

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO BICOCCA

---



Dipartimento di Fisica G. Occhialini

# Equazione del calore per illuminazione laser modulata

Tesi triennale

Relatore:

Prof.ssa Maddalena Collini

Candidato:

**Andrea Corvaglia**

Matricola: 802487

Correlatore:

Dr.ssa Margaux Bouzin

Anno Accademico 2017/2018

# Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Background Teorico</b>	<b>4</b>
2.1	Radiazione di corpo nero . . . . .	4
2.1.1	Legge di Planck . . . . .	4
2.1.2	Legge dello spostamento di Wien . . . . .	4
2.1.3	Legge di Stefan-Boltzmann . . . . .	5
2.2	Emettitori di corpo grigio . . . . .	5
2.3	Funzionamento della termocamera . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Soluzione dell'equazione del calore</b>	<b>9</b>
<b>4</b>	<b>Simulazioni</b>	<b>11</b>
4.1	Introduzione . . . . .	11
4.2	Effetto della diffusività termica $D$ . . . . .	13
4.3	Effetto del tempo di perdita $T_{loss}$ . . . . .	16
4.4	Effetto dell'ampiezza della sorgente $S_0$ . . . . .	18
4.5	Effetto della larghezza del fascio laser $\omega$ . . . . .	20
<b>5</b>	<b>Dati sperimentali</b>	<b>22</b>
5.1	Microfiche . . . . .	22
5.2	Inchiostro su carta . . . . .	27
5.3	Misura della risoluzione . . . . .	29
<b>6</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>31</b>

# 1 Introduzione

L'effetto foto-termico avviene quando un fascio laser con lunghezza d'onda nella banda del visibile o nel vicino infrarosso induce assorbimento nel campione e un conseguente rilascio di calore. La variazione locale di temperatura può essere quantificata nell'approssimazione di corpo grigio mediante la rivelazione della radiazione termica emessa nel lontano infrarosso ( $7.5 - 13\mu m$ ) attraverso una termocamera a micro-bolometri. Tuttavia, la diffrazione della radiazione rivelata impone un limite alla risoluzione spaziale. In base alla legge di Abbe, la risoluzione teorica è data da  $\Delta r = 0.6\lambda/NA$ , dove  $NA$  è l'apertura numerica della lente di raccolta della termocamera e  $\lambda$  è la lunghezza d'onda dell'emissione termica. Per  $\lambda \sim 10\mu m$  e una tipica apertura numerica  $NA = 0.02$ ,  $\Delta r$  risulta dell'ordine di  $300\mu m$ . Sperimentalmente, ulteriori limiti legati alla dimensione del pixel della termocamera sul piano del campione ( $\sim 400\mu m$ ) e alla diffusione del calore rendono difficilmente ottenibile una risoluzione inferiore al millimetro. Questo lavoro si colloca proprio nel contesto di una più ampia ricerca finalizzata allo sviluppo di una tecnica di super-risoluzione nell'imaging termico. Lo scopo consiste nella misura sperimentale della risoluzione della termocamera impiegata, e nel fornire una descrizione teorica dei processi di riscaldamento nel caso specifico di illuminazione laser modulata nel tempo, per la quale la radiazione laser incide sul campione sotto forma di fascio Gaussiano con impulsi periodici ad onda quadra. Nella prima parte del lavoro sono stati forniti alcuni cenni teorici sul corpo nero, evidenziandone le leggi fondamentali, che sono alla base della descrizione del fenomeno studiato e del funzionamento della termocamera. Sono stati poi introdotti i corpi grigi, che meglio descrivono l'emissione dei campioni in esame, ed è stato brevemente descritto il funzionamento di una convenzionale termocamera (sezione 2). Nella sezione 3 invece è stata presentata in modo esteso la soluzione dell'opportuna generalizzazione dell'equazione del calore in presenza di sorgente (l'impulso laser, nel nostro caso) e perdite (contenenti la dissipazione dovuta all'emissione di radiazione termica). Tramite l'integrazione numerica della soluzione ottenuta, è stato poi simulato l'andamento spaziale e temporale della variazione di temperatura indotta da uno spot laser con potenza  $P_0$  e deviazione standard  $\omega_0$  incidente con un impulso di durata  $\tau_{on}$  su materiali di diversa diffusività termica  $D$ . I valori adottati per  $D$  corrispondono alla diffusività termica di PVC, acqua, vetro e materiali metallici come ferro e oro, e coprono l'ampio intervallo  $(10^4 - 10^8)\mu m^2/s$ . Sono state ripetute le simulazioni, variando un solo parametro alla volta, fissati gli altri, in modo da studiare il ruolo di ognuno di questi nel processo di diffusione termica nel campione. Per consentire il confronto con i dati sperimentali, la soluzione dell'equazione del calore è stata integrata su tempi tipici dell'ordine della decina di secondi e su scale spaziali dell'ordine del millimetro. I risultati delle simulazioni sono stati confrontati poi (sezione 5) con i risultati sperimentali ottenuti mediante illuminazione laser modulata su due campioni sintetici, costituiti da uno strato uniforme di inchiostro stampato su carta con la convenzionale stampa ink-jet, e da uno strato di inchiostro stampato invece come microfiche. È stata fissata a  $\tau_{on} = 25s$  la durata dell'impulso di illuminazione fornito da un laser He-Ne ( $\lambda_{laser} = 633nm$ ,  $\omega_0 = 28 \pm 1\mu m$ ), e la conseguente variazione di temperatura sul campione è stata misurata con la termocamera. I risultati ottenuti si sono rivelati in accordo con quanto previsto dalla soluzione dell'equazione del calore,

suggerendo la correttezza della descrizione teorica fornita nella sezione 3. Sfruttando le stesse misure sperimentali, e' stata infine quantificata la risoluzione della termocamera utilizzata (sezione 5) con particolare attenzione ai risultati sia simulati, che sperimentali, presentando in particolare gli effetti che intervengono nella misura effettiva in laboratorio e che fanno divergere i risultati sperimentali da quelli teorici per quanto riguarda la stima della risoluzione.

## 2 Background Teorico

### 2.1 Radiazione di corpo nero

Un corpo nero è definito come un oggetto che assorbe tutta la radiazione che vi incide a qualunque lunghezza d'onda. Questo oggetto inoltre è allo stesso modo in grado di emettere radiazione ad ogni lunghezza d'onda secondo la legge di Kirchhoff. Una realizzazione semplice di un corpo nero è una cavità isoterma composta da un materiale opaco e assorbente. Per esempio una scatola completamente schermata dalla luce, ad eccezione di un piccolo foro su un lato. Così la radiazione entrante è diffusa e assorbita in seguito a riflessioni ripetute, così che solo una frazione infinitesimale può occasionalmente uscire. In questo modo le proprietà dell'apertura sono pressochè identiche a quelle di un corpo nero.

Riscaldando questa cavità otteniamo quello che si chiama "cavity radiator". Una cavità isoterma riscaldata ad una temperatura uniforme genera una radiazione di corpo nero, le cui caratteristiche sono determinate esclusivamente dalla temperatura della cavità stessa. Queste cavità emettitrici sono comunemente usate come sorgenti di radiazione standard nei test di calibrazione in laboratorio.

Studiamo ora tre espressioni per meglio comprendere la radiazione emessa da un corpo nero.

#### 2.1.1 Legge di Planck

$$W_{\lambda b} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5 (e^{hc/\lambda kT} - 1)} \quad (1)$$

Dove  $W_{\lambda b}$  è la radianza del corpo nero, ovvero l'energia emessa per radiazione in funzione della lunghezza d'onda  $\lambda$ .  $c$  è la velocità della luce,  $h$  è la costante di Planck,  $k$  è la costante di Boltzmann,  $T$  è la temperatura assoluta del corpo nero e  $\lambda$  la lunghezza d'onda. La formula di Planck identifica una famiglia di curve al variare di  $T$  con radianza nulla a lunghezze d'onda molto grandi o molto piccole e massima ad un lunghezza d'onda  $\lambda_{max}$ . Più è alta la temperatura minore è  $\lambda_{max}$ .

#### 2.1.2 Legge dello spostamento di Wien

Si ottiene derivando la formula di Planck rispetto a  $\lambda$  e cercando lo zero ( $\lambda_{max}$ ):

$$\lambda_{max} = \frac{2898}{T} [\mu m] \quad (2)$$

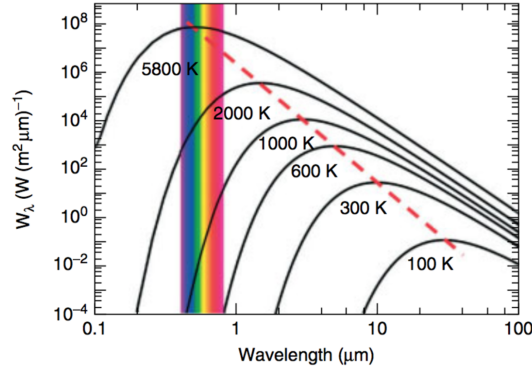


Figura 1: Grafico della radianza spettrale di corpo nero per varie temperature assolute. La linea rossa tratteggiata evidenzia la posizione dei massimi in accordo con la legge di Wien. [3]

Questa legge esprime la lunghezza a cui emette principalmente un corpo nero con una data temperatura (immagine 1). Per esempio per un corpo nero a circa 6000 K come il Sole, si ottiene un picco di emissione ad una lunghezza d'onda di circa 500 nm, al centro della banda del visibile. Questa legge ci è utile in particolare per valutare le lunghezze d'onda con cui avremo a che fare, visto che gli oggetti studiati saranno a temperature intorno a quelle ambiente, otteniamo per una  $T$  di 300 K una lunghezza di riferimento di circa  $10\mu m$ , nel lontano infrarosso.

### 2.1.3 Legge di Stefan-Boltzmann

Integrando la formula di Planck da  $\lambda = 0$  fino a  $\lambda = \infty$  si ottiene che la radianza totale ( $W_b$ ) di un corpo nero è:

$$W_b = \sigma T^4 \quad (3)$$

Dove  $\sigma$  è una costante di proporzionalità denominata costante di Stefan-Boltzmann e vale  $\sigma = 5.670373 \times 10^{-8} W m^{-2} K^{-4}$ , mentre  $T$  è la temperatura assoluta del corpo nero.

## 2.2 Emettitori di corpo grigio

Abbiamo discusso i corpi neri e la loro radiazione, ma gli oggetti reali non rispettano praticamente mai queste leggi lungo una regione estesa di lunghezze d'onda, anche se possono avvicinarsi al comportamento del corpo nero in alcune regioni spettrali. [2]

Ci sono tre processi che possono avvenire e impedire ad un oggetto di comportarsi come un corpo nero: una frazione della radiazione incidente  $\alpha$  può essere assorbita, un'altra frazione  $\rho$  potrebbe essere riflessa e una frazione  $\tau$  trasmessa. Il pedice  $\lambda$  enfatizza la dipendenza di questi fenomeni dalla lunghezza d'onda. Definiamo:

- $\alpha_\lambda$  = rapporto tra potenza assorbita e potenza incidente
- $\rho_\lambda$  = rapporto tra potenza riflessa e potenza incidente
- $\tau_\lambda$  = rapporto tra potenza trasmessa e potenza incidente

La somma di queste frazioni deve necessariamente fare uno, quindi:

$$\alpha_\lambda + \rho_\lambda + \tau_\lambda = 1 \quad (4)$$

Per i materiali opachi  $\tau_\lambda$  è nullo e la relazione si semplifica.

