

“STRATEGIA PIT STOP **FORMULA 1**

Analisi con la Teoria dei Giochi





Tabella **Contenuti**

01 Scenario

02 Attori

03 Undercut

04 Safety Car

05 Strategie Pirelli

01

Scenario





CASO **STUDIO**

Nata nel 1950, la Formula 1 continua a richiamare milioni di appassionati da tutto il mondo.

In ogni gara, curva dopo curva, team e piloti devono affinare le loro strategie con precisione, cercando di massimizzare le prestazioni e puntare al miglior risultato possibile.

Informazioni **GENERALI**



10 Team



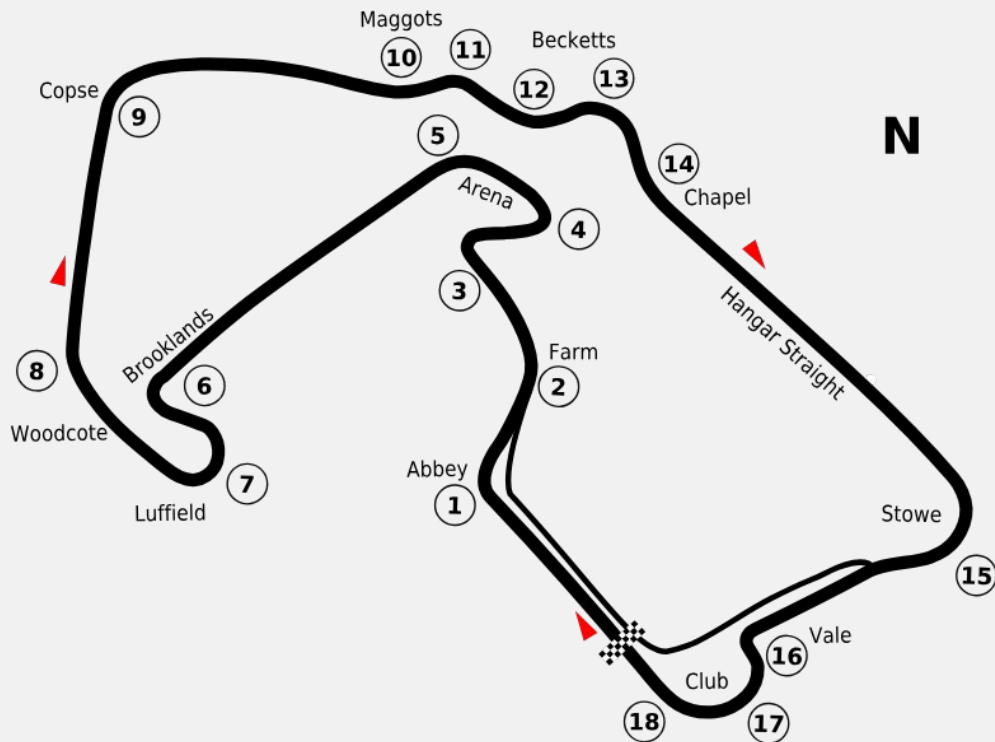
20 Piloti



308 Km



Silverstone 2016



52 Giri

Lunghezza pista: 5,8Km

Distanza totale percorsa: 306Km

Meteo

Cielo nuvoloso con locali aperture

Possibilità precipitazioni: 30%

Temperature min-max: 14° C – 21° C

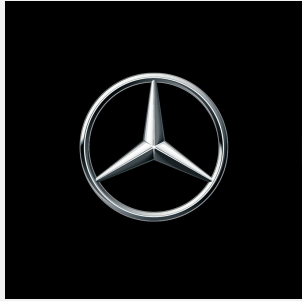


02

Attori



TEAM



Mercedes AMG
Petronas

Lewis Hamilton



Red Bull
Racing

Max Verstappen



03



Undercut



Scenario

Immaginiamo di essere a metà di una gara di Formula 1. I due team rivali devono decidere quale strategia applicare per **massimizzare** il loro vantaggio nella seconda parte della corsa.

