Esercitazioni e teoria di elementi finiti per il corso di laurea magistrale in Ingegneria Aerospaziale

Progettazione Meccanica col Metodo degli Elementi Finiti

Andrea Chiocca
Dip. di Ingegneria Civile e Industriale (DICI), Università di Pisa
email: andrea.chiocca@unipi.it
ufficio: Edificio B45, sala dottorandi al primo piano

Programma

Fondamenti del Metodo agli Elementi Finiti (EF) in ambito statico lineare:

- formulazioni continua e discreta dell'equazione di equilibrio
- determinazione delle matrici di rigidezza dell'elemento e della struttura
- funzioni di forma di un elemento
- applicazione di vincoli e carichi e determinazione della soluzione

Principali tipi di elemento per analisi strutturali:

- elementi monodimensionali strutturali (asta e trave)
- elementi piani per modellazione plane stress, plane strain e assialsimmetrica
- elementi guscio assialsimmetrico e guscio-piastra 3D
- elementi Solidi 3D di forma esaedrica e tetraedrica

Valutazione dell'errore e analisi di convergenza

Materiale didattico:

- Introduzione al metodo degli elementi finiti 1, F. Cesari, Pitagora Editrice Bologna
- Finite Element Procedures, K.J. Bathe
- Madenci E., Guven I. “The Finite Element Method and Applications in Engineering Using ANSYS”, Springer 2015
- A gentle introduction to the Finite Element Method, Francisco–Javier Sayas
- Ansys APDL/Workbench Help
- Materiale didattico fornito dal docente

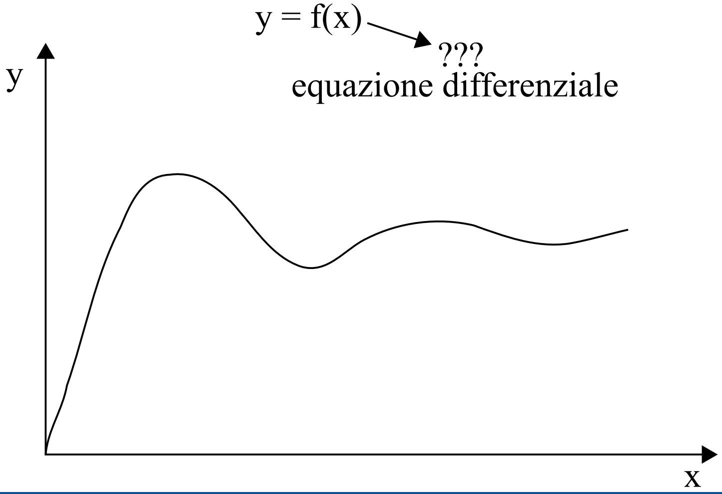
INTRODUZIONE

Il metodo degli elementi finiti (EF – Elementi Finiti o FEM – Finite Element Method) è un metodo molto diffuso per la risoluzione numerica di equazioni differenziali che si presentano in ambito ingegneristico. Le tipiche aree di interesse includono i campi tradizionali dell'analisi strutturale, del trasferimento di calore, del flusso di fluidi, del trasporto di massa e del potenziale elettromagnetico.
Il FEM è un metodo numerico generale per la risoluzione di equazioni differenziali alle derivate parziali in due o tre variabili spaziali. Per risolvere un problema, il FEM suddivide un sistema di grandi dimensioni in parti più piccole e più semplici, chiamate elementi finiti. Ciò si ottiene mediante una particolare discretizzazione spaziale, che viene attuata mediante la costruzione di una mesh dell'oggetto, il dominio numerico per la soluzione, che ha un numero finito di punti. La formulazione del metodo degli elementi finiti di un problema risulta infine in un sistema di equazioni algebriche. Le equazioni semplici che modellano questi elementi finiti vengono poi assemblate in un sistema di equazioni più ampio che modella l'intero problema. Il FEM approssima quindi una soluzione minimizzando una funzione di errore associata, attraverso il calcolo delle variazioni..

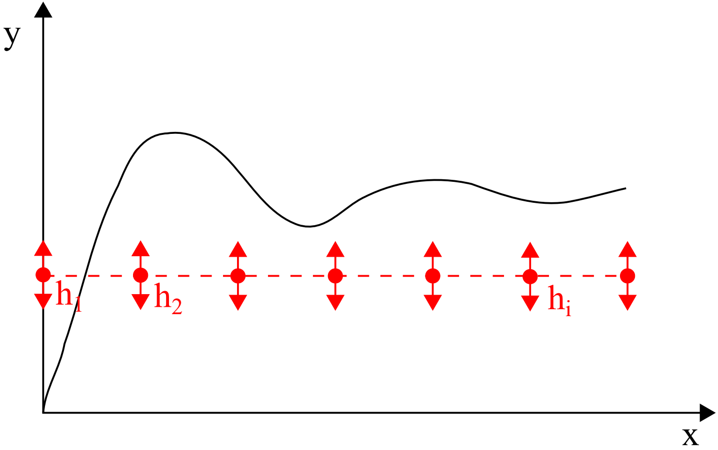
Software maggiormente utilizzati oggigiorno sono:
ANSYS e ABAQUS (entrambi con possibilità di utilizzare una licenza gratuita per studenti)
https://www.ansys.com/it-it/academic/free-student-products

Soluzione approssimata "piecewise solution"