Un'altro fattore essenziale per la descrizione del fenomeno è l'emissività  $\epsilon_\lambda$ , data dal rapporto tra la potenza irradiata da un oggetto e quella irradiata da un corpo nero alla stessa temperatura e lunghezza d'onda.

$$\epsilon_\lambda = \frac{W_{\lambda 0}}{W_{\lambda b}} \quad (5)$$

Possiamo classificare le sorgenti di radiazione in tre tipi in funzione dell'emissività:

- Corpo nero , per il quale  $\epsilon = \epsilon_\lambda = 1$
- Corpo grigio, per il quale  $\epsilon = \epsilon_\lambda = \text{costante} < 1$
- Radiatore selettivo, per il quale  $\epsilon$  varia con la lunghezza d'onda

Secondo la legge di Kirchhoff l'assorbanza e l'emissività spettrali sono uguali fissata la temperatura e la lunghezza d'onda.

$$\epsilon_\lambda = \alpha_\lambda \quad (6)$$

Per un corpo grigio la legge di Stefan-Boltzmann diventa :

$$W = \epsilon \sigma T^4 \quad (7)$$

Da questo segue che la potenza totale di emissione di un corpo grigio è quella di un corpo nero alla stessa temperatura ridotta in proporzione dal valore dell'  $\epsilon$  del corpo grigio. Questa è la legge fondamentale che viene sfruttata dalla termocamera. Di fatto questa va a rilevare la radianza proveniente dal campione, mediante la misura del riscaldamento dei bolomeri (di cui descriveremo più estesamente il funzionamento nella sezione 2.3). Il fatto che questa grandezza misurata ci dica qualcosa della temperatura del campione studiato sta tutto nella nostra ipotesi che l'emissione del campione sia di corpo grigio e quindi collegata alla quarta potenza della temperatura dello stesso proprio mediante la legge di Stefan-Boltzmann per i corpi grigi (equazione 7). Dato che la termocamera sfrutta questa legge per fornire la temperatura dell'oggetto che emette radiazione termica, per avere un valore corretto della temperatura dobbiamo fornire alla termocamera il valore dell'emissività del corpo grigio.

## 2.3 Funzionamento della termocamera

I rilevatori della radiazione infrarossa sfruttati dalla termocamera che abbiamo utilizzato sono dei trasduttori, che convertono la variazione di temperatura provocata dall'assorbimento della radiazione infrarossa incidente, in un cambiamento della resistenza elettrica, che sarà quindi l'output misurato. Questa conversione avviene mediante micro-bolomeri non raffreddati. [1]

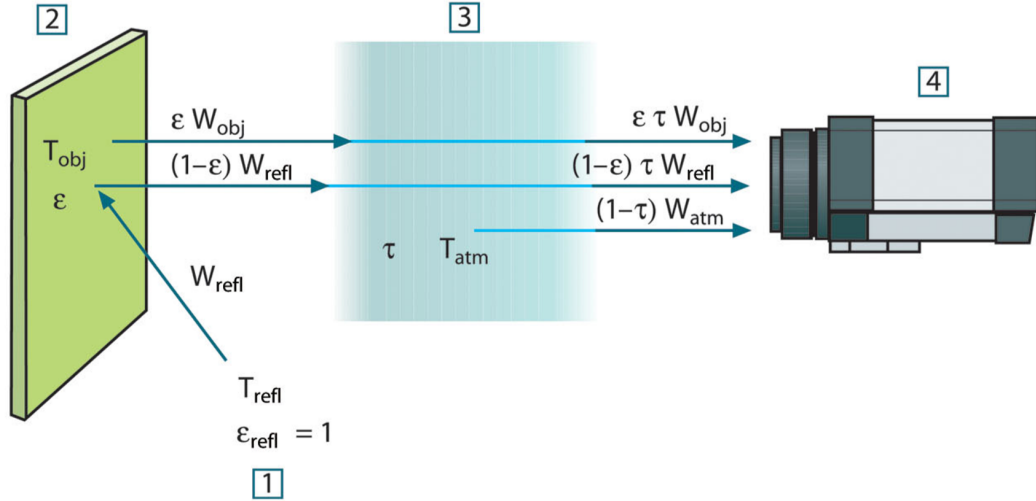


Figura 2: Una rappresentazione schematica della situazione generale di una misura termografica. 1: Ambiente circostante; 2: Oggetto; 3: Atmosfera; 4: Camera. [2]

Quando si rileva l'immagine di un oggetto con la termocamera, al contributo dovuto all'oggetto si somma la luce proveniente dall'ambiente circostante riflessa dallo stesso, e un terzo contributo dovuto all'atmosfera, la quale inoltre attenua lungo il percorso di misura i contributi provenienti dall'oggetto (immagine 2).

Quanto detto è una descrizione piuttosto fedele della situazione fisica reale in una misura. Naturalmente possono aggiungersi ulteriori disturbi dovuti soprattutto ad altre sorgenti, ma che sono difficili da quantificare e di conseguenza vanno convenientemente schermati per ottimizzare la misura. Accettando questa descrizione, schematizzata nella figura 1 deriviamo una formula per calcolare la temperatura dell'oggetto a partire dall'output calibrato della termocamera.

Ipotizziamo che la potenza della radiazione ricevuta  $W$  da una sorgente di corpo nero a temperatura  $T_{source}$  su corte distanze generi un segnale in uscita dalla camera  $U_{source}$ , che è proporzionale alla potenza in entrata. Possiamo scrivere:

$$U_{source} = CW(T_{source}) \quad (8)$$

oppure con una notazione semplificata:

$$U_{source} = CW_{source} \quad (9)$$

Dove  $C$  è una costante. Se consideriamo come sorgente un corpo grigio con emissività  $\epsilon$ , la radiazione ricevuta sarebbe di conseguenza  $\epsilon W_{source}$ . Siamo ora pronti a scrivere i tre contributi raccolti:

1. Emissione dall'oggetto =  $\epsilon \tau W_{obj}$ , dove  $\epsilon$  è l'emissività dell'oggetto e  $\tau$  è la trasmittanza dell'atmosfera. La temperatura dell'oggetto è  $T_{obj}$



2. Emissione riflessa derivante da sorgenti ambientali  $= (1 - \epsilon)\tau W_{refl}$ , dove  $(1 - \epsilon)$  è la riflettanza dell'oggetto. Le sorgenti ambientali hanno la temperatura  $T_{refl}$ . Abbiamo assunto che la temperatura  $T_{refl}$  è la stessa per tutte le superfici emettenti. Questa è naturalmente una approssimazione, necessaria per giungere ad una formula utilizzabile. In ogni caso  $T_{refl}$  può essere vista come una temperatura efficace dell'ambiente.
3. Emissione dall'atmosfera  $= (1 - \tau)\tau W_{atm}$ , dove  $(1 - \tau)$  è l'emissività dell'atmosfera. La temperatura dell'atmosfera è  $T_{atm}$

Possiamo ora scrivere la potenza ricevuta totale:

$$W_{tot} = \epsilon\tau W_{obj} + (1 - \epsilon)\tau W_{refl} + (1 - \tau)\tau W_{atm} \quad (10)$$

Se moltiplichiamo ogni termine per la costante C dell'equazione 9 e sostituiamo al prodotto CW il corrispondente U secondo la stessa equazione, otteniamo:

$$U_{tot} = \epsilon\tau U_{obj} + (1 - \epsilon)\tau U_{refl} + (1 - \tau)\tau U_{atm} \quad (11)$$

Esplicitando  $U_{obj}$ :

$$U_{obj} = \frac{1}{\epsilon\tau} U_{tot} - \frac{1 - \epsilon}{\epsilon} U_{refl} - \frac{1 - \tau}{\epsilon} U_{atm} \quad (12)$$

A questo punto ricordiamo dall'equazione 8 che il segnale in uscita  $U_{obj}$  è proporzionale alla potenza della radiazione ricevuta W, la quale dipende a sua volta dalla temperatura T dell'oggetto mediante l'equazione di Stefan-Boltzmann per i corpi grigi (equazione 7). Sostituendo otteniamo:

$$U_{obj} = CW(T_{obj}) = C\epsilon\sigma T_{obj}^4 \quad (13)$$

E quindi esplicitando l'espressione per  $T_{obj}$ :

$$T_{obj} = \left[ \frac{1}{C\epsilon\sigma} \left( \frac{1}{\epsilon\tau} U_{tot} - \frac{1 - \epsilon}{\epsilon} U_{refl} - \frac{1 - \tau}{\epsilon} U_{atm} \right) \right]^{1/4} \quad (14)$$

### 3 Soluzione dell'equazione del calore

Il primo passo della descrizione teorica del fenomeno studiato consiste nell'individuare la giusta generalizzazione dell'equazione del calore che governa il fenomeno. Abbiamo detto nell'introduzione che l'effetto foto-termico avviene quando un fascio laser, tipicamente alla lunghezza d'onda tra visibile e vicino infrarosso, porta ad assorbimento locale e al conseguente rilascio di calore nel campione. Quindi all'equazione standard per  $\Delta T(x,t)$ , aggiungiamo un termine che renda conto della sorgente (nel nostro caso l'impulso laser) e delle perdite, che nell'approssimazione per  $\Delta T(x,t)$  contenuti sono soprattutto legate a fenomeni di emissione di radiazione termica. L'equazione risultante è l'equazione 15. In questa sezione illustreremo una possibile risoluzione dell'equazione mediante l'uso della trasformata di Fourier e arriveremo all'espressione di  $\Delta T(x,t)$  come trasformata inversa di  $\Delta T(q,t)$  nello spazio di Fourier. Non essendo stata possibile una soluzione analitica di tale integrale, abbiamo proceduto con una integrazione numerica. Il risultato di questa integrazione è  $\Delta T(x,t)$  ed è il punto di partenza per tutta la successiva analisi simulativa, in quanto permetterà di produrre profili spaziali e temporali della variazione di temperatura provocata dal laser, al variare dei vari parametri in gioco. La soluzione dell'eq. del calore è stata svolta per semplicità nel caso monodimensionale. La scelta è giustificata dalla simmetria del problema nel piano xy (almeno nel caso di campioni con proprietà di assorbimento uniformi) e dall'impiego sperimentale di campioni sottili, con profondità trascurabile rispetto all'estensione nel piano. Per questa ragione non si farà uso della notazione vettoriale nel resto del capitolo.

$$\frac{\partial \Delta T(x,t)}{\partial t} = D \nabla^2 \Delta T(x,t) + S(x,t) - \frac{1}{\tau_l} \Delta T(x,t) \quad (15)$$

Dove  $D = k/(\rho c)$  è la diffusività termica del campione, definita attraverso la densità  $\rho$ , la conduttività termica  $k$  e il calore specifico  $c$  del materiale.  $S(x,t)$  è il termine per la sorgente volumetrica che rende conto del processo di assorbimento luminoso: esso dipende dall'intensità  $I(x,t)$  del fascio laser di eccitazione e dalla sezione d'urto  $\sigma_{exc}$  dell'assorbimento del campione alla lunghezza d'onda d'eccitazione, secondo la relazione  $S(x,t) = \sigma_{exc} I(x,t)/(V \rho c)$ . Il termine  $-\frac{1}{\tau_l} \Delta T(x,t)$  contiene il contributo dovuto alla radiazione termica, con un tempo caratteristico per le perdite (dissipazioni)  $t_{loss}$  che dipende dall'emissività  $\epsilon$  del campione sotto l'assunzione che la radiazione sia di corpo grigio. L'equazione del calore è convenientemente risolta nello spazio delle  $k$  di Fourier. La trasformata di Fourier <sup>1</sup> dell'equazione (15) risulta:

$$\frac{\partial \widehat{\Delta T}(q,t)}{\partial t} = -D|q|^2 \widehat{\Delta T}(q,t) + \widehat{S}(q,t) - \frac{1}{\tau_l} \widehat{\Delta T}(q,t) \quad (16)$$

$$\frac{\partial \widehat{\Delta T}(q,t)}{\partial t} + (D|q|^2 + \frac{1}{\tau_l}) \widehat{\Delta T}(q,t) = \widehat{S}(q,t) \quad (17)$$

