QUÉ ES LA VARIANZA

QUÉ ES LA VARIANZA

La **Varianza** es una medida de dispersión que se utiliza para representar la variabilidad de un conjunto de datos respecto de la media aritmética de los mismo. Así, se calcula como la suma de los residuos elevados al cuadrado y divididos entre el total de observaciones. No obstante, se trata de una medida que también puede calcularse como la desviación típica al cuadrado.

¿PARA QUÉ SE USA LA VARIANZA?

Es una **medida de dispersión ampliamente utilizada en los sectores de la economía y las finanzas**, interpretándose como el riesgo de que el rendimiento de algún procedimiento en concreto sea distinto del rendimiento esperado de dicho procedimiento.

Varianza y Desviación Estándar

G1

10 kg | 12 kg | 23 kg | 25 kg | 30 kg

G2

18 kg | 19 kg | 20 kg | 21 kg | 22 kg

Varianza y Desviación Estándar

G1


10 kg


12 kg


23 kg


25 kg


30 kg

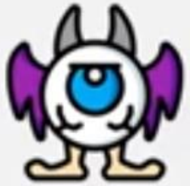
$$\mu_{G1} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{10 + 12 + 23 + 25 + 30}{5} = \frac{100}{5} = 20\ kg$$

G2


18 kg


19 kg


20 kg


21 kg


22 kg

Varianza y Desviación Estándar

G1

10 kg | 12 kg | 23 kg | 25 kg | 30 kg

$\mu_{G1} = 20\ kg$

$$\mu_{G2} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{18 + 19 + 20 + 21 + 22}{5} = \frac{100}{5} = 20\ kg$$

