

CORSI DI LAUREA IN FISICA, FISICA E ASTROFISICA  
PROVA SCRITTA DEL 18 SETTEMBRE 2012

Cognome

Nome

Docente

**Esercizio 1** Assegnata la serie

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left( 3x + \frac{1}{16x} \right)^k$$

- determinare per quali  $x \in \mathbb{R}$  la serie converge;
- determinare per tali  $x$  la somma  $S(x)$  della serie.

**Esercizio 2** Assegnata l'equazione differenziale

$$y'' - 6y' + 5y = 25t$$

- determinare l'integrale generale,
- determinare la soluzione che verifica le condizioni iniziali

$$y(0) = 8, \quad y'(0) = 11$$

**Esercizio 3**

Sia

$$f(x) = \frac{x^2 + 6x}{x - 2}$$

- Determinare l'insieme di definizione ed eventuali asintoti (obliqui, verticali, orizzontali).
- Calcolare la derivata prima di  $f(x)$  e determinare gli intervalli di crescita e decrescenza.
- Calcolare la derivata seconda di  $f(x)$  e determinare gli intervalli di concavità e convessità.
- Disegnare il grafico di  $f$ .

**Esercizio 4** Calcolare i seguenti integrali

$$\int_1^e \frac{\log(x)}{x^2} dx, \quad \int_0^1 x^2 \arctan(x) dx$$

**Esercizio 5** Sia  $F(x) = \int_0^x \sin(t^2) dt$

- Dire per quali  $x$  la funzione  $F(x)$  è derivabile e calcolarne la derivata.
- Scrivere l'equazione della tangente al grafico nel punto di ascissa  $x_0 = 0$ .
- Determinare il polinomio di Taylor di  $F(x)$  di ordine  $n = 2$  e punto iniziale  $x_0 = 0$ .