Introducendo

---

<sup>1</sup>Adottiamo la convenzione secondo cui  $f(x) = (2\pi)^{-d/2} \int \hat{f}(q) e^{-iqx} dq$  per la definizione della trasformata di Fourier  $\hat{f}(q)$  in  $d$  dimensioni.

$$\Delta\widetilde{T}(q, t) = \widehat{\Delta T}(q, t) \exp\left[\left(D|q|^2 + \frac{1}{\tau_l}\right)t\right] \quad (18)$$

e derivando  $\widehat{\Delta T}(q, t)$  rispetto al tempo, otteniamo:

$$\frac{\partial \widehat{\Delta T}(q, t)}{\partial t} = \left[ \frac{\partial \widehat{\Delta T}(q, t)}{\partial t} + \left(D|q|^2 + \frac{1}{\tau_l}\right) \widehat{\Delta T}(q, t) \right] \exp\left[\left(D|q|^2 + \frac{1}{\tau_l}\right)t\right] = \widehat{S}(q, t) \exp\left[\left(D|q|^2 + \frac{1}{\tau_l}\right)t\right] \quad (19)$$

La soluzione dell'equazione differenziale è quindi, mediante il teorema fondamentale del calcolo integrale data dalla funzione integrale:

$$\widehat{\Delta T}(q, t) = \int_0^t \widehat{S}(q, t') \exp\left[\left(D|q|^2 + \frac{1}{\tau_l}\right)t'\right] dt' \quad (20)$$

Richiamando l'equazione (18)

$$\widehat{\Delta T}(q, t) = \int_0^t \widehat{S}(q, t') \exp\left[-\left(D|q|^2 + \frac{1}{\tau_l}\right)(t - t')\right] dt' \quad (21)$$

$$\Delta T(x, t) = \frac{1}{(2\pi)^{(d/2)}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^t \widehat{S}(q, t') \exp\left[-\left(D|q|^2 + \frac{1}{\tau_l}\right)(t - t') - iqx\right] dq dt' \quad (22)$$

Le equazioni (21) e (22) forniscono le variazioni di temperatura  $\widehat{\Delta T}(q, t)$  e  $\Delta T(x, t)$  in d dimensioni rispettivamente nello spazio reciproco e diretto per un termine di sorgente generica  $S(x, t)$ , ovvero per una distribuzione di intensità non specificata  $I(x, t)$  del fascio laser di eccitazione. In questo contesto consideriamo un impulso Gaussiano ad onda quadra, con un tempo di partenza  $t = 0$  e una estensione dell'impulso nel tempo pari a  $\tau_{on}$ . Indichiamo con  $\omega_0^2$  la varianza del fascio Gaussiano nel piano focale e con il fascio laser centrato nell'origine del sistema di coordinate  $(x_0, y_0) = (0, 0)$  senza perdita di generalità. Possiamo quindi esprimere la sorgente nello spazio di Fourier come:

$$\widehat{S}(q, t) = S_0 \exp\left[-\frac{|q|^2 \omega_0^2}{2}\right] \Theta(t') [1 - \Theta(t' - \tau_{on})] \quad (23)$$

$$\Theta(t_1 - t_2) = \begin{cases} 1 & \text{se } t_1 < t_2 \\ 0 & \text{se } t_1 \geq t_2 \end{cases} \quad (24)$$

Tutte le costanti moltiplicative (compresi la sezione d'urto d'eccitazione  $\sigma_{exc}$  e l'intensità al picco  $I(0,0)$ ) Sono state inserite nel termine  $S_0$ . Sostituendo le equazioni (23-24) nell'espressione per  $\widehat{\Delta T}(q, t)$  nell'eq.(22) e risolvendo analiticamente l'integrale otteniamo:

$$\begin{cases} \widehat{\Delta T}(q, t) = \frac{S_0 \tau_l}{1 + D|q|^2 \tau_l} \{e^{-\alpha} - e^{-(\alpha + \beta t)} - [e^{-\alpha} - e^{-(\alpha + \beta(t - \tau_{on})}] \Theta(t - \tau_{on})\} \\ \alpha = \frac{|q|^2 \omega_0^2}{2} \\ \beta = D|q|^2 + \frac{1}{\tau_l} \end{cases} \quad (25)$$

## 4 Simulazioni

### 4.1 Introduzione

Nella prima parte della simulazione abbiamo integrato numericamente  $\widehat{\Delta T}(q, t)$  in  $q$  (con il pacchetto di integrazione di `scipy` in `python`, `quad`), ottenendo  $\Delta T(x, t)$  (equazione 22). Il processo è stato reiterato per un intervallo di posizioni e istanti discreti (scelti in modo da riprodurre le dimensioni ed i tempi caratteristici adoperati in laboratorio), ottenendo quindi una matrice di valori di  $\Delta T$ . In questo modo selezionando una riga (una data posizione) o una colonna (un istante preciso) è stato possibile simulare i profili temporali e spaziali di temperatura. Ripetendo lo stesso procedimento variando uno dei parametri in gioco alla volta, mantenendo fissi gli altri, è stato possibile valutare l'effetto della diffusività termica del materiale  $D$ , dell'intensità della sorgente  $S_0$ , del tempo di perdita  $\tau_l$  e della larghezza dello spot di illuminazione  $\omega$  su  $\Delta T(x, t)$ . Per ogni istante  $t$  fissato, il profilo lungo uno degli assi spaziali è risultato una funzione piccata approssimabile ad una curva Gaussiana del tipo:

$$\Delta T(x, t) = \Delta T(t) \exp \left[ -\frac{(x - x_c)^2}{2\zeta(t)^2} \right] \quad (26)$$

Dove  $\Delta T(t)$  rappresenta l'ampiezza dipendente dal tempo della Gaussiana e  $\zeta(t)^2$  la sua varianza.  $x_c$  è la coordinata di picco della temperatura. La massima ampiezza è raggiunta per  $t = \tau_{on}$  ed è pari a  $\Delta T(x_c, \tau_{on})$ .

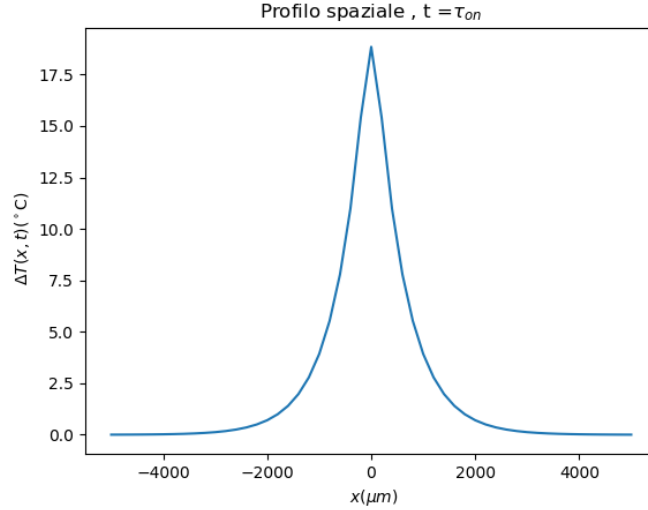


Figura 3: Profilo spaziale simulato a  $t = \tau_{on}$  con  $\tau_{on} = 4$  s della variazione di temperatura indotta da un laser modulato con  $S_0 = 10^4 K/s$  e  $\omega = 100 \mu m$  su un materiale con diffusività termica  $D = 1.4 \times 10^5 \mu m^2/s$  e tempo di perdita  $\tau_{loss} = 1.0$  s.

Per ottenere un profilo temporale va quindi preso  $\Delta T(x, t)$  al variare di  $t$  per  $x$  fissato. Nel corso di tutto il lavoro i profili temporali saranno presi nella posizione di massima ampiezza della variazione di temperatura, quindi per  $x = x_c$ , che corrisponde a  $x = 0$  in quanto nella descrizione iniziale della situazione fisica in esame abbiamo posizionato l'origine del sistema di riferimento nel centro dello spot di illuminazione. Quindi fissata una posizione, per esempio appunto  $x = x_c$  si

notano approssimativamente una salita e discesa esponenziali nel tempo, al pari della carica e scarica di un condensatore in un comune circuito RC:

$$\Delta T(x_c, t) \propto \begin{cases} 1 - e^{-\frac{t}{\tau_{rise}}} & \text{se } t \leq \tau_{on} \\ e^{-\frac{t}{\tau_{decay}}} & \text{se } t > \tau_{on} \end{cases} \quad (27)$$

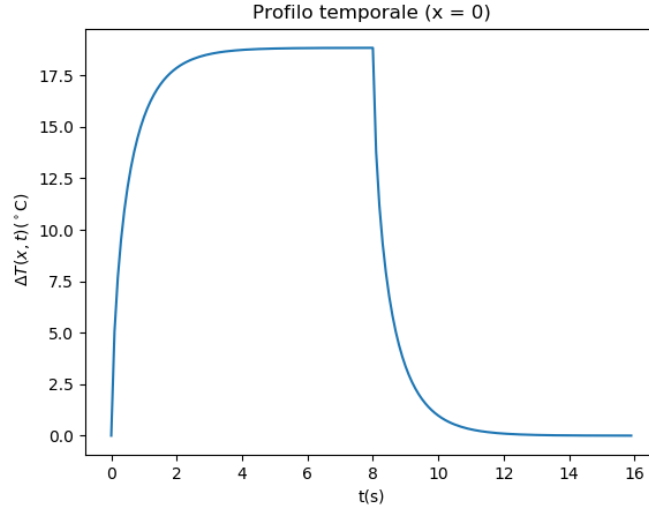


Figura 4: Profilo temporale simulato a  $x = x_c = 0$  della variazione di temperatura indotta da un laser modulato con  $S_0 = 10^4 K/s$  e  $\omega = 100 \mu m$  su un materiale con diffusività termica  $D = 1.4 \times 10^5 \mu m^2/s$  e tempo di perdita  $\tau_{loss} = 1.0$  s.

Fittando il profilo spaziale con la curva data dall'equazione 26 si può ricavare la varianza e la deviazione standard e studiarne l'andamento al variare del tempo.