Le Scelte dei Team:

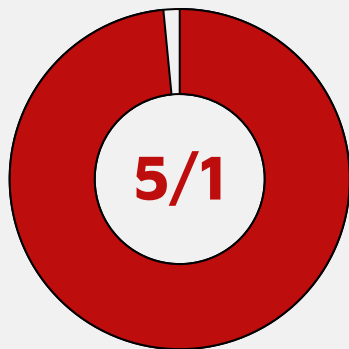
- ◆ **Strategia 1:** Undercut, possibile vantaggio in termini di tempo
- ◆ **Strategia 2:** Pitstop Normale
- ◆ **Strategia 3:** Nessun Pitstop

Le decisioni dei team si influenzano a vicenda: la scelta di una strategia può rivelarsi vincente o perdente a seconda della strategia adottata dal team rivale.



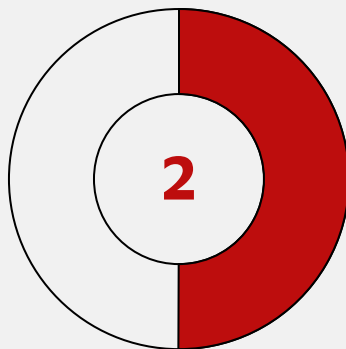


Payoff **Strategie**



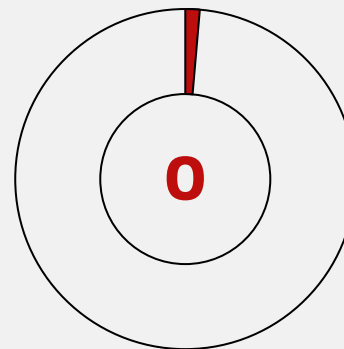
Strategia 1

Pit Stop per tentativo
Undercut



Strategia 2

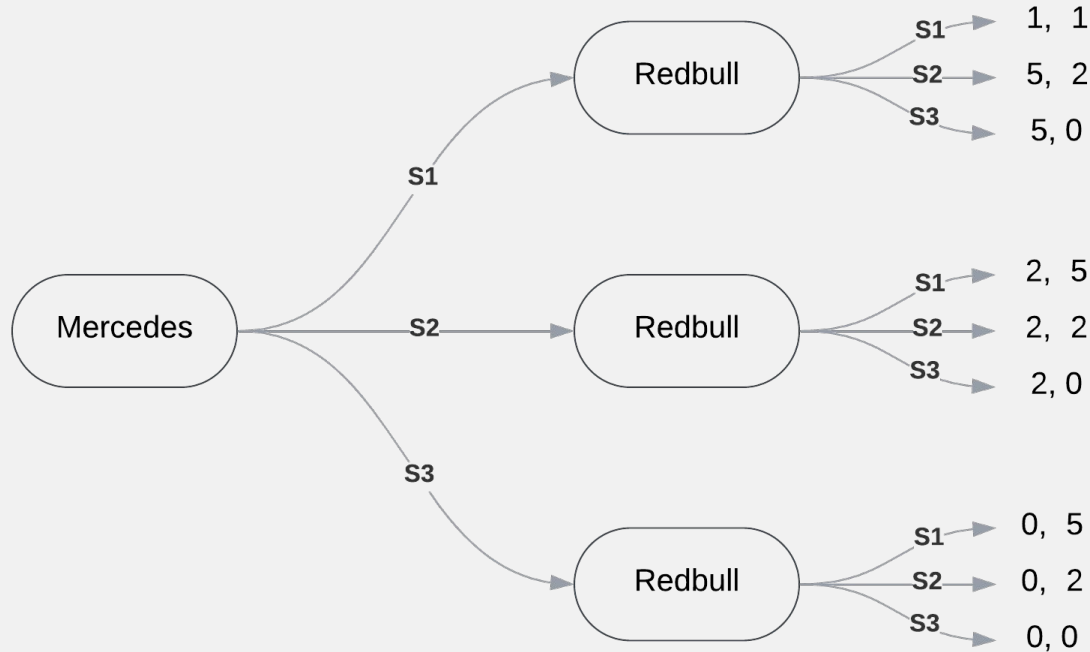
Pit Stop normale



Strategia 3

Nessun Pit Stop

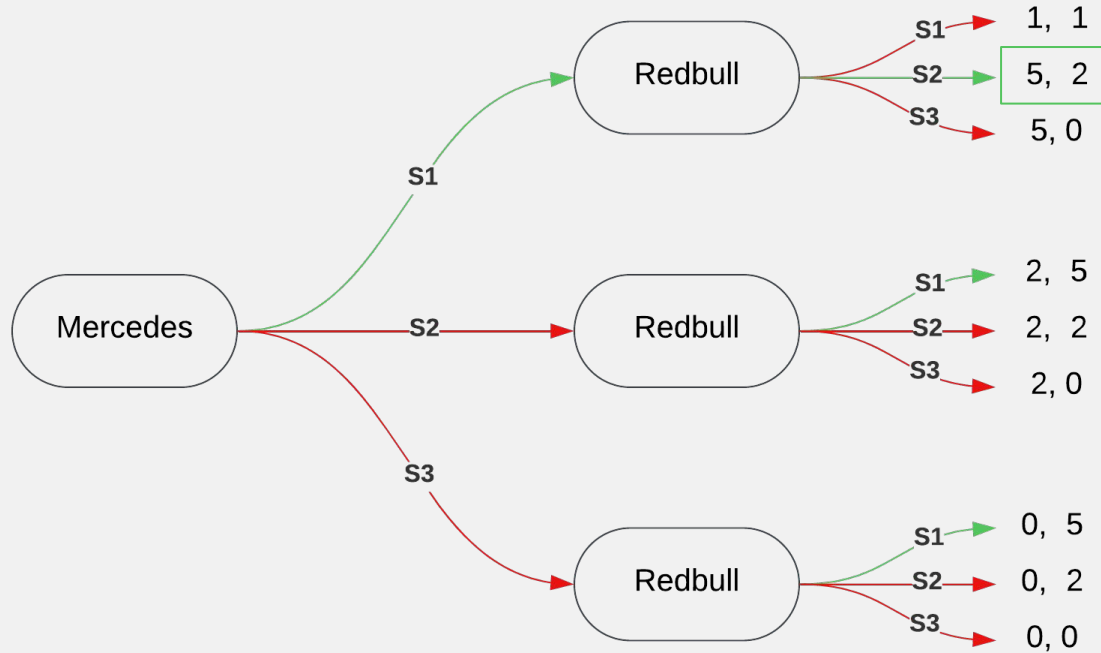
Modello sequenziale **Team A**



Partiamo ad analizzare il gioco sequenziale, dove **Mercedes** sceglie la prima strategia da adottare.