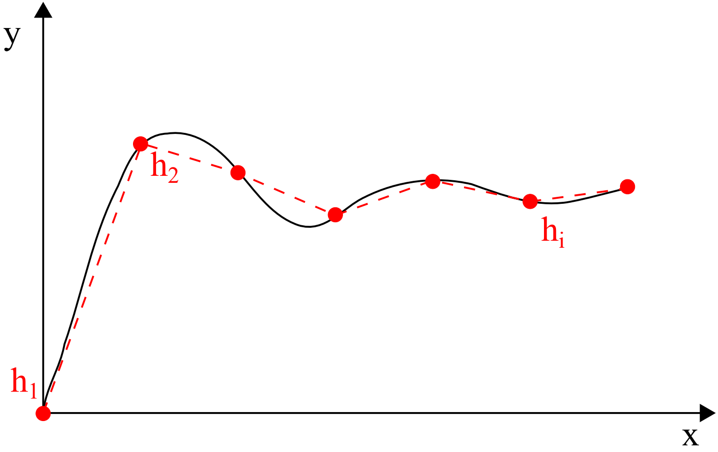
Il FEM utilizza metodi variazionali per approssimare una soluzione minimizzando una funzione di errore associata.



Si impongono equazioni di bilancio arrivando ad un sistema di equazioni (lineare) con incognite le altezze h_i

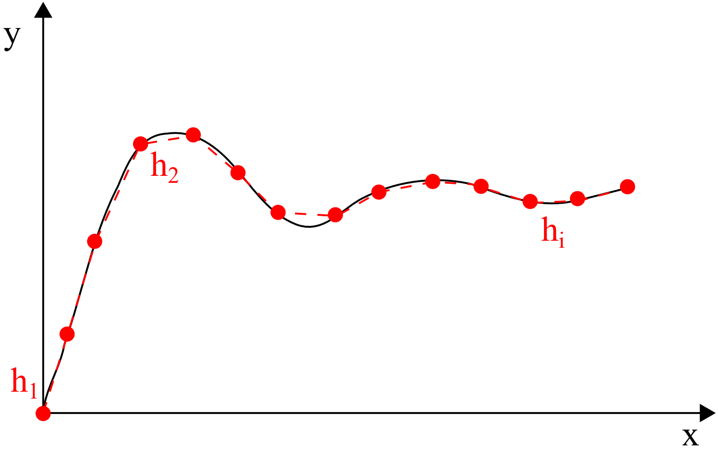


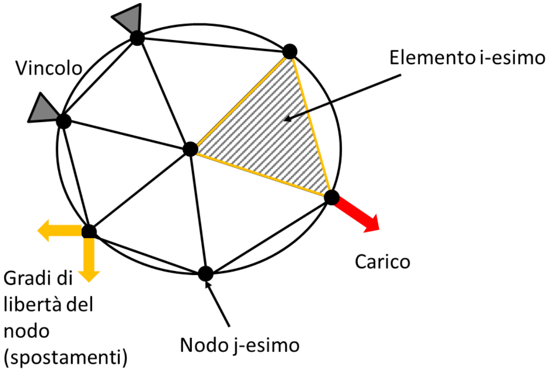
Si approssima la funzione con una certa discretizzazione

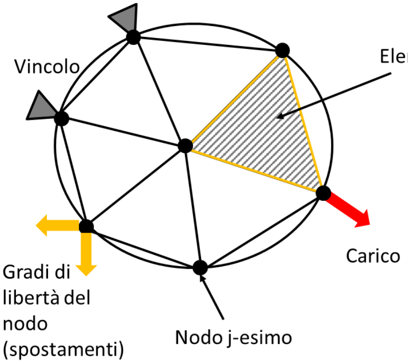


Soluzione approssimata "piecewise solution"

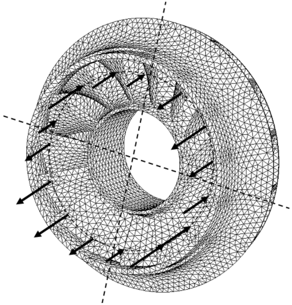
Migliorando la discretizzazione, migliora la rappresentazione della funzione

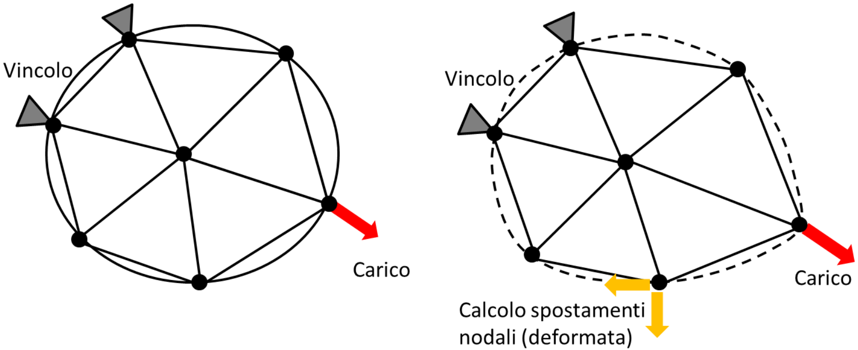



Vincolo
Elemento i-esimo
Carico
Gradi di libertà del nodo (spostamenti)
Nodo j-esimo

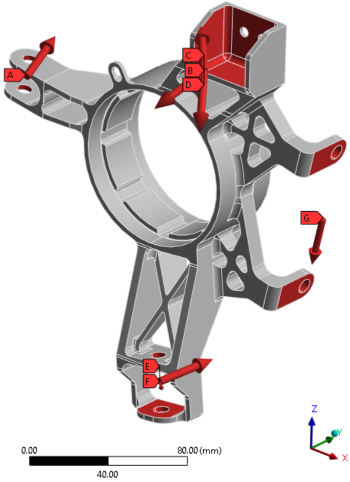


Geometrie di complessità crescente,
aumento numero di elementi:
metodo numerico, soluzione al calcolatore
1000 – 1 000 000 elementi