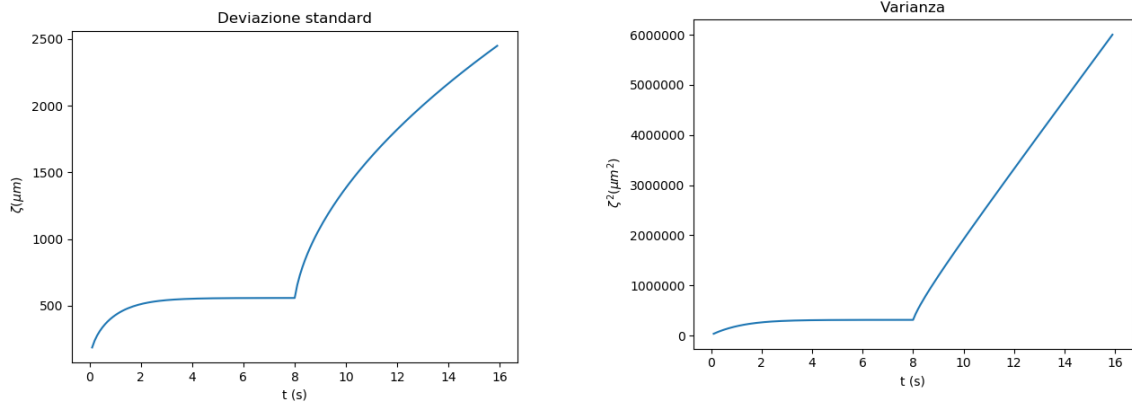
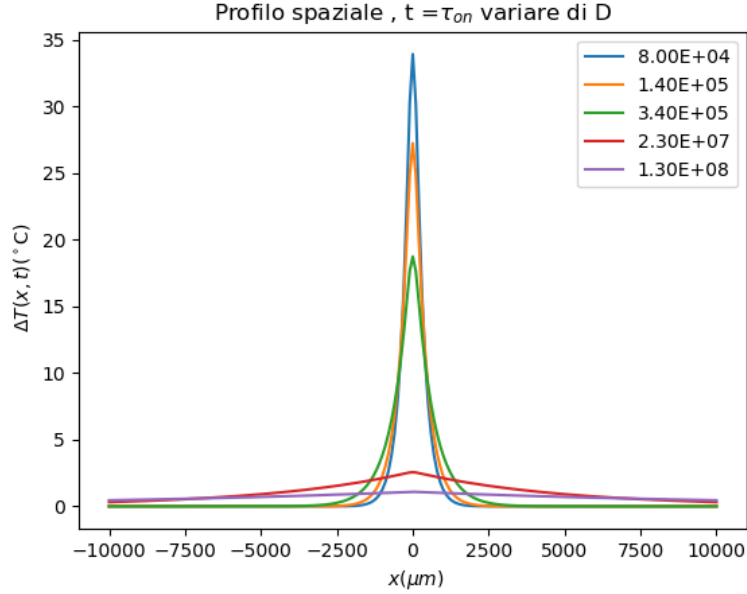
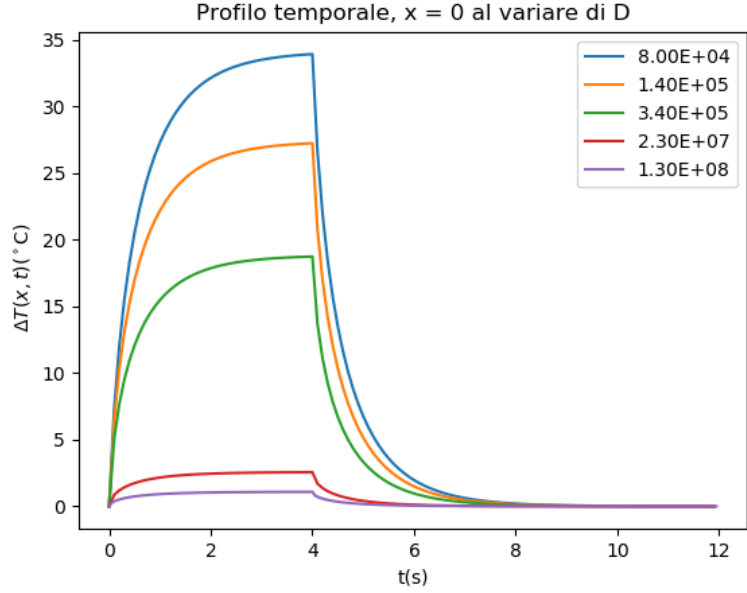


Figura 5: Profilo temporale rispettivamente di deviazione standard e varianza del profilo spaziale della temperatura ottenuto per un laser modulato con  $S_0 = 10^4 K/s$  e  $\omega = 100 \mu m$  su un materiale con diffusività termica  $D = 1.4 \times 10^5 \mu m^2/s$  e tempo di perdita  $\tau_{loss} = 1.0$  s .

## 4.2 Effetto della diffusività termica D



(a) Profilo spaziale simulato a  $t = \tau_{on}$  con  $\tau_{on} = 4$  s della variazione di temperatura indotta da un laser modulato con  $S_0 = 10^4 K/s$  e  $\omega = 100 \mu m$  su materiali con diffusività termica  $D = 8 \times 10^4 \mu m^2/s$  (PVC, blu),  $D = 1.4 \times 10^5 \mu m^2/s$  (acqua, arancione),  $D = 3.4 \times 10^5 \mu m^2/s$  (vetro, verde),  $D = 2.3 \times 10^7 \mu m^2/s$  (ferro in bulk, rosso) e  $D = 1.3 \times 10^8 \mu m^2/s$  (oro in bulk, viola) Con  $S_0 = 10^4 K/s$ ,  $\omega = 100 \mu m$  e  $\tau_{loss} = 1.0$  s fissati per tutte le curve.



(b) Profilo temporale simulato a  $x = x_c = 0$  della variazione di temperatura indotta da un laser pulsato con  $S_0 = 10^4 K/s$  e  $\omega = 100 \mu m$  su materiali con diffusività termica  $D = 8 \times 10^4 \mu m^2/s$  (PVC, blu),  $D = 1.4 \times 10^5 \mu m^2/s$  (acqua, arancione),  $D = 3.4 \times 10^5 \mu m^2/s$  (vetro, verde),  $D = 2.3 \times 10^7 \mu m^2/s$  (ferro in bulk, rosso) e  $D = 1.3 \times 10^8 \mu m^2/s$  (oro in bulk, viola) Con  $S_0 = 10^4 K/s$ ,  $\omega = 100 \mu m$  e  $\tau_{loss} = 1.0$  s fissati per tutte le curve.

Figura 6

Dalle figure 6a e 6b si osserva che la diffusività influenza l'ampiezza della variazione di temperatura, caratteristica osservabile sia nei profili temporali, sia in quelli spaziali.  $\Delta T(t)$  è inversamente proporzionale a  $D$ , infatti una maggiore diffusività porta ad un allargamento del profilo più rapido, con una conseguente riduzione dell'ampiezza della variazione di temperatura nel centro di diffusione, si ricorda infatti che tutti i profili temporali sono simulati a  $x = x_c = 0$ . Quanto appena detto è confermato dal grafico della varianza che mostra la proporzionalità in  $D$ , caratteristica osservabile anche nelle curve gaussiane dei profili spaziali, che risultano più piccati per  $D$  piccoli e tendono ad allargarsi al crescere della diffusività.

Non si nota alcun effetto sul tempo caratteristico di salita o discesa esponenziale nei profili temporali

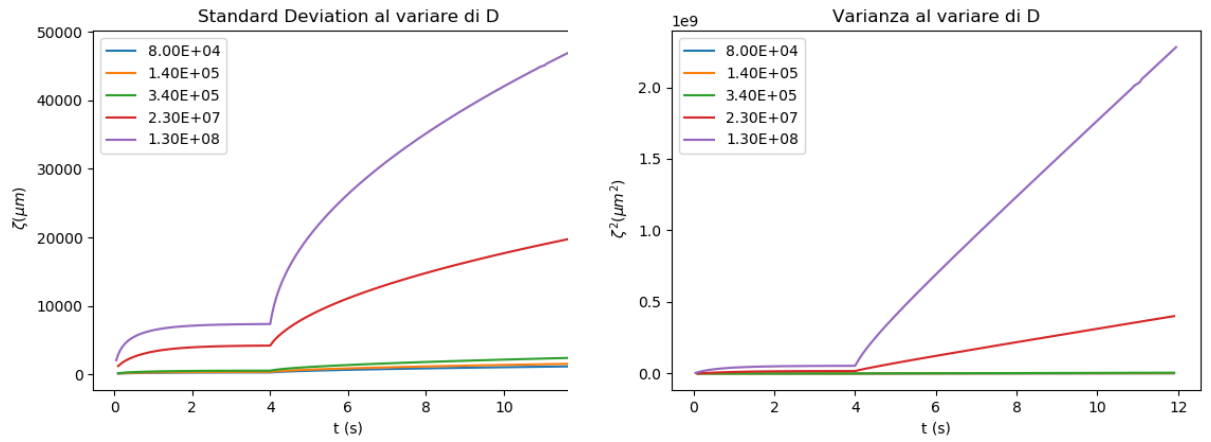


Figura 7: Profili temporali rispettivamente della deviazione standard e della varianza ottenuti del fit gaussiano sui profili spaziali (come in figura 6a) per ogni istante, su materiali con diffusività termica  $D = 8 \times 10^4 \mu m^2/s$  (PVC, blu),  $D = 1.4 \times 10^5 \mu m^2/s$  (acqua, arancione),  $D = 3.4 \times 10^5 \mu m^2/s$  (vetro, verde),  $D = 2.3 \times 10^7 \mu m^2/s$  (ferro in bulk, rosso) e  $D = 1.3 \times 10^8 \mu m^2/s$  (oro in bulk, viola). Con  $S_0 = 10^4 K/s$ ,  $\omega = 100 \mu m$  e  $\tau_{loss} = 1.0$  s fissati per tutte le curve.

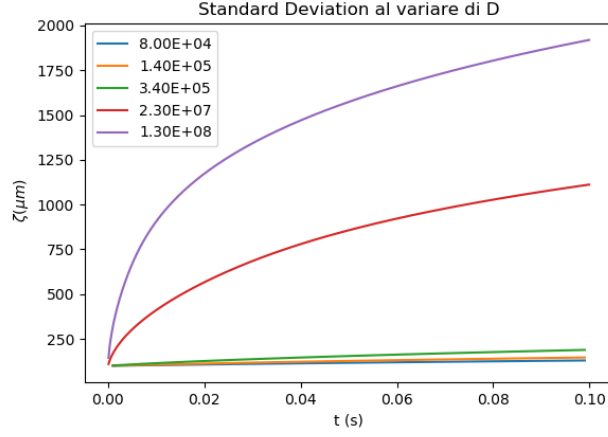


Figura 8: Profilo temporale della deviazione standard limitato ai primi 0.1 s , su materiali con diffusività termica  $D = 8 \times 10^4 \mu m^2/s$  (PVC, blu),  $D = 1.4 \times 10^5 \mu m^2/s$  (acqua, arancione) ,  $D = 3.4 \times 10^5 \mu m^2/s$  (vetro, verde),  $D = 2.3 \times 10^7 \mu m^2/s$  (ferro in bulk, rosso) e  $D = 1.3 \times 10^8 \mu m^2/s$  (oro in bulk, viola). Con  $S_0 = 10^4 K/s$  ,  $\omega = 100 \mu m$  e  $\tau_{loss} = 1.0$  s fissati per tutte le curve.

Come si nota nella figura 8 l'intercetta della deviazione standard a  $t=0$  non dipende dalle proprietà termiche del materiale e tende al valore della varianza del fascio laser  $\omega$



### 4.3 Effetto del tempo di perdita Tloss

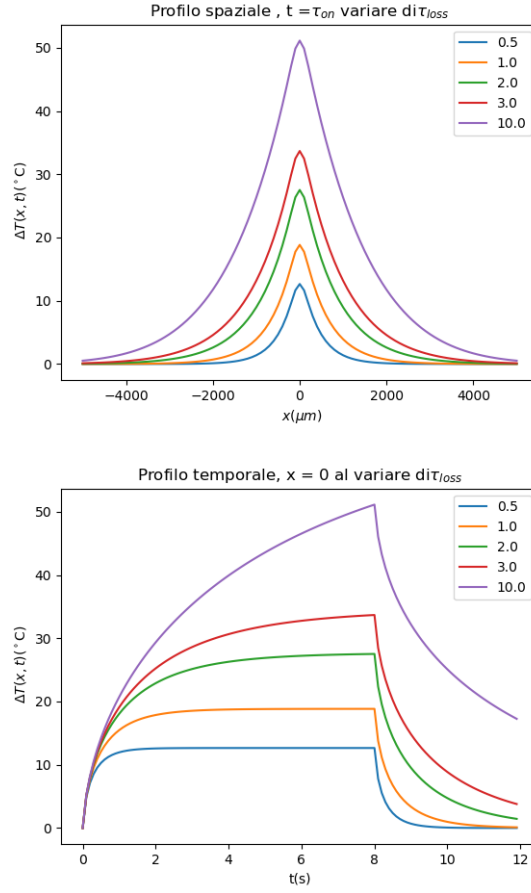


Figura 9: a) Profilo spaziale simulato al variare di Tloss [0.5, 1.0, 2.0, 3.0, 10.0] s, con  $S_0 = 10^4 K/s$ ,  $D = 3.4 \times 10^5 \mu m^2/s$  e  $\omega = 100 \mu m$  per tutte le curve. b) Profilo temporale simulato per gli stessi valori dei parametri nel profilo spaziale.

