## Esame di Istituzioni di Matematica - 23.02.2010 Corso di Laurea in Scienze Naturali - Canale AL

Prof. A. Davini

È ammesso l'utilizzo di formulari, appunti delle lezioni, libri di Analisi (solo teoria). Non è ammesso l'utilizzo di eserciziari di Analisi.

**Esercizio 1.** Considerare il seguente sistema lineare dipendente dal parametro reale k:

$$\begin{cases} 5k \, x + k \, y - 3z = 1 \\ -z + k \, y = 0 \\ y - 3z + 5x = k. \end{cases}$$

- (a) Determinare per quali valori di k il sistema ammette una sola soluzione.
- (b) Determinare per quali valori di k il sistema ammette infinite soluzioni; per ognuno di tali valori del parametro calcolare esplicitamente tutte le soluzioni del sistema.
- (c) Per i valori di k trovati al punto (a), calcolare esplicitamente le soluzioni in funzione di k.

Esercizio 2. Determinare insieme di definizione, limiti agli estremi dell'insieme di definizione, eventuali zeri, derivata prima, eventuali punti di massimo e minimo e intervalli di crescenza e decrescenza, derivata seconda, intervalli di convessità (concavità verso l'alto) e concavità (concavità verso il basso), eventuali punti di flesso per la funzione

$$f(x) = 3x - 5\log(1+x^2).$$

Tracciare inoltre un grafico approssimativo di f(x).

Esercizio 3. Risolvere i seguenti integrali indefiniti:

$$\int (\sin x)^2 dx \qquad \int 2x \arctan(x) dx.$$