Vincolo
Carico
Vincolo
Carico
Calcolo spostamenti
nodali (deformata)

Esempio porta mozzo Formula SAE



Monodimensionali

- Asta (Truss): elemento rettilineo atto a trasmettere solo forze assiali
- Trave (Beam): elemento rettilineo atto a trasmettere tutte le sollecitazioni tipiche di una trave (forze assiali, di taglio, momenti flettenti e torcenti)
- Molla: elemento rettilineo dotato di rigidezza assiale e/o torsionale usato per modellare vincoli elastici

Bidimensionali

- Lastra (Plane stress): elemento piano dotato di rigidezza membranale (equivalente bidimensionale dell'asta)
- Deformazione piana (Plain strain): elemento piano in cui lo spessore è prevalente rispetto alle altre dimensioni
- Piastra: elemento piano dotato di rigidezza flessionale
- Guscio (Shell): combinazione dell'elemento lastra e piastra
- Assialsimmetrico: elemento utilizzato per modellare un settore di struttura a simmetria radiale

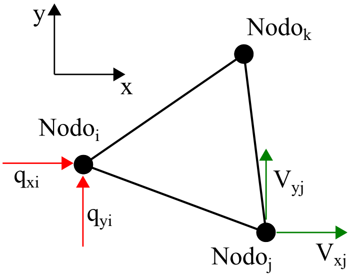
Tridimensionali

- Elemento solido (Brick): elemento generico tridimensionale usato per modellare elementi strutturali (o di una specifica area di interesse) di tipo solido. Usato quando non vi è una dimensione trascurabile rispetto alle altre

N.B: nella maggior parte dei programmi FEM, gli elementi vengono suddivisi a seconda del campo di applicazione (strutturale, termico, etc.) e/o del numero di nodi che li definiscono (un elemento Brick può essere composto da 4 fino a 27 nodi). Normalmente caratteristiche come plane stress/ plain strain vengono definite come opzioni di elementi già esistenti e non come elementi a se stanti.

Nel FEM carichi e vincoli possono essere applicati solamente sui nodi, nel caso di applicazioni di carichi e/o vincoli superficiali il programma tradurrà i seguenti vincoli in nodali prima di risolvere il modello.

Esempio di elemento 2D a tre nodi (2 gdl x 3 nodi = 6 gdl totali dell’elemento):

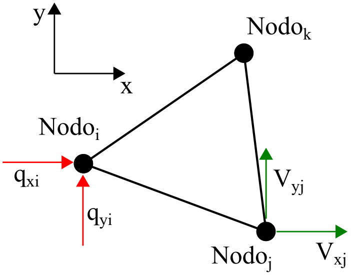


$$P^e = \begin{bmatrix} q_{xi} \\ q_{yi} \\ q_{xj} \\ q_{yj} \\ q_{xk} \\ q_{yk} \end{bmatrix} \quad U^e = \begin{bmatrix} V_{xi} \\ V_{yi} \\ V_{xj} \\ V_{yj} \\ V_{xk} \\ V_{yk} \end{bmatrix}$$

$$|P^e| = [K^e]|U^e|$$

$|P^e|$ =vettore dei carichi; $|U^e|$ =vettore degli spostamenti;
$[K^e]$ =matrice di rigidezza

Il sistema di equazioni differenziali alle derivate parziali, si ”riduce” ad un sistema (lineare), in cui le incognite sono gli spostamenti nodali.



In realtà viene risolta questa equazione:

$$[K^e]|U^e| = |P^e|$$

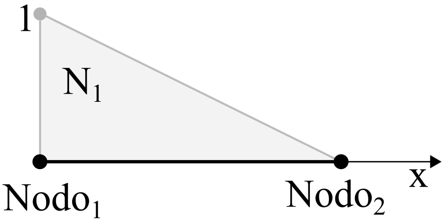
dove $|P^e|$ è noto poiché sono i carichi da me applicati, $[K^e]$ è noto poiché definita a partire dalle proprietà del materiale definite dall’utente. Rimane come incognita gli spostamenti nodali $|U^e|$.

Dal FEM si ottengono come risultato gli spostamenti sui nodi.
Come calcolare tensioni, deformazioni e spostamenti su punti interni agli elementi?
Solo successivamente alla risoluzione del sistema

$$[K^e]|U^e| = |P^e|$$

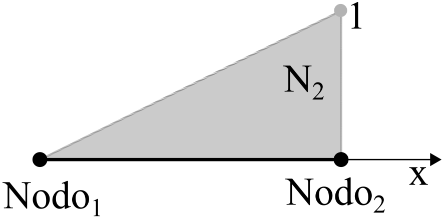
tensioni e deformazioni vengono calcolate mediante le funzioni di forma (shape functions).
Specificatamente, su ciascun elemento della mesh, la soluzione del problema è assunta essere espressa dalla combinazione lineare delle funzioni di forma. Per rappresentare la soluzione esatta nodale, le funzioni di forma vengono assunte di valore unitario nei nodi.
Le funzioni di forma sono generalmente polinomiali, il cui grado dipende dal numero di nodi dell'elemento.

Esempio di caso elementare con elemento monodimensionale.
V_x è la funzione di spostamento sul dominio dell'elemento.
V_{xi} sono gli spostamenti nodali, in questo caso per $i = 1, 2$.