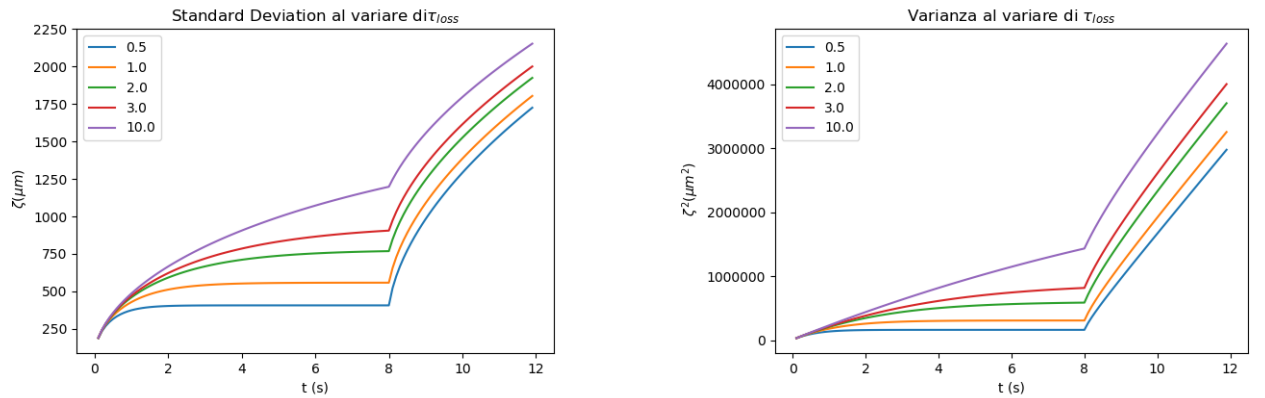
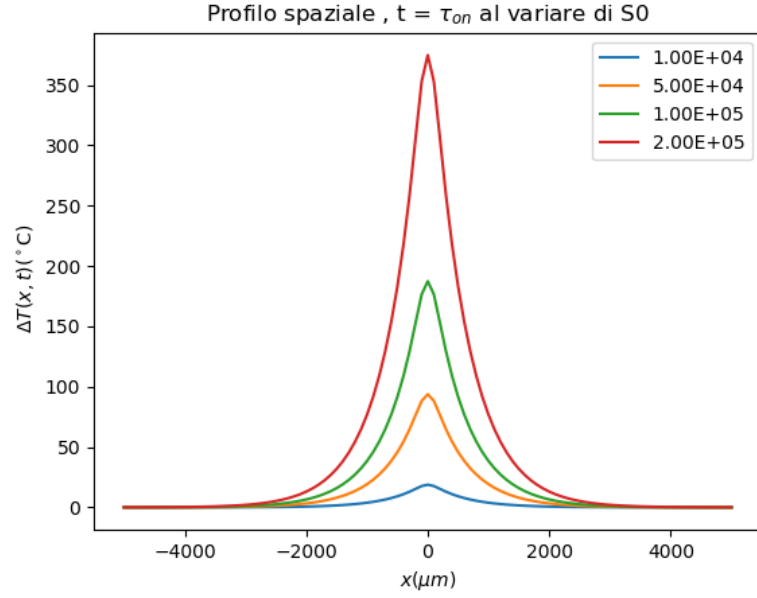


Figura 10: Profilo temporale rispettivamente della deviazione standard a) e della varianza b) ottenuti dal fit Gaussiano dei profili spaziali a Tloss crescente [0.5, 1.0, 2.0, 3.0, 10.0] s con  $S_0 = 10^4 K/s$  e  $D = 3.4 \times 10^5 \mu m^2/s$ ,  $\omega = 100 \mu m$  per tutte le curve.

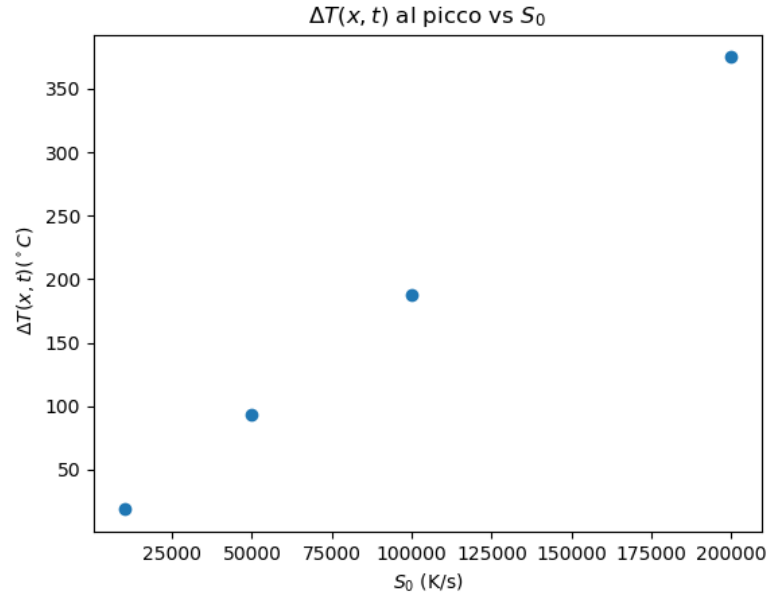
Dalle figura 9 si nota come il tempo di perdita influenzi la temperatura massima raggiungibile, ridu-

cendo il tempo caratteristico di crescita esponenziale quando è piccolo. Questo non ci sorprende in quanto un minore tempo di loss corrisponde ad una dissipazione più veloce, che naturalmente impedisce il raggiungimento di alte temperatura nel punto di picco. L'effetto sulla larghezza del profilo, come si vede facilmente in figura 10, è di un minor allargamento per Tloss piccoli, ovvero per dissipazioni maggiori. Perciò a differenza di un laser più potente che influenza soltanto l'altezza della guassiana, ma lascia inalterata la larghezza a metà altezza, un tloss maggiore porta ad ampiezze maggiori, ma contestualmente anche a varianze più grandi. Una cosa fondamentale da notare ad ogni modo è che tutte le curve, nei profili della varianza e della deviazione standard tendono per  $t$  che tende a 0 allo stesso valore.

#### 4.4 Effetto dell'ampiezza della sorgente $S_0$



(a) Profilo spaziale simulato al variare di  $S_0$  [ $1 \times 10^4, 5 \times 10^4, 1 \times 10^5, 2 \times 10^5$ ] K/s , con  $\tau_{loss} = 1.0$  s ,  $D = 3.4 \times 10^5 \mu m^2/s$  e  $\omega = 100 \mu m$  per tutte le curve.



(b) Plot della temperatura al picco  $\Delta T(x = x_c = 0, t)$

Figura 11

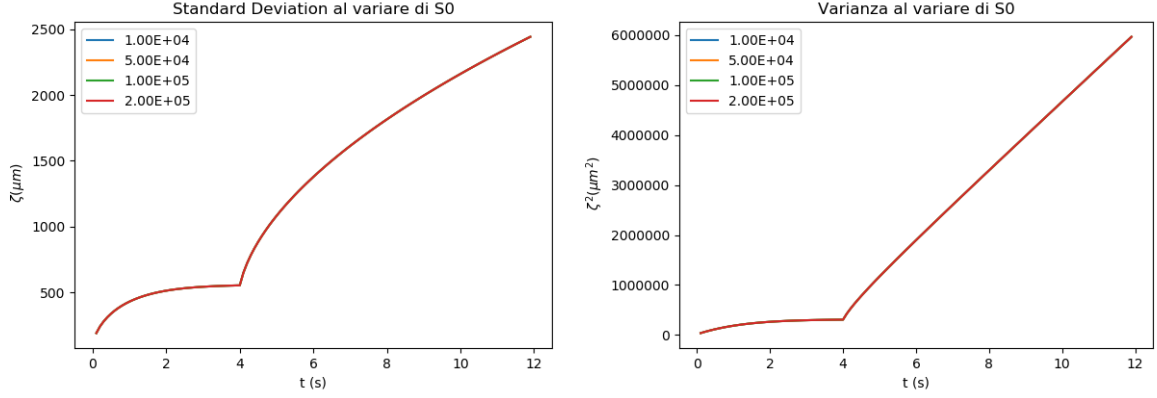


Figura 12: Profilo temporale rispettivamente della deviazione standard a) e della varianza b) ottenuti dal fit Gaussiano dei profili spaziali a  $S_0$  crescente  $[1 \times 10^4, 5 \times 10^4, 1 \times 10^5, 2 \times 10^5] K/s$  e con  $\tau_{loss} = 1.0s$ ,  $D = 3.4 \times 10^5 \mu m^2/s$  e  $\omega = 100 \mu m$  per tutte le curve.

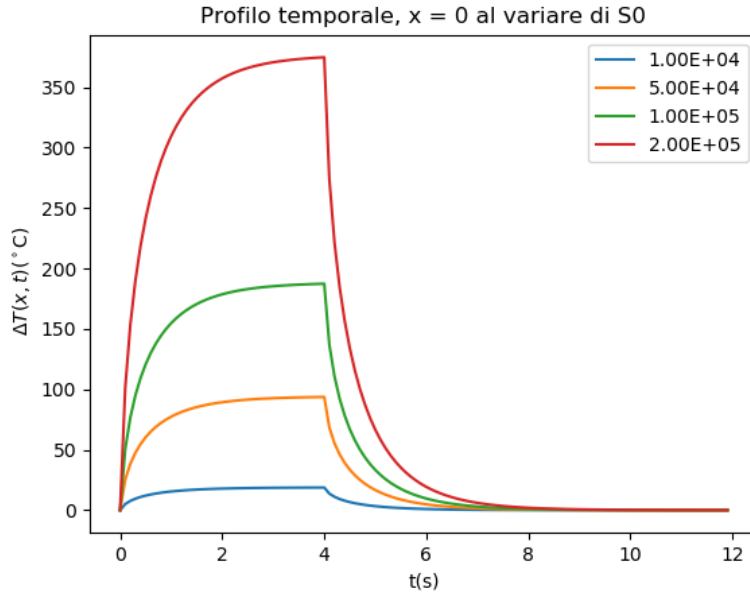


Figura 13: Profilo temporale simulato per valori di  $S_0$  crescente  $[1 \times 10^4, 5 \times 10^4, 1 \times 10^5, 2 \times 10^5] K/s$  e con  $\tau_{loss} = 1.0s$ ,  $D = 3.4 \times 10^5 \mu m^2/s$  e  $\omega = 100 \mu m$  per tutte le curve.

