1" pues reemplazando tendríamos que: $(3(-1)-2)/5 = (-3-2)/5 = -5/5 = -1$ y $-1 \in A$. Por lo tanto, la proposición es verdadera.
   d) $(\exists x \in A)/2x - 3 > 5 \in A$ (F)
   Pasamos a resolver la ecuación:
   $$2x - 3 > 5$$
   $$2x > 8$$
   $$x > 4$$
   Entonces tenemos que "x > 4" pertenece al conjunto A. Vemos que ningún elemento que pertenece al conjunto A cumple esa condición, por lo tanto, la proposición es falsa.
   e) $(\forall x \in A): x^3 - 6 = 0$ (F)
   Resolviendo la ecuación $x^3 - 6 = 0$ tenemos que "x = $\sqrt[3]{6}$", sin embargo, ningún elemento del conjunto A es ese valor hallado. Por lo tanto, la proposición es falsa.
   f) $(\exists x \in A)/2x - 3 > 13$ (F)
   Pasamos a resolver la inecuación:
   $$2x - 3 > 13$$
   $$2x > 16$$
   $$x > 8$$
   Observamos que los valores que puede tomar "x" son mayores que 8, pero en el conjunto A ningún elemento es mayor a ese valor. Por lo tanto, la proposición es falsa.
   g) $(\exists x \in A)/(x-2)/5 \ > 5$ (F)
   Pasamos a resolver esa inecuación:

$$\frac{x-2}{5} > 5$$

Multiplicamos por 5 a ambos extremos:

$$5 * \left(\frac{x-2}{5}\right) > (5) * 5$$
$$x - 2 > 25$$
$$x > 27$$

Observamos que los valores que puede tomar "x" en la inecuación son mayores a 27, sin embargo, vemos que ningún elemento del conjunto A es mayor que 27. Por lo tanto, la proposición es falsa.

h) $(\exists x \in A)/(x+8)(x^2+1) = 0$ (F)

Igualamos a cero cada factor primo y observamos que: "x = -8" o "x = $\sqrt{-1}$ *= i (Número complejo o imaginario)". Vemos que solamente con esos dos valores que toma "x" se cumple esa igualdad, sin embargo, ninguno de esos valores pertenece al conjunto A. Por lo tanto, la proposición es falsa.*

i) $(\forall x \in A): 3x - 9 \neq 24$ (V)

Resolviendo la ecuación $3x - 9 \neq 24$ *tenemos lo siguiente: "x ≠ 11". Con esto observamos que "x" puede tomar todos los elementos del conjunto A y seguirá cumpliendo esa condición de "x ≠ 11".*

j) $(\forall x \in A): 2x - 3 = 26$ (F)

Resolviendo la ecuación $2x - 3 = 26$ *tenemos que "x = 29/2", esto nos indica que "x" tiene que tomar ese valor para que la ecuación se cumpla. Con esto observamos que para ningún valor de "x" que pertenece al conjunto A se cumple esa ecuación.*

2. Si A = {0, 1, 2, 3, 4, 5} ¿Cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas?

a. $\exists x \in A / x^2 = x$ (V)

Resolviendo la ecuación $x^2 = x$ *vemos que:* $x(x-1) = 0$*, entonces los valores que toma "x" son 0 o 1. Como la condición es que exista al menos un elemento que pertenezca al conjunto A, vemos que tanto 0 y 1 pertenecen al conjunto A, por lo tanto, ya hemos encontrado al menos un valor que cumpla con la ecuación dada.*

b. $\exists x \in A / \forall y \in A, xy \geq 0$ (V)

Vemos que, si tomamos un elemento del conjunto A, por ejemplo, empezaremos con un "x = 0", vemos que todos los valores que tomará "y" cumplen con la desigualdad, pues: 0(0) ≥ 0, 0(1) ≥ 0, 0(2) ≥ 0, 0(3) ≥ 0, 0(4) ≥ 0, 0(5) ≥ 0, todas las desigualdades se cumplen. Por lo tanto, la proposición es verdadera.

c. $\forall x \in A, \exists y \in A, x + 2 = y$ (F)

Si tomamos un "x = 5" observamos que: 5 + 2 = 7 = y, observamos que "y = 7" pero, 7 no pertenece al conjunto A. Por lo tanto, la proposición es falsa.

d. $\exists x \in A / \forall y \in A, x + y\ es\ par$ (F)

La proposición es falsa pues al tomar un valor cualquiera del conjunto y sumarlo con cada uno de los elementos del conjunto A, el resultado siempre será par e impar. Por lo tanto, la proposición es falsa.

3. Indicar verdadero o falso, justifica tu respuesta.
   a) $(\forall x \in Z)(x^2 - 1 \geq 0)$ (F)
   La proposición es falsa pues, si se toma un "x = 0" sería -1 ≥ 0, lo cual es totalmente falso.
   b) $(\exists x \in Z)(x^2 + 1 = 0)$ (F)
   Resolvemos la ecuación y vemos que "x = $\sqrt{-1}$ *= i (Número complejo o imaginario)" y este valor no es un número entero. Por lo tanto, la proposición es falsa.*
   c) $(\exists x \in Z)((x+1)^2 = x^2 + 2x + 1)$ (V)
   Se sabe que $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$ (Binomio al cuadrado) y que se cumple para todos los números reales. Además, sabemos que el conjunto de los números enteros está incluido en el conjunto de los números reales por lo que el binomio al cuadrado también se cumple para al menos uno o todos los números enteros.
4. Dado el conjunto A = {-2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7} Negar cada una de las siguientes proposiciones.
   a) $(\exists x \in A)/x - 3 \in A$
   $$\sim((\exists x \in A)/x - 3 \in A)$$
   $$(\forall x \in A): x - 3 \notin A$$
   b) $(\forall x \in A): 5x - 6 = 0$
   $$\sim\big((\forall x \in A): 5x - 6 = 0\big)$$
   $$(\exists x \in A)/5x - 6 \neq 0$$
   c) $(\exists x \in A)/3x - 2 \in A$
   $$\sim((\exists x \in A)/3x - 2 \in A)$$
   $$(\forall x \in A): 3x - 2 \notin A$$
   d) $(\exists x \in A)/x - 5 > 5$
   $$\sim((\exists x \in A)/x - 5 > 5)$$
   $$(\forall x \in A)/x - 5 \leq 5$$
   e) $(\forall x \in A): x^3 - 6 = 0$
   $$\sim\big((\forall x \in A): x^3 - 6 = 0\big)$$
   $$(\exists x \in A)/x^3 - 6 \neq 0$$
   f) $(\exists x \in A)/2x - 3 > 13$
   $$\sim((\exists x \in A)/2x - 3 > 13)$$
   $$(\forall x \in A): 2x - 3 \leq 13$$
   g) $(\exists x \in A)/(x-2)/5 \ > 5$
   $$\sim((\exists x \in A)/(x-2)/5 \ > 5)$$
   $$(\forall x \in A): (x-2)/5 \ \leq 5$$
   h) $(\exists x \in A)/(x+8)(x^2+1) = 0$
   $$\sim((\exists x \in A)/(x+8)(x^2+1) = 0)$$
   $$(\forall x \in A): (x+8)(x^2+1) \neq 0$$
   i) $(\forall x \in A): 3x - 24 \neq 24$

$$\sim\big((\forall x \in A): 3x - 9 \neq 24\big)$$
$$(\exists x \in A)/3x - 9 = 24$$

j) $(\forall x \in A): 2x - 3 = 26$

$$\sim\big((\forall x \in A): 2x - 3 = 26\big)$$
$$(\exists x \in A)/2x - 3 \neq 26$$