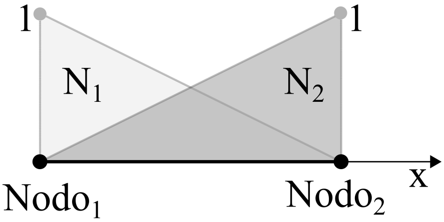
$$V_x = \sum N_i V_{xi}$$

Esempio di caso elementare con elemento monodimensionale.
V_x è la funzione di spostamento sul dominio dell'elemento.
V_{xi} sono gli spostamenti nodali, in questo caso per $i = 1, 2$.



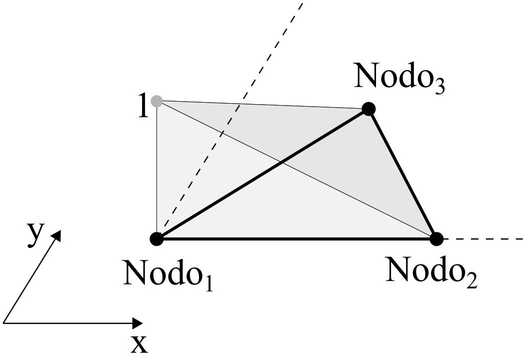
$$V_x = \sum N_i V_{xi}$$

Esempio di caso elementare con elemento monodimensionale.
V_x è la funzione di spostamento sul dominio dell'elemento.
V_{xi} sono gli spostamenti nodali, in questo caso per $i = 1, 2$.



$$V_x = \sum N_i V_{xi}$$

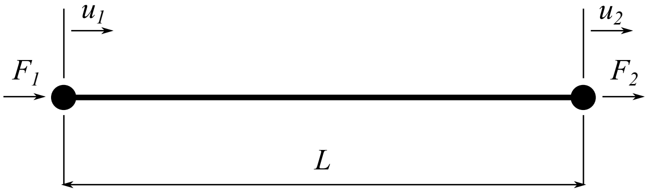
Esempio di caso elementare con elemento piano 2D triangolare.
V_x, V_y sono le funzioni di spostamento sul dominio dell'elemento.
V_{xi}, V_{yi} sono gli spostamenti nodali, in questo caso $i = 1, 2, 3$.



$$V_x = \sum N_i V_{xi}$$

$$V_y = \sum N_i V_{yi}$$

N.B: per chiarezza grafica, è stata riportata solamente la funzione di forma del nodo 1.



E = modulo di Young del materiale
A = area sezione dell'asta
L = lunghezza asta
u_i = spostamenti estremi asta
F_i = forze esterne agenti sulle sezioni estreme della asta

Ipotizziamo che il problema sia monodimensionale, cioè che la asta possa risentire solo di forze e spostamenti nella direzione dell'asse dell'asta stessa.

$$\sigma = \frac{F}{A} \rightarrow \sigma = E\varepsilon \rightarrow \varepsilon = \frac{\Delta L}{L} = \frac{u_2 - u_1}{L}$$

$$\boxed{F = \frac{AE}{L}(u_2 - u_1) = F_2 = -F_1}$$

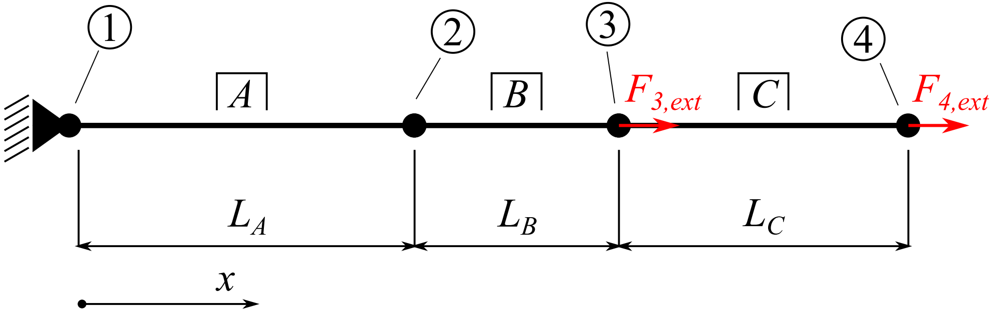
Svolgendo i calcoli possiamo trasformare $F_2 = -F_1 = \frac{AE}{L}(u_2 - u_1)$ in un'equazione matriciale

$F_1 = \frac{AE}{L}u_1 - \frac{AE}{L}u_2$ e $F_2 = \frac{AE}{L}u_2 - \frac{AE}{L}u_1$

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{AE}{L} & -\frac{AE}{L} \\ -\frac{AE}{L} & \frac{AE}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{|P^e| = [K^e]|U^e|}$$

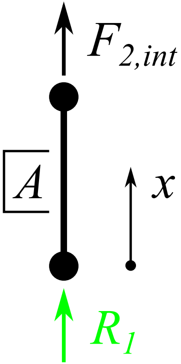
$|P^e|$ =vettore dei carichi; $|U^e|$ =vettore degli spostamenti; $[K^e]$ =matrice di rigidezza



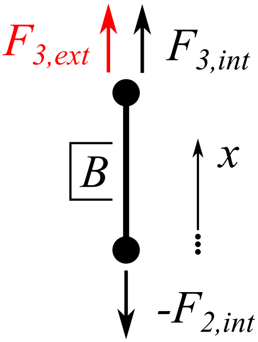
L'esempio mostra un componente formato da tre elementi monodimensionali A, B, C di lunghezza L_A, L_B, L_C collegati dai nodi 1, 2, 3, 4.