Dalla figure 11 e 13 si nota come l'aumento dell'ampiezza della sorgente  $S_0$  porti ad un aumento proporzionale dell'intensità di  $\Delta T$ , lasciando però inalterati gli andamenti qualitativamente. Infatti nella figura 13 si nota come il tempo caratteristico di salita esponenziale sia lo stesso per tutte le curve, così come è lo stesso il tempo di decadimento. Il fatto che le curve gaussiane abbiano la stessa forma è reso palese nei grafici di varianza e deviazione standard (figura 12) nei quali le curve sono tutte perfettamente sovrapposte al variare di  $S_0$ .

#### 4.5 Effetto della larghezza del fascio laser $\omega$

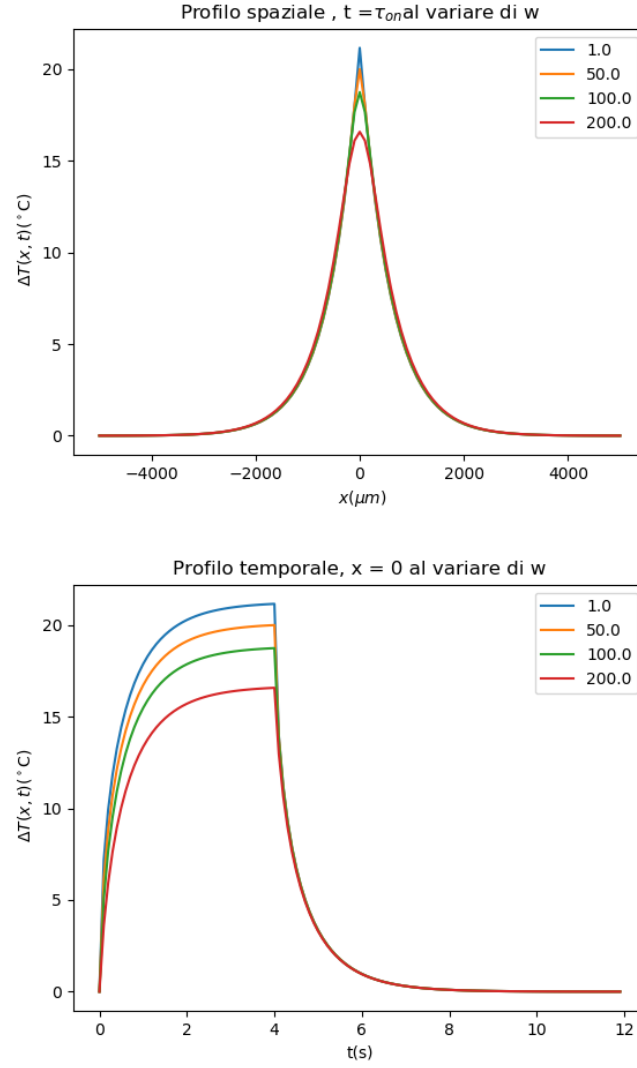


Figura 14: a) Profilo spaziale simulato al variare di  $\omega[1, 50, 100, 200]$  s, con  $S_0 = 10^4 K/s$ ,  $D = 3.4 \times 10^5 \mu m^2/s$  e  $\tau_{loss} = 1.0$  s per tutte le curve. b) Profilo temporale simulato per gli stessi valori dei parametri nel profilo spaziale.

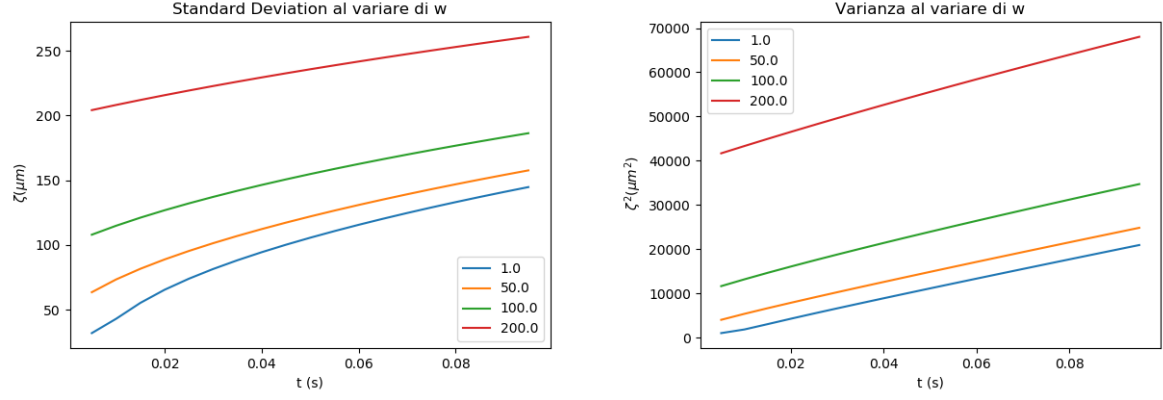


Figura 15: Profilo temporale limitato ai primi 0.1 s di deviazione standard e varianza rispettivamente, simulato al variare di  $\omega[1, 50, 100, 200]$  s, con  $S_0 = 10^4 K/s$ ,  $D = 3.4 \times 10^5 \mu\text{m}^2/s$  e  $\tau_{loss} = 1.0$  s per tutte le curve.

Si nota dalla figura 15 che l'intercetta della deviazione standard è esattamente uguale alla larghezza dello spot del laser di eccitazione, rappresentato nelle simulazioni da  $\omega$ .

## 5 Dati sperimentali

In questa sezione mostriamo i risultati sperimentali ottenuti mediante illuminazione laser modulata su due campioni sintetici, costituiti da uno strato uniforme di inchiostro stampato su carta con la convenzionale stampa ink-jet, e da uno strato di inchiostro stampato invece come microfiche. Le microfiche sono state scelte per sfruttare la possibilità di fare stampe molto precise e quindi andare poi a testare la risoluzione della termocamera nel contesto della super-risoluzione, mentre per il secondo campione si è semplicemente scelto un altro tipo di inchiostro, con proprietà termiche diverse. Nel corso della sezione capiterà di fare riferimento a questo secondo campione mediante il suo supporto di carta, ma rimane il fatto che a riscaldarsi è l'inchiostro, e tutte le proprietà studiate riguardano quest'ultimo. E' stata fissata a  $\tau_{on} = 25s$  la durata dell'impulso di illuminazione fornito da un laser He-Ne ( $\lambda_{laser} = 633nm, \omega_0 = 28 \pm 1\mu m$ ), e la conseguente variazione di temperatura sul campione e' stata misurata con la termocamera. Ciò che risulta dalla misura della termocamera è una serie di matrici di valori di temperatura, una per ogni istante  $t$ , in particolare 30 al secondo dato il frame rate della termocamera. Ogni elemento di questa matrice corrisponde alla temperatura in un punto del piano  $(x,y)$  ed è assimilabile ad un singolo pixel della camera, che nel nostro caso misura  $407 \mu m$  di lato. Ad ogni istante con un fit gaussiano si è ricercato il centro dello spot di illuminazione del laser e si sono estrapolate da queste informazioni riguardo la varianza, la posizione del massimo e l'ampiezza massima. Così è stato possibile ricostruire profili temporali di varianza e ampiezza.

### 5.1 Microfiche

Presentiamo per prima cosa i risultati per l'inchiostro stampato come microfiche.

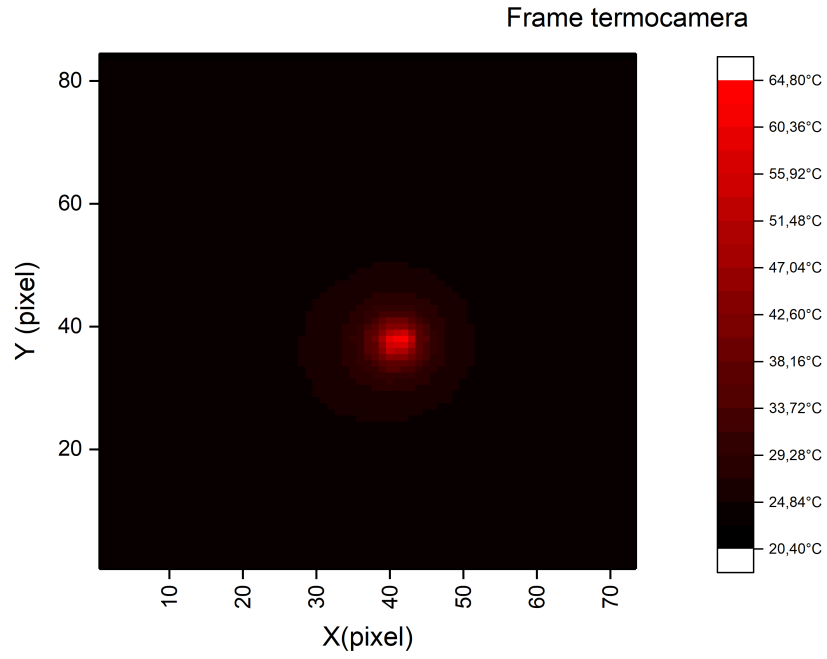


Figura 16: Colormap dell'ampiezza di temperatura registrata dalla termocamera per un campione in microfiche nel momento in cui la variazione di temperatura è massima, ovvero a  $t = \tau_{on}$ . Ogni pixel misura  $407 \mu\text{m}$ . Quanto rappresentato in questo grafico è un singolo frame registrato dalla termocamera.



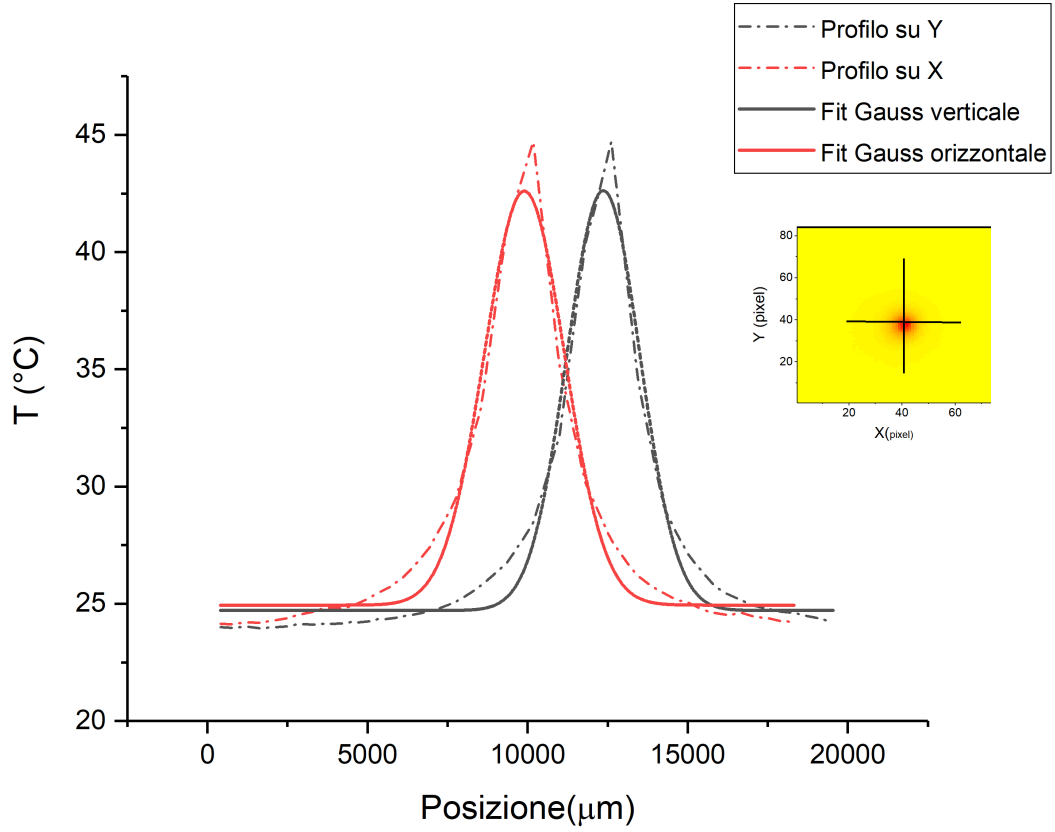


Figura 17: Profilo spaziale dell'ampiezza di temperatura a  $t = \tau_{on}$  per un campione in microfiche. I valori sono stati estrapolati dalla matrice in figura 16 lungo le direzioni degli assi X e Y, come si può notare meglio nell'inset (ogni pixel misura  $407 \mu m$ ), nel quale vengono mostrate le linee lungo le quali sono stati presi i profili. Per ognuno di questi è riportato anche il fit gaussiano

Come emerge dalla figura 17 il profilo di temperatura è approssimabile con una gaussiana in 2 dimensioni, vista anche la simmetria tra le curve lungo X e lungo Y.