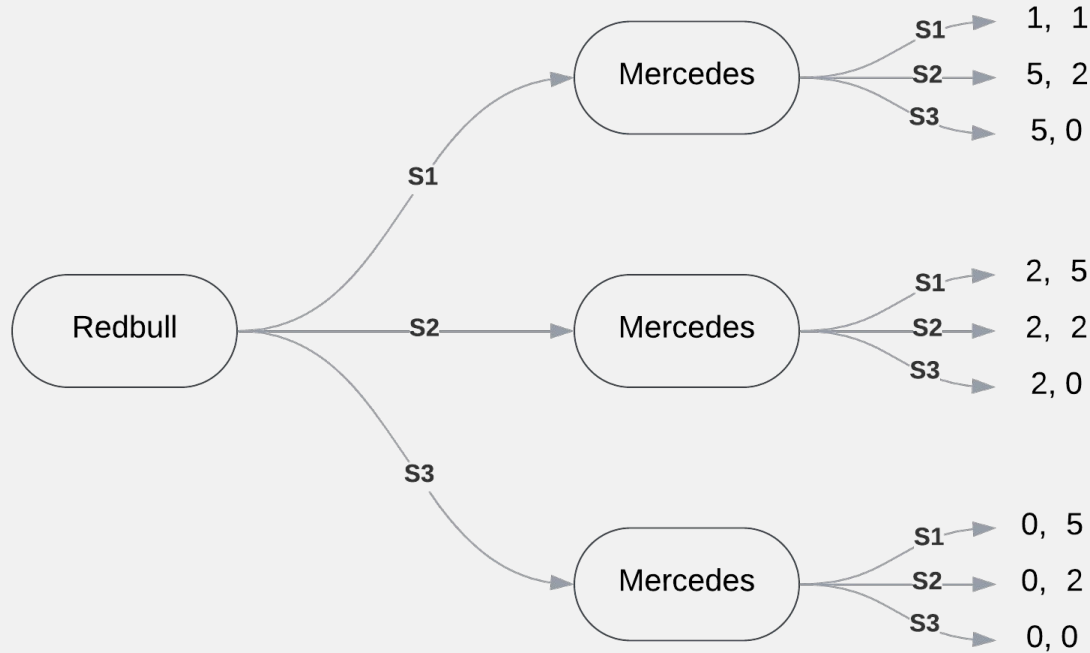
Modello sequenziale **Team A**



Applicando la **Rollback induction**,
l'equilibrio di Nash si trova
quando il team Mercedes tenta
l'Undercut e il team Redbull
reagisce in ritardo con un Pit Stop.



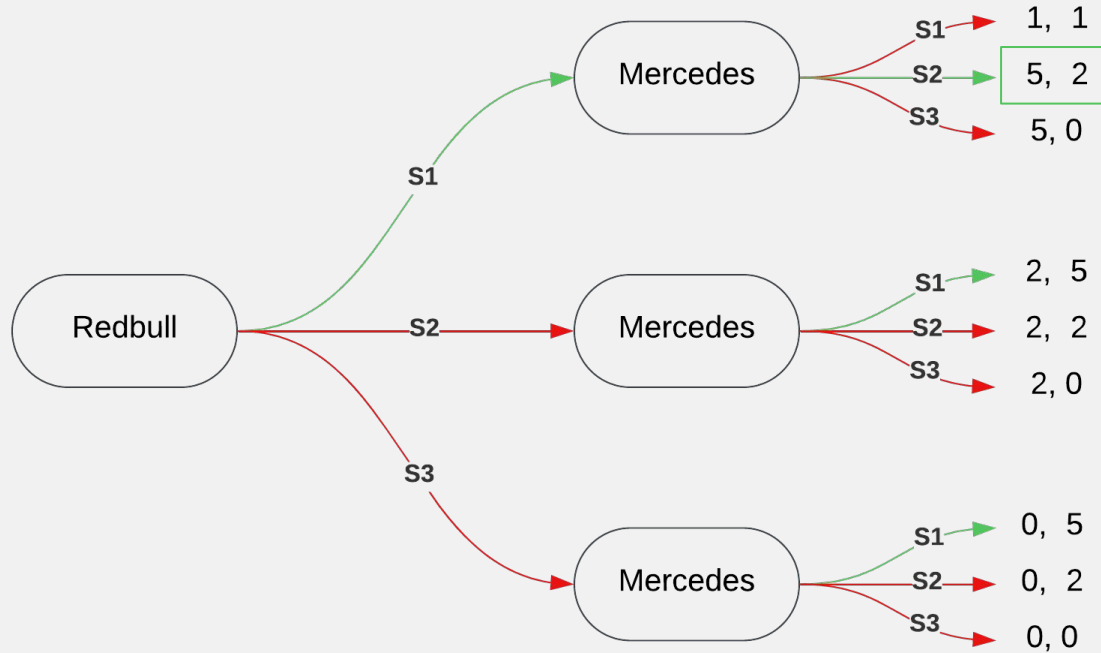
Modello sequenziale **Team B**



Analizziamo, ora, il gioco facendo scegliere la strategia al team Redbull.



Modello sequenziale **Team B**



Applicando la **Rollback induction**,
l'equilibrio di Nash è lo stesso
dell'esempio precedente.



Conclusioni

Modello sequenziale

Abbiamo analizzato la strategia di Pit Stop per **undercut** più opportuna.

- ♦ **Gioco Sequenziale:** I team possono adattare le proprie decisioni strategiche in risposta alle scelte dell'altro team
- ♦ **First-Mover Advantage:** team che agisce per primo ottiene un Rollback Equilibrium migliore, influenzando il risultato finale a proprio favore.