Sui nodi 3 e 4 sono applicate due forze esterne $F_{3,ext}$ e $F_{4,ext}$

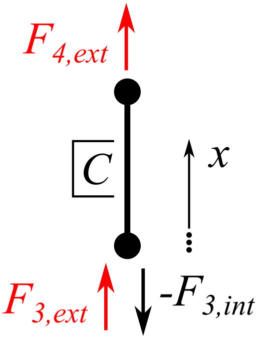
Per convenzione forze e spostamenti sono positivi lungo la direzione x positiva



$$\begin{bmatrix} R_1 \\ F_{2,int} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{A_A E_A}{L_A} & -\frac{A_A E_A}{L_A} \\ -\frac{A_A E_A}{L_A} & \frac{A_A E_A}{L_A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} -F_{2,int} \\ F_{3,int} + F_{3,ext} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{A_B E_B}{L_B} & -\frac{A_B E_B}{L_B} \\ -\frac{A_B E_B}{L_B} & \frac{A_B E_B}{L_B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} F_{3,ext} - F_{3,int} \\ F_{4,ext} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{A_C E_C}{L_C} & -\frac{A_C E_C}{L_C} \\ -\frac{A_C E_C}{L_C} & \frac{A_C E_C}{L_C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_3 \\ u_4 \end{bmatrix}$$

$$A \rightarrow \begin{cases} {\color{green}R_1} = \dfrac{A_A E_A}{L_A} u_1 - \dfrac{A_A E_A}{L_A} u_2 \\ F_{2,int} = -\dfrac{A_A E_A}{L_A} u_1 + \dfrac{A_A E_A}{L_A} u_2 \end{cases}$$

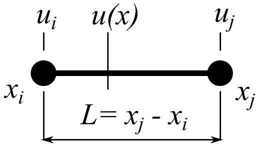
$$B \rightarrow \begin{cases} -F_{2,int} = \dfrac{A_B E_B}{L_B} u_2 - \dfrac{A_B E_B}{L_B} u_3 \\ F_{3,int} + {\color{red}F_{3,ext}} = -\dfrac{A_B E_B}{L_B} u_2 + \dfrac{A_B E_B}{L_B} u_3 \end{cases}$$

$$C \rightarrow \begin{cases} {\color{red}F_{3,ext}} - F_{3,int} = \dfrac{A_C E_C}{L_C} u_3 - \dfrac{A_C E_C}{L_C} u_4 \\ {\color{red}F_{4,ext}} = -\dfrac{A_C E_C}{L_C} u_3 + \dfrac{A_C E_C}{L_C} u_4 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} R_1 \\ 0 \\ F_{3,ext} \\ F_{4,ext} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{A_A E_A}{L_A} & -\frac{A_A E_A}{L_A} & 0 & 0 \\ -\frac{A_A E_A}{L_A} & \frac{A_A E_A}{L_A} + \frac{A_B E_B}{L_B} & -\frac{A_B E_B}{L_B} & 0 \\ 0 & -\frac{A_B E_B}{L_B} & \frac{A_B E_B}{L_B} + \frac{A_C E_C}{L_C} & -\frac{A_C E_C}{L_C} \\ 0 & 0 & -\frac{A_C E_C}{L_C} & \frac{A_C E_C}{L_C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{|P^e| = [K^e]|U^e|}$$

$|P^e|$ =vettore dei carichi; $|U^e|$ =vettore degli spostamenti;
$[K^e]$ =matrice di rigidezza



Come legare lo spostamento nodale (u_i, u_j) allo spostamento dei punti interni all'elemento ($u(x)$)?
Mi serve una funzione ($N(x)$) che leghi le due quantità

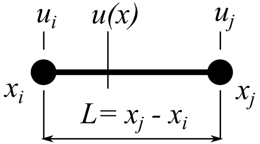
Posso definire (in prima approssimazione) un legame lineare tra u_i, u_j e $u(x)$.

Utilizzo una legge di proporzionalità del tipo $u(x) = Ax + B$ dove $u(x_i) = u_i$ e $u(x_j) = u_j$

ottenendo

$$u(x) = \begin{bmatrix} \frac{x_j - x}{x_j - x_i} & \frac{x - x_i}{x_j - x_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ u_j \end{bmatrix}$$

$$\boxed{u(x) = [N(x)][U]}$$



Una volta definiti gli spostamenti su tutto il dominio dell'elemento possiamo calcolare le deformazioni.
Infatti le deformazioni sono definibili solamente nel momento in cui si ha una variazione di lunghezza dell'elemento

In generale una deformazione in un dominio monodimensionale (come quello preso ad esempio) è definibile come la derivata dello spostamento $\varepsilon = \frac{du(x)}{dx}$

Nel nostro caso specifico

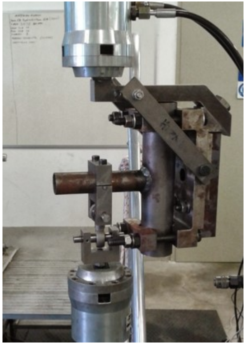
$$\varepsilon = \frac{d}{dx}[N(x)][U] = [B(x)][U]$$

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \frac{-1}{x_j - x_i} & \frac{1}{x_j - x_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ u_j \end{bmatrix} \rightarrow \sigma = E\varepsilon$$

DEFINIZIONE DEL MODELLO

L'utente ha la responsabilità della modellazione, ovvero di tutte le operazioni necessarie a passare dal problema reale al modello FE.

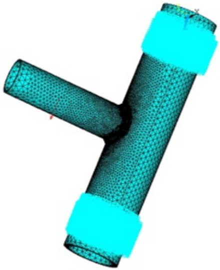
1) Prova reale



2) Modellazione

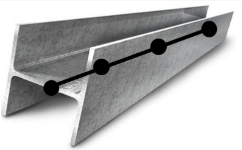
- Tipo di analisi (statica, dinamica, etc.)
- Analisi 2D/3D
- Tipo di elemento
- Come rappresentare carichi e vincoli
- Modelli costitutivi del materiale
- Modellare le interfacce
- Stimare errore
- ...