G2

18 kg | 19 kg | 20 kg | 21 kg | 22 kg

Varianza y Desviación Estándar

G1

10 kg | 12 kg | 23 kg | 25 kg | 30 kg

$\mu_{G1} = 20\ kg$

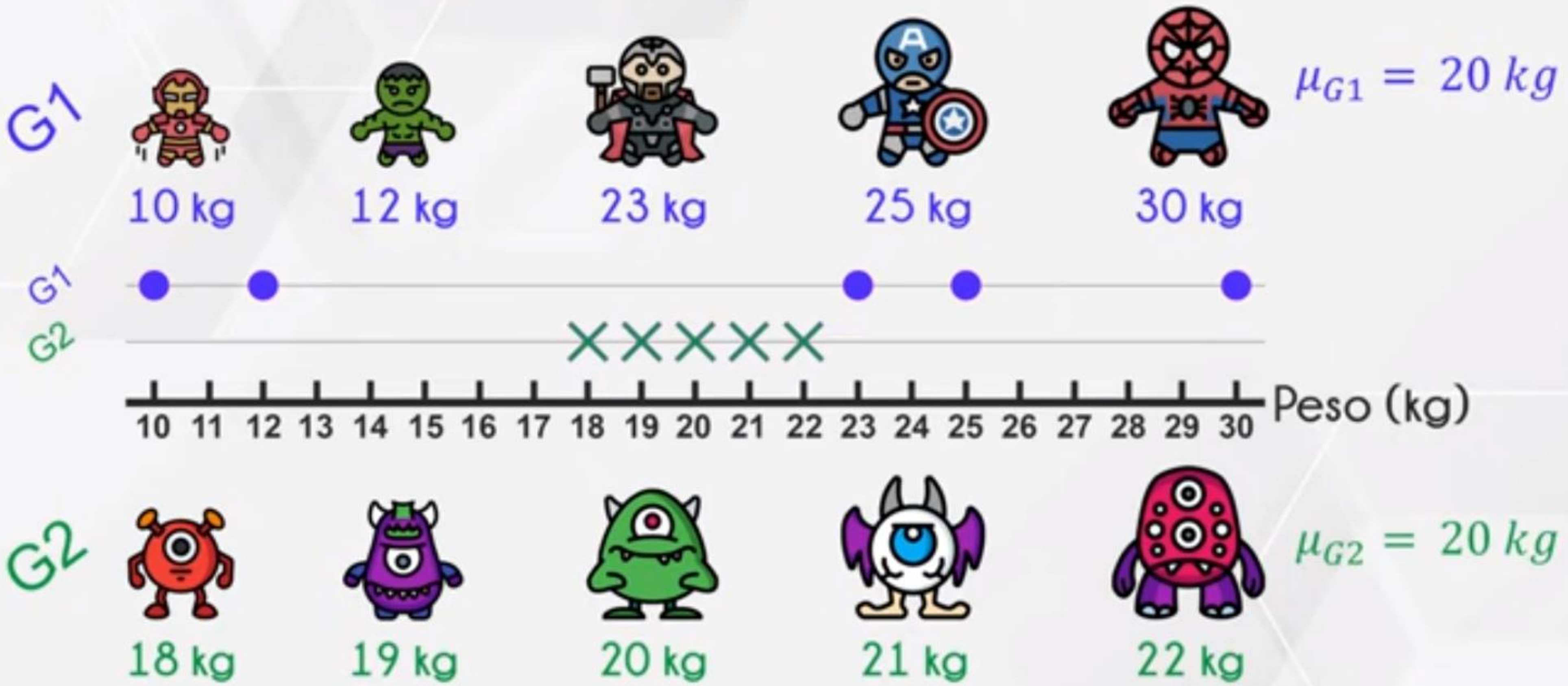
=

$\mu_{G2} = 20\ kg$

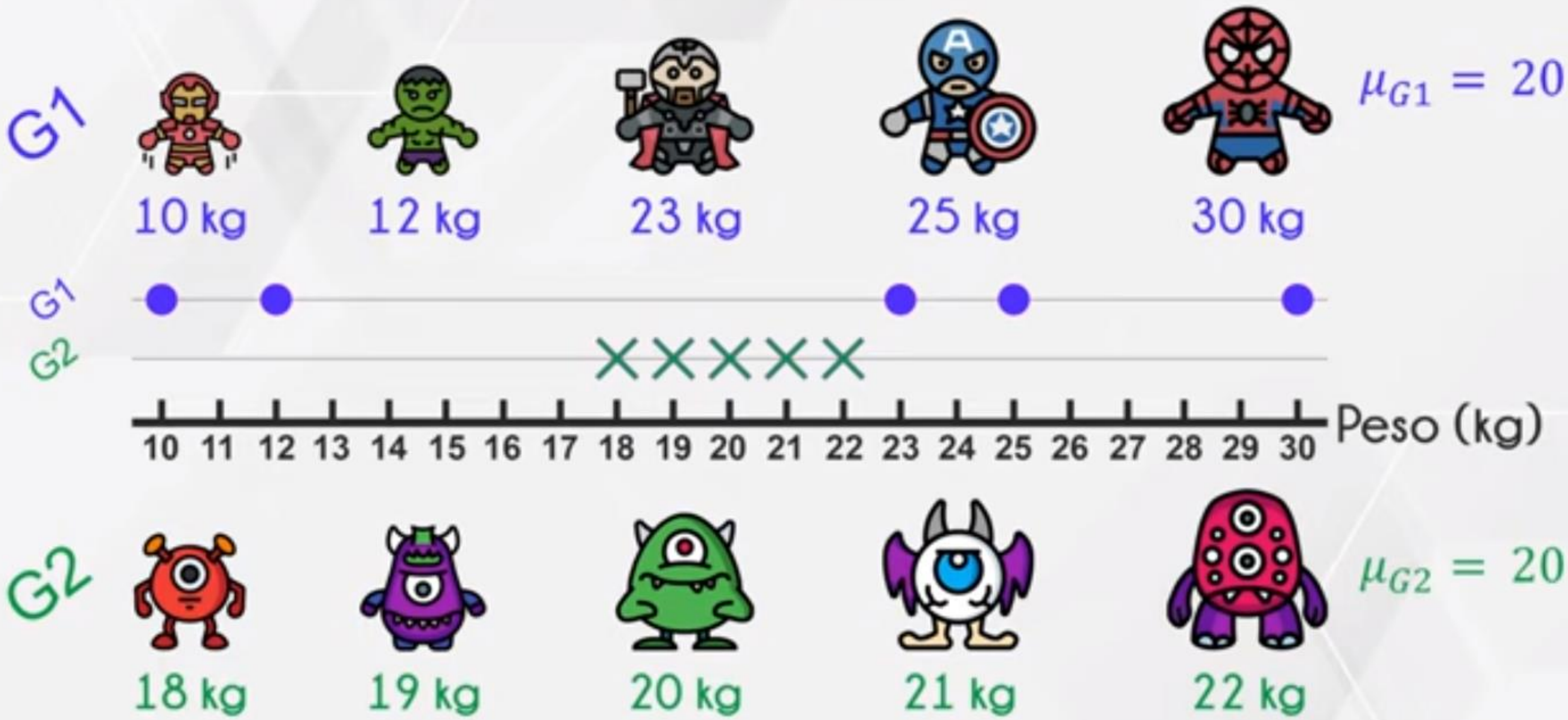
G2

18 kg | 19 kg | 20 kg | 21 kg | 22 kg

Varianza y Desviación Estándar



Varianza y Desviación Estándar



$\mu_{G1} = 20\ kg$

$\mu_{G2} = 20\ kg$

	Varianza	
Grupo 1	59,6 kg^2	
Grupo 2	2 kg^2	

Varianza

Desviación estándar

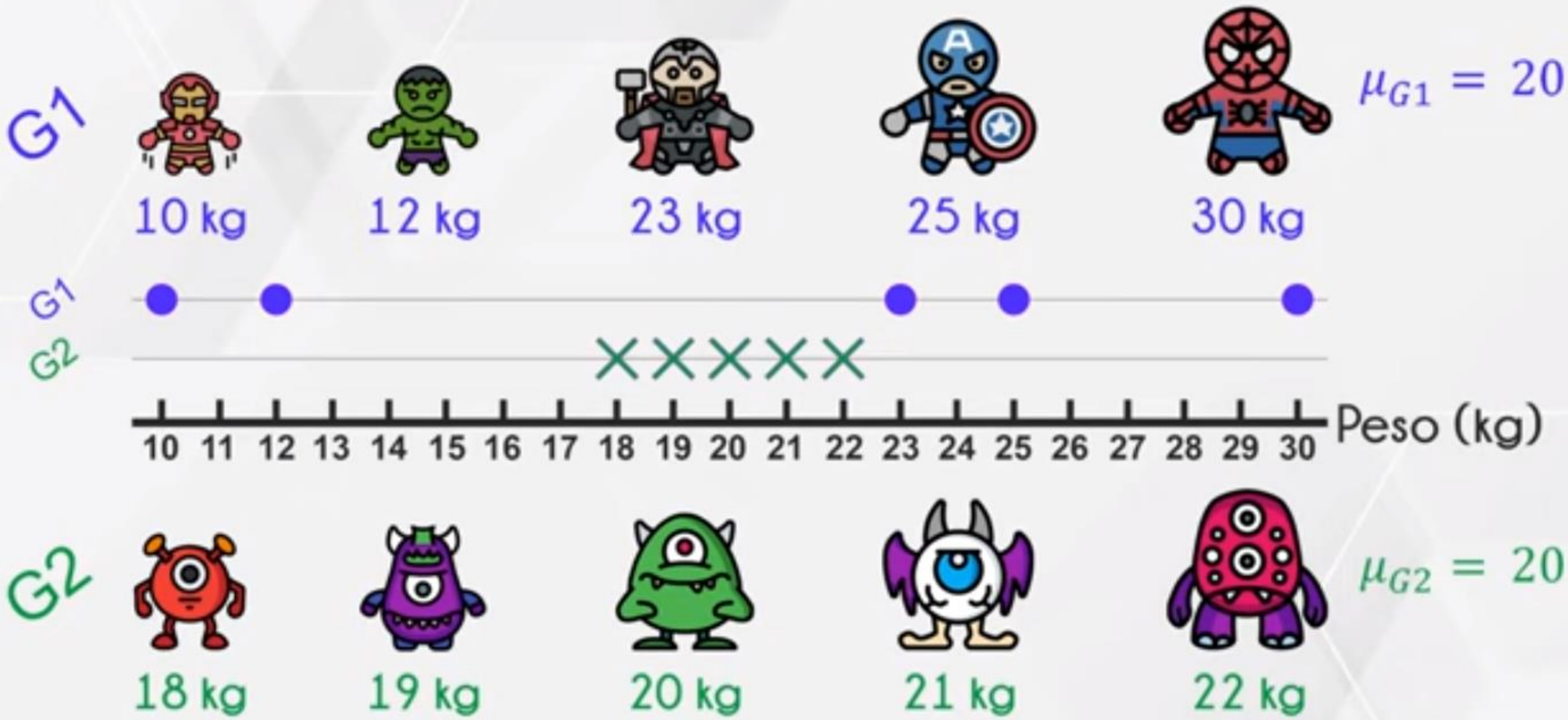
(raíz cuadrada positiva de la varianza)

$9\,m^2 \rightarrow \sqrt{9\,m^2} \rightarrow 3\,m$

$4\,s^2 \rightarrow \sqrt{4\,s^2} \rightarrow 2\,s$

Varianza y Desviación Estándar

$\mu_{G1} = 20\ kg$



$\mu_{G2} = 20\ kg$

	Varianza	Desviación estándar
Grupo 1	59,6 kg^2	7,72 kg
Grupo 2	2 kg^2	1,41 kg

Población

Muestra

Fórmulas de Varianza y Desviación Estándar

	Varianza	Desviación Estándar	Media
Población	$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu)^2}{N}$	$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu)^2}{N}}$	$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}$
Muestra	$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$	$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$	$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$

Ejemplo 1:

Calcular la varianza y la desviación estándar de los siguientes datos: 2, 4, 6 y 8 sabiendo que corresponden a una población.