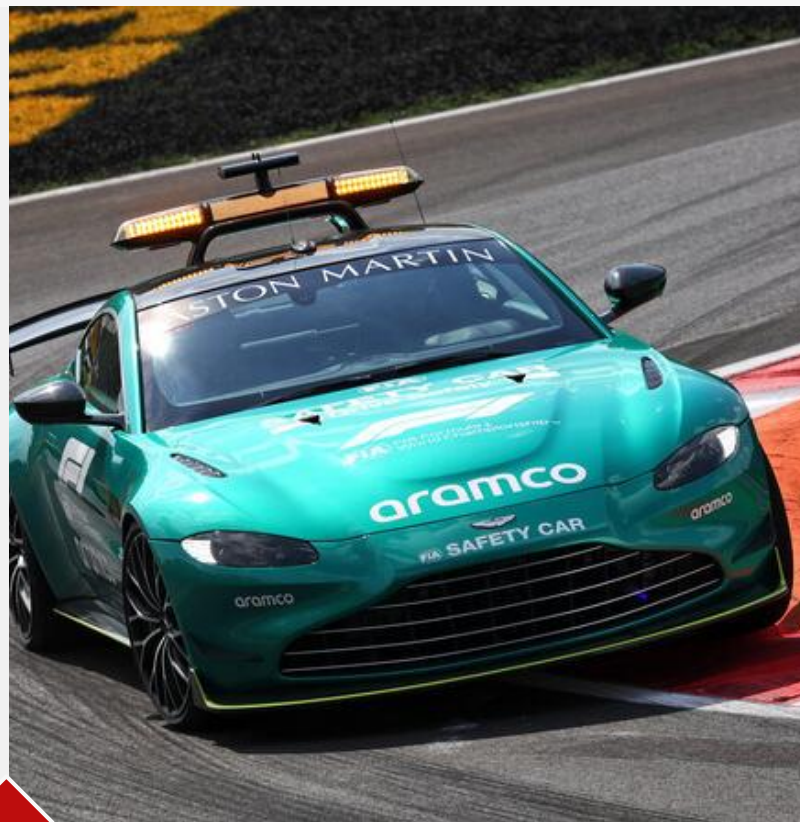
Undercut risulta la strategia ottimale, in quanto anticipare la mossa permette di guadagnare secondi.



04



Safety car



Scenario

A metà gara di Formula 1, la safety car è entrata in pista.

Le Scelte dei Team:

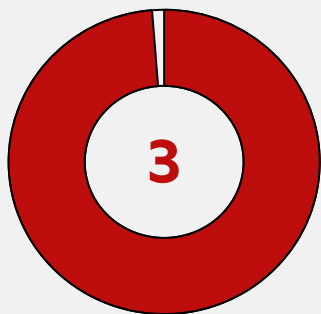
- ◆ Non Effettuare il Pit Stop
- ◆ Effettuare Pit Stop, mescola delle gomme Soft
- ◆ Effettuare Pit Stop, mescola delle gomme Medium
- ◆ Effettuare Pit Stop, mescola delle gomme Hard

Le decisioni devono essere prese senza sapere la strategia dell'altro team, creando un gioco strategico **simultaneo**.



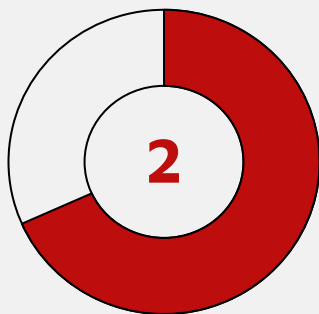


Payoff **Strategie**



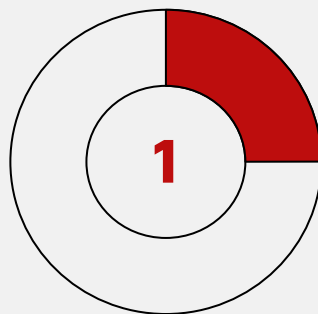
Soft

Payoff massimo,
Strategia più veloce



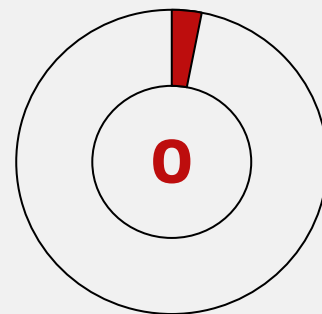
Medium

Peggior rispetto ad S1,
perché richiede 3 pit stop



Hard

Strategia intermedia



No Pit Stop

Strategia lenta



Tabella **PAYOFF**

		Red Bull Team			
		Soft	Medium	Hard	No Pit
Merced es AMG	Soft	3, 3	3, 2	3, 1	3, 0
	Medium	2, 3	2, 2	2, 1	2, 0
	Hard	1, 3	1, 2	1, 1	1, 0
	No Pit	0, 3	0, 2	0, 1	0, 0