3) Modello FEM



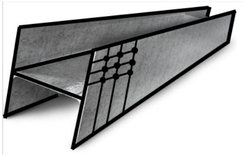
Esempio di scelta degli elementi per una trave a doppio T.

Caratteristiche di sollecitazione



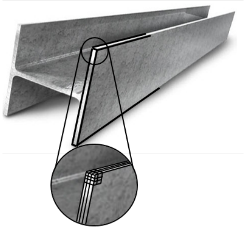
Elementi trave (beam): il nodo rappresenta una sezione della

Deflessione piattabanda



Elementi guscio (shell): il nodo rappresenta uno

Gradiente di tensione nello spessore

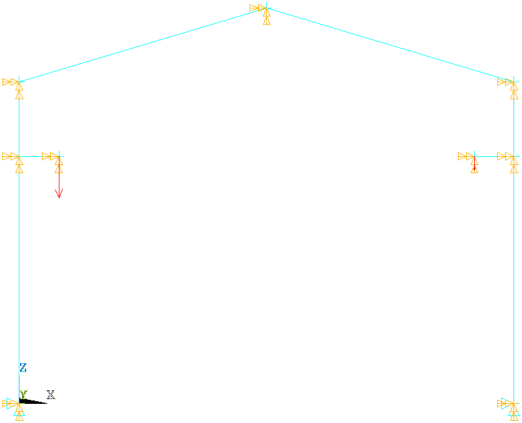


Elementi solidi (brick): il nodo rappresenta un punto solido

GEOMETRIA	2D	3D
Linee	Elemento Trave 2D	Elemento Trave 3D
Aree	Elemento solido piano (plane stress/ plane strain)	Elemento guscio
Volumi	——–	Elemento solido

GEOMETRIA	2D	3D
Linee	Elemento Trave 2D	Elemento Trave 3D
Aree	Elemento solido piano (plane stress/ plane strain)	Elemento guscio
Volumi	——–	Elemento solido

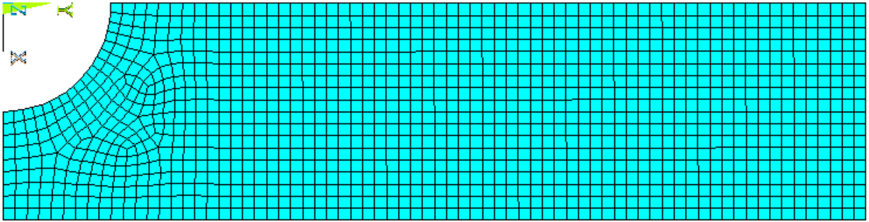
Struttura modellata sul piano Z-X costituita solamente da elementi trave 2D (Beam)



Scelta degli elementi

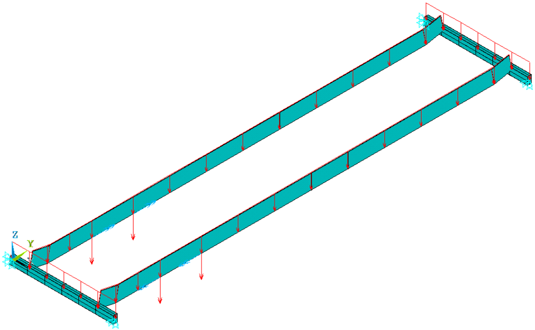
GEOMETRIA	2D	3D
Linee	Elemento Trave 2D	Elemento Trave 3D
Aree	Elemento solido piano (plane stress/ plane strain)	Elemento guscio
Volumi	——–	Elemento solido

Struttura modellata sul piano Y-X costituita solamente da elementi piani (Plane)



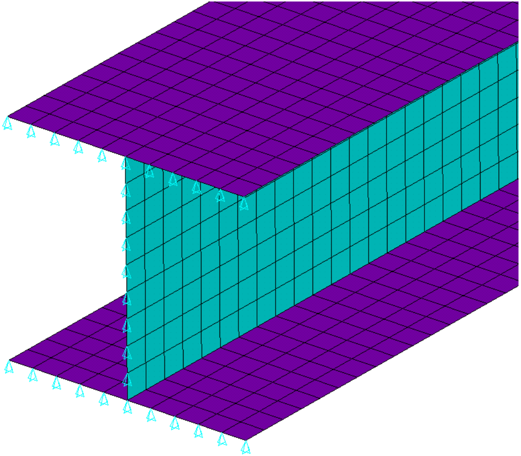
GEOMETRIA	2D	3D
Linee	Elemento Trave 2D	Elemento Trave 3D
Aree	Elemento solido piano (plane stress/ plane strain)	Elemento guscio
Volumi	——–	Elemento solido

Struttura modellata in tutte e tre le direzioni spaziali costituita solamente da elementi trave 3D (Beam)



GEOMETRIA	2D	3D
Linee	Elemento Trave 2D	Elemento Trave 3D
Aree	Elemento solido piano (plane stress/ plane strain)	Elemento guscio
Volumi	——–	Elemento solido

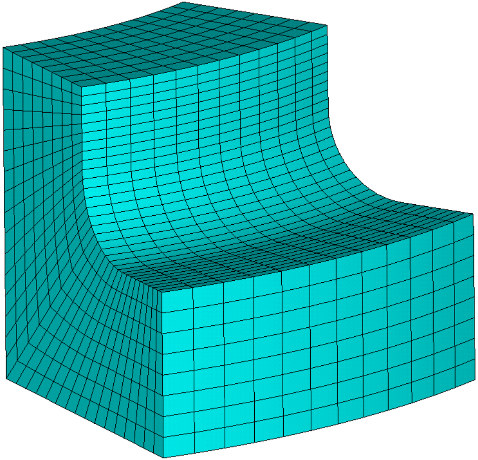
Struttura modellata in tutte e tre le direzioni spaziali costituita solamente da elementi guscio (Shell)