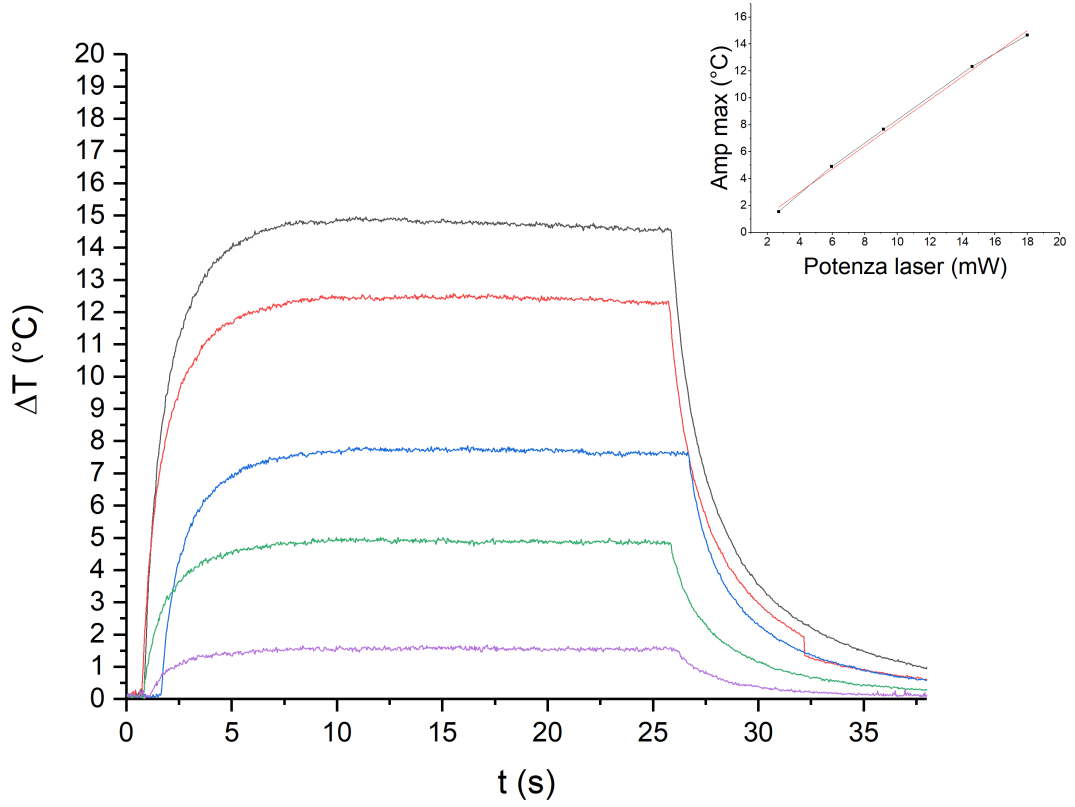


Figura 18: Nel grafico sono riportate le ampiezze misurate nel tempo, nel punto di picco spaziale, al variare della potenza del laser, ridotta mediante quattro filtri. Le potenze risultanti sono: [18, 14.6, 9.14, 5.95, 2.7] mW al crescere del filtro, partendo dalla prima potenza che corrisponde all'assenza di qualsiasi filtro. Nel grafico le curve vanno dal viola per la potenza minima al nero per la massima. L'andamento dell'ampiezza massima raggiunta al plateau in funzione della potenza del laser è mostrato nell'inset, nel quale la linea rossa è il fit lineare.

Come si vede dalla figura 18 il tempo caratteristico della salita esponenziale non dipende dalla potenza del laser, ma da questo dipende l'ampiezza massima raggiunta, esattamente come ottenuto nelle simulazioni al variare di  $S_0$ , e proprio come in queste la dipendenza dell'ampiezza massima dalla potenza risulta essere lineare.

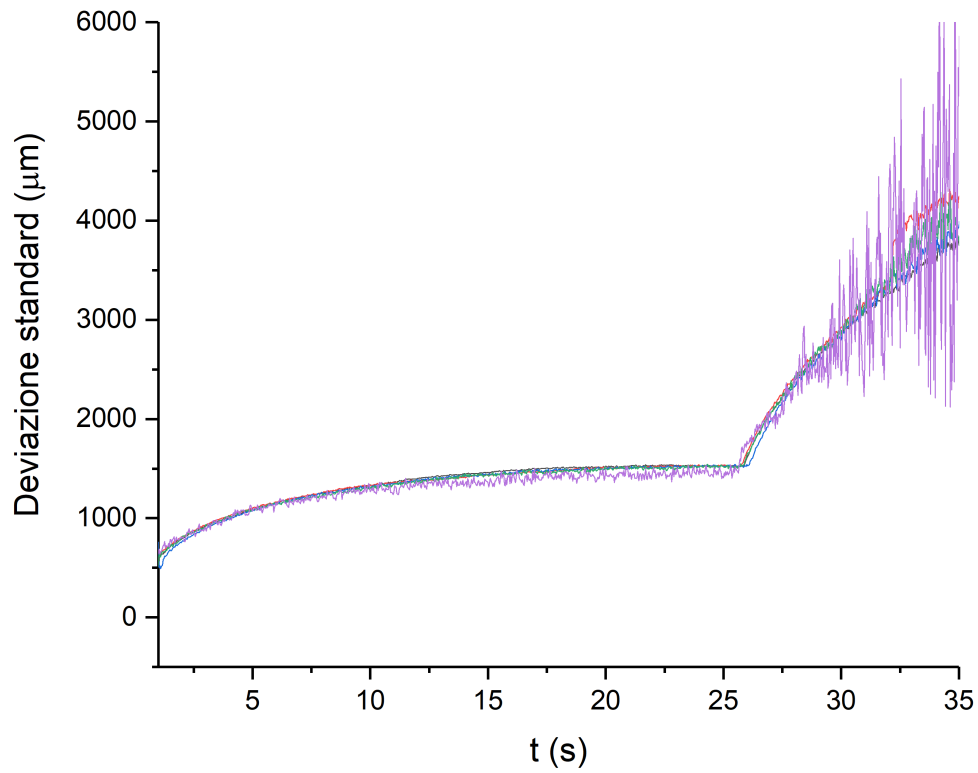


Figura 19: Nel grafico sono rappresentati i profili della deviazione standard nel tempo al variare della potenza del laser, ridotta mediante quattro filtri. Le potenze risultanti sono: [nero:18, rosso:14.6, blu:9.14, verde:5.95, viola:2.7 ]mW al crescere del filtro, partendo dalla prima potenza che corrisponde all'assenza del filtro.

Dalla figura 19 è evidente che la deviazione standard non dipende dalla potenza del laser di eccitazione, facendo di questo un buon candidato per la misura della risoluzione della camera.

## 5.2 Inchiostro su carta

Proseguiamo ora con lo studio dei risultati sui campioni di inchiostro stampato su carta con la convenzionale stampa ink-jet, soprattutto nell'ottica di un confronto con i risultati del materiale precedente per osservare le differenze che portano proprietà termiche diverse sulle grandezza studiate.

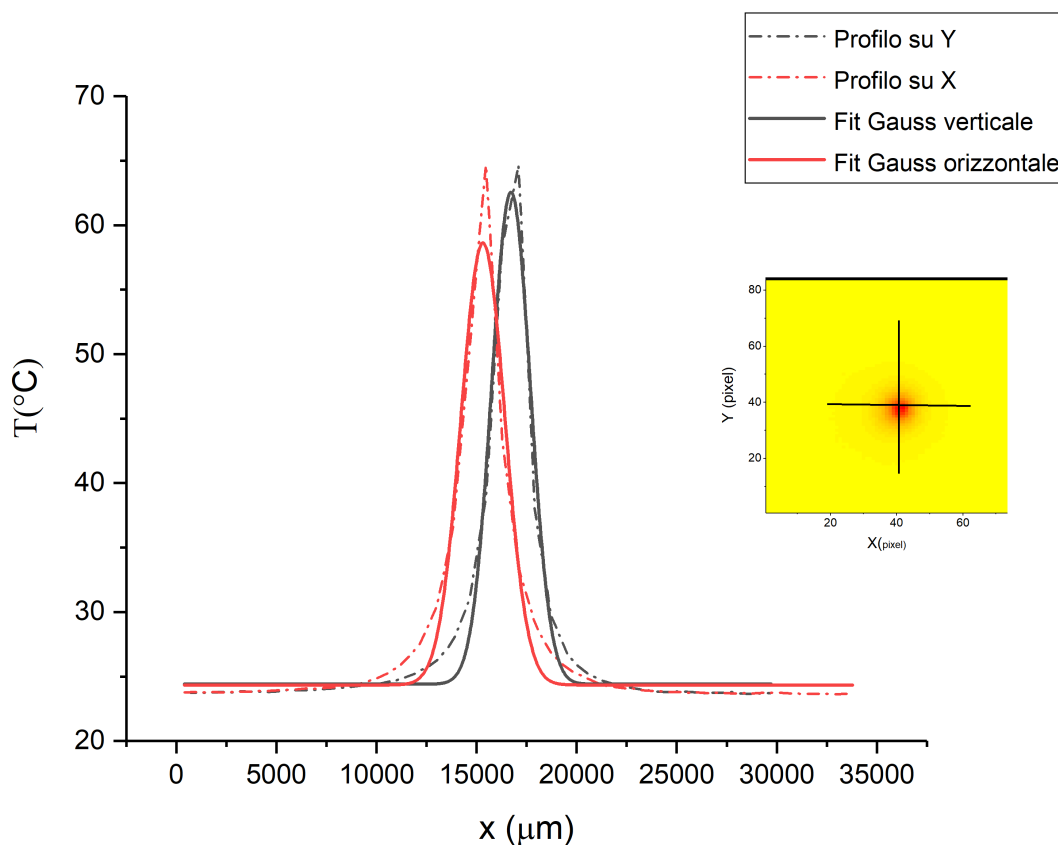


Figura 20: Profilo spaziale dell'ampiezza di temperatura a  $t = \tau_{on}$  per un campione di carta. I valori sono stati estrapolati dalla matrice lungo le direzioni degli assi X e Y , come si può notare meglio nell'inset(ogni pixel misura  $407 \mu\text{m}$ ), nel quale vengono mostrate le linee lungo le quali sono stati presi i profili, plottati poi con linea tratteggiata nella figura. Per ognuno di questi è riportato anche il fit gaussiano con linea continua.