Tabella **PAYOFF**

Tramite la **Best Response Analysis**, troviamo 1 Equilibrio di Nash puro

		Red Bull Team			
		Soft	Medium	Hard	No Pit
Mercedes AMG	Soft	3, 3	3, 2	3, 1	3, 0
	Medium	2, 3	2, 2	2, 1	2, 0
	Hard	1, 3	1, 2	1, 1	1, 0
	No Pit	0, 3	0, 2	0, 1	0, 0



Tabella **PAYOFF**

		Red Bull Team			
		Soft	Medium	Hard	No Pit
Merced es AMG	Soft	0, 0	3, 2	3, 1	3, 0
	Medium	2, 3	0, 0	2, 1	2, 0
	Hard	1, 3	1, 2	0, 0	1, 0
	No Pit	0, 3	0, 2	0, 1	0, 0



Tabella **PAYOFF**

Tramite la **Best Response Analysis**, troviamo 2 Equilibri di Nash.

		Red Bull Team			
		Soft	Medium	Hard	No Pit
Mercedes AMG	Soft	0, 0	3, 2	3, 1	3, 0
	Medium	2, 3	0, 0	2, 1	2, 0
	Hard	1, 3	1, 2	0, 0	1, 0
	No Pit	0, 3	0, 2	0, 1	0, 0



Tabella **PAYOFF**

		Red Bull Team			
		Soft	Medium	Hard	No Pit
Merced es AMG	Soft	0, 0	3, 2	3, 1	3, 0
	Medium	2, 3	0, 0	2, 1	2, 0
	Hard	1, 3	1, 2	0, 0	1, 0
	No Pit	0, 3	0, 2	0, 1	0, 0



Tabella **PAYOFF**

		Red Bull Team			
		Soft	Medium	Hard	No Pit
Mercedes AMG	Soft	0,0	3,2	3,1	3,0
	Medium	2,3	0,0	2,1	2,0
	Hard	1,3	1,2	0,0	1,0
	No Pit	0,3	0,2	0,1	0,0

Probabilità **Red Bull**

- ♦ P_1 : probabilità per il team Mercedes di attuare la **strategia 1**
- ♦ P_2 : probabilità per il team Mercedes di attuare la **strategia 2**
- ♦ P_3 : probabilità per il team Mercedes di attuare la **strategia 3**

$$0P_1 + 3P_2 + 3P_3$$

$$2P_1 + 0P_2 + 2P_3$$

$$1P_1 + 1P_2 + 0P_3$$

$$3P_2 + 3P_3 = 2(1 - P_2 - P_3) + 2P_3$$

$$3P_2 + 3P_3 = 1(1 - P_2 - P_3) + P_2$$

$$P_2 = 5/11 = 0.45$$

$$P_3 = -1/11, \text{ ELIMINATO}$$

$$P_1 = 1 - 5/11 = 6/11 \Rightarrow 0.55$$



Probabilità **Mercedes**

- ♦ Q_1 : probabilità per il team Red Bull di attuare la **strategia 1**
- ♦ Q_2 : probabilità per il team Red Bull di attuare la **strategia 2**
- ♦ Q_3 : probabilità per il team Red Bull di attuare la **strategia 3**

$$\cancel{0 Q_1} + 3 Q_2 + 3 Q_3$$

$$2 Q_1 + \cancel{0 Q_2} + 2 Q_3$$

$$1 Q_1 + 1 Q_2 + \cancel{0 Q_3}$$

$$3 Q_2 + 3 Q_3 = 2 (1 - Q_2 - Q_3) + 2 Q_3$$

$$3 Q_2 + 3 Q_3 = 1 (1 - Q_2 - Q_3) + Q_2$$

$$Q_2 = 5/11 = 0.45$$

$$Q_3 = -1/11, \text{ELIMINATO}$$

$$Q_1 = 1 - 5/11 = 6/11 \Rightarrow 0.55$$





Tabella **PAYOFF**

		Red Bull Team			
		Soft	Medium	Hard	No Pit
Mercedes AMG	Soft	0,0	3,2	3,1	3,0
	Medium	2,3	0,0	2,1	2,0
	Hard	1,3	1,2	0,0	1,0
	No Pit	0,3	0,2	0,1	0,0