SCELTA DEGLI ELEMENTI

GEOMETRIA	2D	3D
Linee	Elemento Trave 2D	Elemento Trave 3D
Aree	Elemento solido piano (plane stress/ plane strain)	Elemento guscio
Volumi	——–	Elemento solido

Struttura modellata in tutte e tre le direzioni spaziali costituita solamente da elementi solidi (Brick)



STIMA DELL’ERRORE

Si possono avere due fonti di errore principali:

1. Approssimazioni semplificative introdotte nel modello
2. Approssimazione numerica derivante dal calcolo (discretizzazione)

Le soluzioni sono:

1. Porre attenzione in fase di pianificazione
2. Può essere limitato infittendo la mesh (analisi di convergenza)
   In generale se h è la dimensione caratteristica della mesh e p il grado del polinomio delle funzioni di forma:

$$e_u \cong O(h^{p+1})$$

$$e_\sigma \cong O(h^p)$$

dove e_u e e_σ sono rispettivamente l'errore sugli spostamenti e l'errore sulle tensioni.

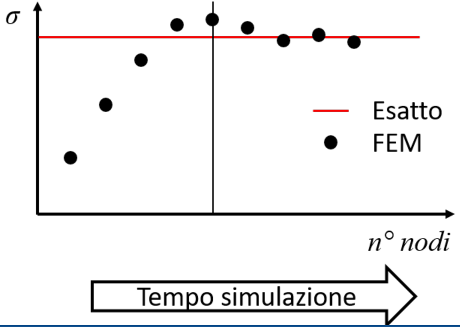
In generale e_u tende a zero più velocemente di e_σ e a parità di gdl un modello 2D converge prima di un modello 3D.

Costruito il modello, l'entità dell'errore varia in base a:

- Dimensione caratteristica della mesh (h)
- Grado del polinomio usato nelle funzioni di forma (p)

Convergenza di tipo p: aumento il grado del polinomio (lascio costante h) [Solo analisi lineari statiche]

Convergenza di tipo h: aumento il numero di elementi (in maniera differenziata nel modello)



IMPIEGO DI SIMMETRIE

Riduzione dimensione del modello (in termini di gdl): utilizzo delle simmetrie

Geometria

Carichi

Vincoli

Proprietà
del materiale

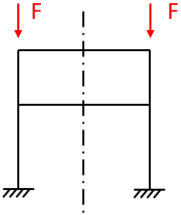
Devono rispettare la simmetria

Speculare (di riflessione)

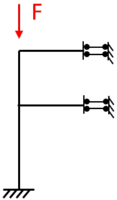
Polare (di rotazione)

!! MATERIALI ANISOTROPI !!

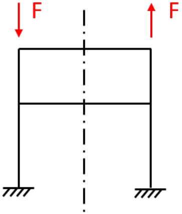
SIMMETRIA SPECULARE



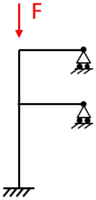
Carichi e vincoli simmetrici, tutti gli stati sono simmetrici



Vincoli aggiuntivi: spostamenti orizzontali e rotazioni nel piano nulli per la congruenza



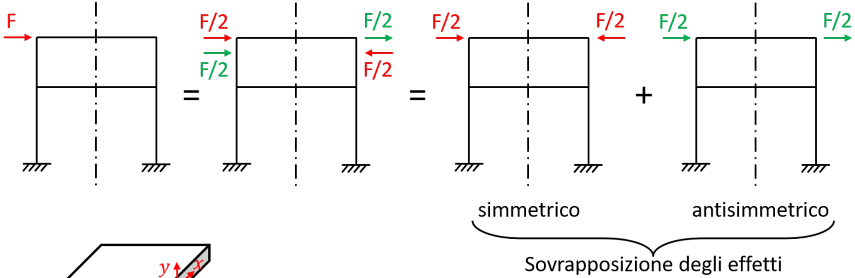
Carichi antisimmetrici, tutti gli stati sono antisimmetrici

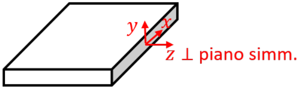


Vincoli aggiuntivi: spostamenti verticali nulli per la congruenza

Vincoli complementari al caso precedente

Carico non simmetrico

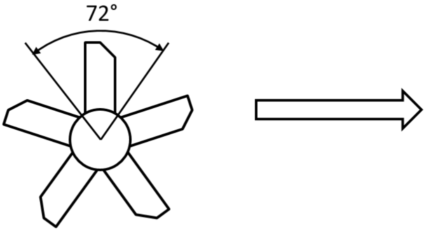


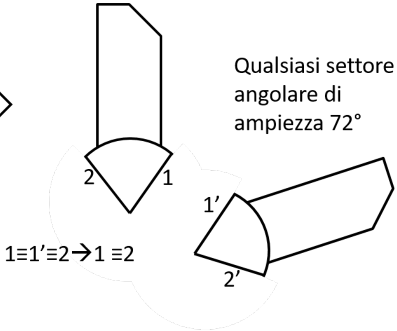


Condizioni di vincolo

- carichi simmetrici: $\begin{cases} U_z = 0 \\ Rot_x = 0 \\ Rot_y = 0 \end{cases}$
- carichi antisimmetrici: $\begin{cases} U_y = 0 \\ U_x = 0 \\ Rot_z = 0 \end{cases}$