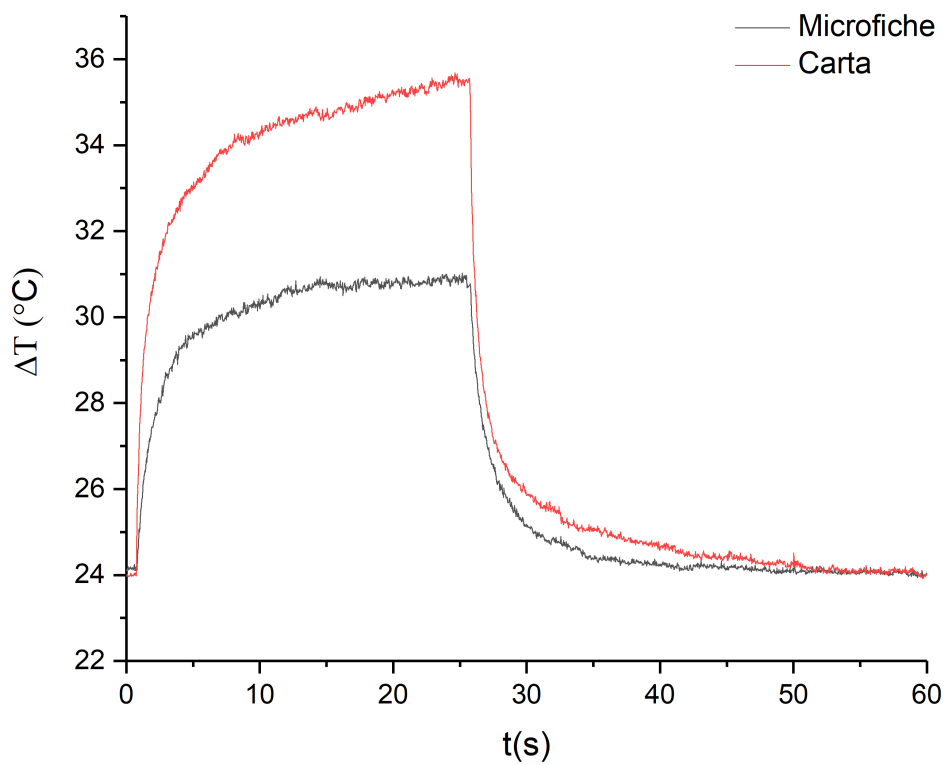


Figura 21: Confronto tra i profili temporali della variazione di temperatura per due campioni di materiali diversi: carta e microfiche, con potenza del laser 18 mW per entrambe le curve

Nella figura 21 si vede come l'ampiezza dipenda dalle proprietà termiche del materiale, mentre il tempo caratteristico di salita e discesa esponenziale risulta invariato. Questo è coerente con quanto rilevato nelle simulazioni dei profili temporali dell'ampiezza al variare di  $D$ .

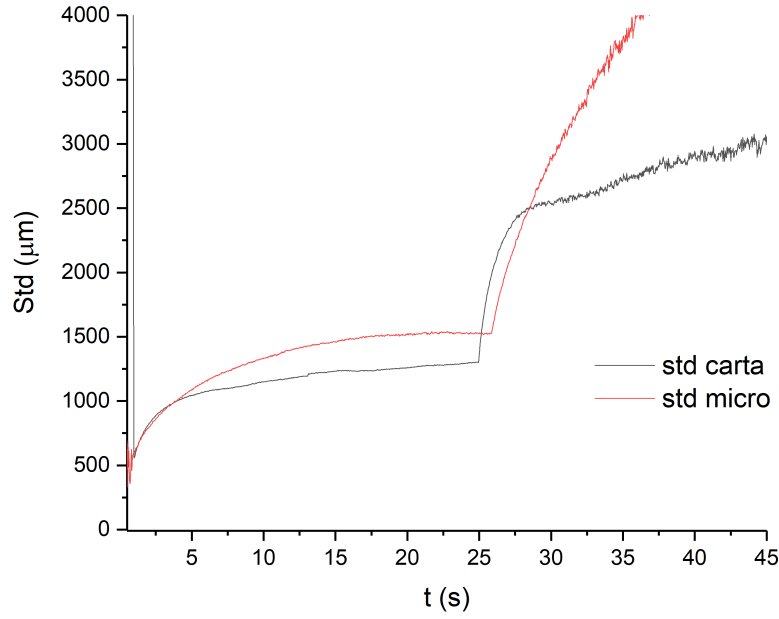


Figura 22: Confronto tra i profili temporali della deviazione standard per due campioni di materiali diversi: carta e microfiche, con potenza del laser 18 mW fissata per entrambe le curve

In figura 22 si vede che l'andamento temporale della deviazione standard del profilo di temperatura e' risultato indipendente dalla potenza del laser di eccitazione e dipendente invece dalle proprietà termiche dei due materiali. Indipendente da  $D$  e' risultato il valore  $\zeta_0$  della deviazione standard estrapolato a  $t=0$ , pari a  $\zeta_0 = (600 \pm 90) \mu m$ .

### 5.3 Misura della risoluzione

Lungo tutto il lavoro ci siamo focalizzati sullo studio della deviazione standard ottenuta a partire dai profili gaussiani al variare dei diversi parametri perchè la risoluzione spaziale  $\Delta r$  nell'imaging termico può essere stimata valutando la larghezza degli spot 2D ottenuti tramite una misura con la termocamera della variazione di temperatura prodotta in oggetti sotto risolti (con una dimensione minore di quella del pixel sul piano del campione). Se indichiamo con  $\zeta(t)$  la deviazione standard del profilo di temperatura  $\Delta T(x, t)$  indotta all'istante  $t$  da un laser modulato, potremmo teoricamente ottenere una stima di  $\Delta r$  dall'intercetta a  $t=0$  del profilo temporale di  $2\zeta(t)$ . Basandoci sui risultati delle simulazioni presentate, in particolare quelle in figura 15, ci aspettiamo che l'intercetta coincida teoricamente con il doppio della deviazione standard  $\omega_0$  dello spot gaussiano del laser di eccitazione sul piano focale, indipendentemente dalle proprietà termiche del materiale, come si può vedere in tutti i grafici della deviazione standard simulati al variare di ogni parametro fissati gli altri. Ad ogni modo nella pratica, visto che la variazione di temperatura è rilevata dalla termocamera basandosi sull'intensità della radiazione infrarossa emessa dal campione, un limite pratico alla risoluzione spaziale ottenibile è posto dalla diffrazione alla lente di raccolta della termocamera. In base alla legge di Abbe, la risoluzione teorica è data da  $\Delta r = 0.6\lambda/NA$ , dove  $NA$  è l'apertura numerica della lente

di raccolta della termocamera e  $\lambda$  è la lunghezza d'onda dell'emissione termica. Per le termocamere di fascia media in commercio l'apertura numerica è tipicamente bassa (nel nostro caso  $NA=0.023$ ). Alla lunghezza d'onda più grande rilevata, ovvero  $13\ \mu m$ , con  $NA = 0.023$  la massima risoluzione ottenibile è  $\Delta r = 345\mu m$  ( $> 2\omega_0$ ). Altri fattori che influenzano il valore effettivo della risoluzione spaziale includono la dimensione estesa dei pixel della termocamera sul piano del campione ( $407\mu m$ ), e l'eventuale presenza di cross-talk tra micro-bolometri adiacenti che costituiscono il sensore della termocamera. Globalmente, la risoluzione effettiva stimata tramite l'intercetta a  $t=0$  del profilo temporale di  $2\zeta(t)$  misurato sperimentalmente è pari a  $\Delta r = (1200 \pm 180)\mu m$  (grafico 22). Evidenziamo che i risultati delle simulazioni dimostrano che questa stima non dipende dall'intensità del laser (grafico 12), né dal suo tempo di attivazione, così come non dipende dalle proprietà termiche del materiale (grafico 7 e grafico 10). Al contrario la stima è esclusivamente legata al funzionamento della termocamera utilizzata e rappresenta la risoluzione che sarebbe idealmente ottenuta se una variazione di temperatura sufficientemente alta (i.e. al di sopra della sensibilità della camera  $\sigma_T = 0.1^\circ C$ ) venisse misurata esattamente all'inizio ( $t=0$ ) dell'illuminazione del campione. In pratica, quando il campione è riscaldato con una illuminazione laser di eccitazione, passa un tempo  $t$  prima che  $\Delta T(x, t)$  rilevata superi  $\sigma_T$ . Nel frattempo però, il profilo di temperatura si è già allargato, visti anche i tempi molto corti in gioco nel processo di diffusione del calore. Quindi la differenza tra i risultati sperimentali e simulativi per quanto riguarda la stima della risoluzione mediante l'intercetta a  $t=0$  della deviazione standard è da imputare a tutta la serie di effetti appena descritti.

## 6 Conclusioni

Lo scopo di questo lavoro è stato per prima cosa studiare da un punto di vista teorico la situazione fisica alla base dell'imaging termico in presenza di illuminazione laser modulata. E' stata risolta l'equazione del calore, opportunamente generalizzata per tenere conto della presenza della sorgente e di fenomeni di dissipazione. A partire dalla soluzione ottenuta si sono simulati l'andamento spaziale e temporale della variazione di temperatura e i risultati ottenuti hanno evidenziato che la variazione di temperatura segue un andamento approssimativamente esponenziale nel tempo durante entrambe le fasi di riscaldamento e rilassamento. Ad ogni istante, il profilo di temperatura  $\Delta T(x, t)$  in funzione della coordinata spaziale è approssimabile con una gaussiana, con ampiezza crescente linearmente con la potenza del laser e decrescente all'aumentare della diffusività termica del materiale. A partire dai profili spaziali si è ottenuta per ogni istante, mediante fit gaussiani, la deviazione standard, che risulta tanto maggiore quanto maggiore è la diffusività termica  $D$  del materiale. L'andamento temporale della deviazione standard risulta crescente con intercetta  $\zeta_0$  a  $t = 0$  coincidente con la larghezza  $\omega_0$  del fascio di eccitazione. Nella seconda parte del lavoro si sono confrontate le simulazioni con misure sperimentali su campioni sintetici e l'andamento riscontrato a livello teorico per  $\Delta T(x, t)$  e per i relativi profili di ampiezza e varianza in funzione del tempo è risultato analogo a quello previsto dalle simulazioni, confermando così la correttezza della descrizione teorica del fenomeno. In particolare, in accordo con le simulazioni, l'andamento temporale della deviazione standard del profilo di temperatura è risultato indipendente dalla potenza del laser di eccitazione e dipendente invece dalle proprietà termiche dei due materiali. Indipendente da  $D$  è risultato il valore  $\zeta_0$  della deviazione standard estrapolato a  $t=0$ , pari a  $\zeta_0 = (600 \pm 90)\mu m$ . Deviando dal valore teorico atteso, pari alla larghezza dello spot di eccitazione, tale valore rende conto della dimensione estesa dei pixel della termocamera sul piano del campione, insieme all'effetto della diffusione del calore e del funzionamento effettivo dei micro-bolometri. Il valore  $2\zeta_0 = (1200 \pm 180)\mu m$  corrisponde alla minima larghezza dei profili di temperatura misurati dalla termocamera e fornisce quindi la misura del suo effettivo potere risolutivo, che sarà poi necessario per lo studio e lo sviluppo di tecniche di acquisizione di immagini termiche in super-risoluzione.



## Bibliografia

- [1] R. Gade e T.B. Moeslund. «Thermal Cameras and Applications: A Survey». In: *Machine Vision and Applications* 25.1 (2014), pp. 245–262. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00138-013-0570-5>.
- [2] *User's manual: FLIR Exx series*. Wilsonville: Flir Systems, 2016.
- [3] M. Vollmer e K.P. Möllmann. *Infrared Thermal Imaging: Fundamentals*. Research e Applications: Wiley-VCH, Weinheim, 2010.