Solución:
Nos indican que estos datos forman una población, por lo tanto, usaremos las fórmulas de varianza y desviación estándar para la población, teniendo en cuenta que tenemos 4 datos, es decir, N = 4.

Empezamos calculando la media poblacional:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{N} = \frac{2+4+6+8}{4} = \frac{20}{4} = 5$$

Ahora calculamos la varianza poblacional:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu)^2}{N} = \frac{(x_1-\mu)^2 + (x_2-\mu)^2 + (x_3-\mu)^2 + (x_4-\mu)^2}{N}$$

$$\sigma^2 = \frac{(2-5)^2 + (4-5)^2 + (6-5)^2 + (8-5)^2}{4} = \frac{(-3)^2 + (-1)^2 + (1)^2 + (3)^2}{4}$$

$$\sigma^2 = \frac{9+1+1+9}{4} = \frac{20}{4} = 5$$

El valor de la varianza poblacional, es de 5.

Ahora calculamos la desviación estándar, teniendo en cuenta que es la raíz cuadrada de la varianza.

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

$$\sigma = \sqrt{5} = 2{,}236$$

Ejemplo 2:

Calcular la varianza y la desviación estándar de los siguientes datos: 1, 3, 5, 7 y 9 sabiendo que corresponden a una muestra

Solución:
Nos indican que estos datos forman una muestra, por lo tanto, usaremos las fórmulas de varianza y desviación estándar para la muestra, teniendo en cuenta que tenemos 5 datos, es decir, n = 5.

Empezamos calculando la media de la muestra:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{n} = \frac{1+3+5+7+9}{5} = \frac{25}{5} = 5$$

Ahora calculamos la varianza de la muestra:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2 + (x_4 - \bar{x})^2 + (x_5 - \bar{x})^2}{n-1}$$

$$s^2 = \frac{(1-5)^2 + (3-5)^2 + (5-5)^2 + (7-5)^2 + (9-5)^2}{5-1}$$

$$s^2 = \frac{(-4)^2 + (-2)^2 + (0)^2 + (2)^2 + (4)^2}{4}$$

$$s^2 = \frac{16+4+0+4+16}{4} = \frac{40}{4} = 10$$

El valor de la varianza poblacional, es de 10.

Ahora calculamos la desviación estándar, teniendo en cuenta que es la raíz cuadrada de la varianza.

$$s = \sqrt{s^2}$$

Ejemplo 3:

Calcular la varianza y la desviación estándar de los siguientes datos: 10, 12, 13, 16, 9, 8, 12, 8, 6, 16 sabiendo que corresponden a una población.

Solución:

Empezaremos calculando la media y la varianza usando las fórmulas de la población.

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N} \qquad \wedge \qquad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} (x_i - \mu)^2}{N}$$

En este caso, como tenemos muchos datos, recurriremos a una tabla para mantener el orden. Colocaremos los valores de los elementos de la población (xi) y sumaremos los valores.

	x_i
	10
	12
	13
	16
	9
	8
	12
	8
	6
	16
$\sum$	110

Teniendo en cuenta que tenemos 10 datos (N = 10), calculamos la media:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N} = \frac{110}{10} = 11$$

Con el valor de la media, vamos en busca de la **varianza poblacional:**

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} (x_i - \mu)^2}{N}$$

Agregamos 2 columnas más a nuestra tabla para llegar a la forma de la varianza:

	x_i	$x_i - \mu$	$(x_i - \mu)^2$
	10	-1	1
	12	1	1
	13	2	4
	16	5	25
	9	-2	4
	8	-3	9
	12	1	1
	8	-3	9
	6	-5	25
	16	5	25
$\sum$	110		104

Reemplazamos los valores en la fórmula:

$$\boldsymbol{\sigma^2} = \frac{\sum_{i=1}^{N} (x_i - \mu)^2}{N} = \frac{104}{10} = \mathbf{10,4}$$

La varianza tiene un valor de 10,4.

Finalmente calculamos la desviación estándar:

$$\boldsymbol{\sigma} = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{10{,}4} = \mathbf{3,225}$$

La desviación estándar tiene un valor de 3,225.