Compito d'esame di Calcolo Differenziale per Informatica e Tecnologie Informatiche 13/02/2009

Proff. A. Davini, M. Badii, C.Nebbia.

Esercizio 1. Studiare il grafico della seguente funzione:

$$f(x) = \log(\frac{x+1}{x-1})$$

(determinare l'insieme di definizione, i massimi ed i minimi relativi, gli asintoti, gli intervalli in cui la funzione è concava o convessa, gli eventuali flessi e disegnare il grafico).

Esercizio 2. Studiare la serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n!)^2}{n^n}$$

Esercizio 3. Calcolare il limite:

$$\lim_{x \to +\infty} x^2 \log \left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \right)$$

(Suggerimento: si ricordi il limite $\lim_{t\to 0} \frac{\log(1+t)}{t} = 1.$)

Esercizio 4. Calcolare il massimo ed il minimo assoluti e l'immagine della seguente funzione ristretta all'intervallo chiuso e limitato [0,2]:

$$f(x) = \frac{x}{2x+1}e^{-x}$$

Esercizio 5. Determinare l'insieme di definizione e calcolare la derivata della funzione:

$$f(x) = \frac{\sin(\sqrt{x})}{\sqrt{x} + 1}$$

La funzione è derivabile in zero?