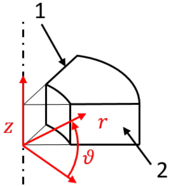
SIMMETRIA POLARE





Qualsiasi settore angolare di ampiezza 72°

Stessa maglia sulle superfici 1 e 2



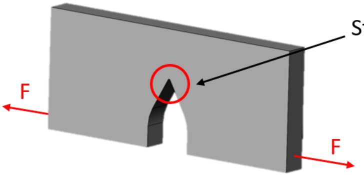
Condizioni di vincolo (coordinate polari)

$$\begin{cases} U_{r1} = U_{r2} & Rot_{r1} = Rot_{r2} \\ U_{\vartheta 1} = U_{\vartheta 2} & Rot_{\vartheta 1} = Rot_{\vartheta 2} \\ U_{z1} = U_{z2} & Rot_{z1} = Rot_{z2} \end{cases}$$

SOTTOSTRUTTURE

SOTTOMODELLO

Dettagli geometrici influenzano localmente il risultato



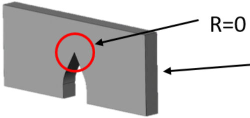
Stato di tensione dominato dal raggio del raccordo (1mm)

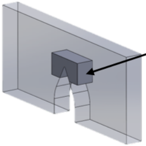
↓

Riduzione degli elementi di tutto il modello

↓

Tempi di calcolo eccessivi





1) Modello grossolano senza dettaglio geometrico: la soluzione dopo 4 – 5 R è comunque valida

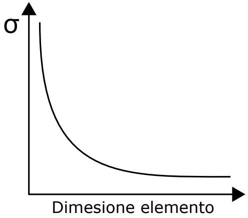
2) Sottomodello ridotto con il dettaglio geometrico e mesh molto fitta

3) Applico come condizioni di carico del sottomodello gli spostamenti delle superfici a comune calcolati al punto 1

SINGOLARITÁ

Singolarità

Punti del modello in cui le tensioni raggiungono valori molto alti (rispetto ai valori circostanti)



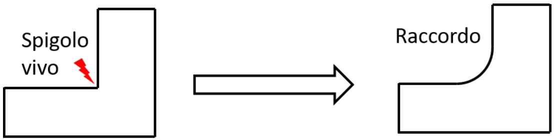
Singolarità
- Fisica (apice frattura)
- Modello (carichi, vincoli, dettagli geom.)

Se la singolarità è causata dal modello e non dalla fisica del problema, non si trova un valore affidabile di tensione nella singolarità.

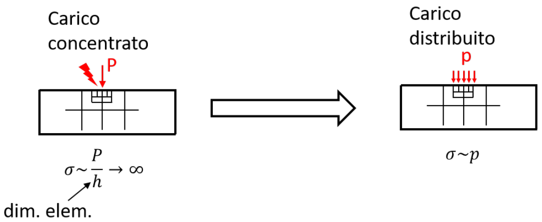
Il modello può comunque essere valido per studiare il resto della struttura.

Singolarità

Dettagli geometrici:



Applicazione del carico:



Anche per i vincoli vale la stessa cosa, è come applicare la reazione vincolare

ALTRI TIPI DI ANALISI

$$\{U\} = [K]^{-1} \cdot \{F\} \longrightarrow \text{Analisi lineari statiche}$$

Analisi dinamiche:

- Modale $\longrightarrow$ $[M]\{\ddot{U}(t)\} + [K]\{U(t)\} = 0$
- Risposta armonica $\longrightarrow$ Risposta a regime
- Transitorio $\longrightarrow$ Transitorio dinamico

Risposta a regime, Transitorio dinamico $\longrightarrow$ $[M]\{\ddot{U}(t)\} + [K]\{U(t)\} = \{F(t)\}$

Analisi non lineari:

- Contatti $\longrightarrow$ Elementi gap, calcolo iterativo per verificare apertura/chiusura dei contatti
- Non linearità geometriche $\longrightarrow$ Grandi deformazioni/spostamenti, variazione della matrice di rigidezza nel tempo
- Plasticità $\longrightarrow$ Comportamento non lineare del materiale

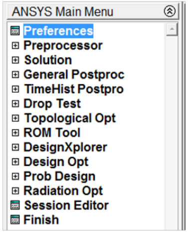
SOFTWARE

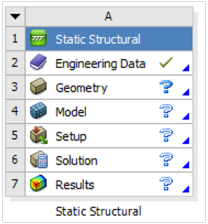
SW commerciali più famosi → ABAQUS

ANSYS

Classic | Workbench

Stesso solutore numerico





Solitamente si lavora con righe di codice, possibilità di utilizzo di interfaccia utente (maggiormente usata nel post-processing)

Ambiente interattivo «user-friendly», possibilità di eseguire i vari step tramite interfaccia grafica

ANSYS Classic-APDL:
https://sites.ualberta.ca/ wmoussa/AnsysTutorial/
http://mae.uta.edu/ lawrence/ansys/ansys_examples.htm
https://www.youtube.com/watch?v=POjpLbwYdKo (Come imparare il codice APDL utilizzando le macro tramite l'interfaccia grafica)

ANSYS Workbench:
https://www.ozeninc.com/default-aspii84/ (Un po datato ma con spunti utili per imparare)
https://www.youtube.com/channel/UCro8LB2wkCMiCpE15d6jX1A (Video Tutorial)
https://www.youtube.com/channel/UCCmK2-v3mgXmlOBxKYIiN1g (Video Tutorial)

Materiale UNIPI:
http://www.dimnp.unipi.it/leonardo-bertini/
http://people.unipi.it/static/ciro.santus/