Calcolo **Payoff**



$$\text{Payoff S1} = 0 Q_1 + 3 Q_2 \Rightarrow 3Q_2 \Rightarrow 3 (0.55) \Rightarrow \boxed{1.65}$$

$$\text{Payoff S2} = 2 Q_1 + 0 Q_2 \Rightarrow 2Q_1 \Rightarrow 2 (0.45) \Rightarrow 0.9$$



$$\text{Payoff S1} = 0 P_1 + 3 P_2 \Rightarrow 3P_2 \Rightarrow 3 (0.55) \Rightarrow \boxed{1.65}$$

$$\text{Payoff S2} = 2 P_1 + 0 P_2 \Rightarrow 2P_1 \Rightarrow 2 (0.45) \Rightarrow 0.9$$



Conclusioni

Modello simultaneo

Abbiamo analizzato la strategia di **Pit Stop** in presenza di una Safety Car.

- ♦ **Primo Caso Studio:** ad entrambi i team conviene scegliere la strategia **Pit Stop** con gomma **Soft**
- ♦ **Secondo Caso Studio:** risolvendo il gioco con **mixed strategy**, ad entrambi i Team conviene applicare la **Strategia 1**.



05



Strategie Pirelli



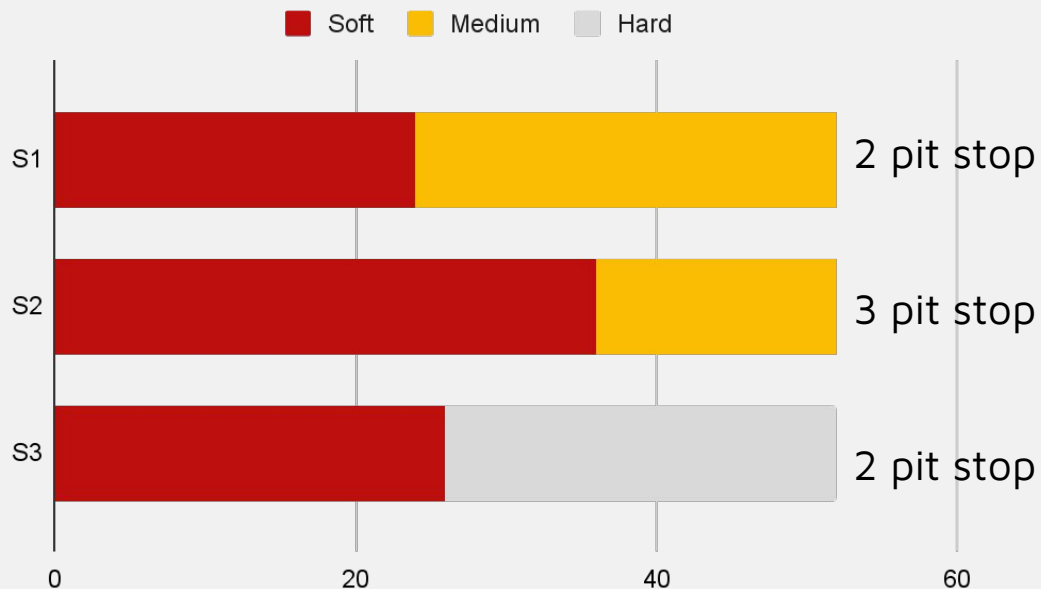


Strategie **Pirelli**

● Soft

● Medium

○ Hard



Durata **Pneumatici**



SOFT

Pirelli dichiara **15 giri**



MEDIUM

Pirelli dichiara **28 giri**



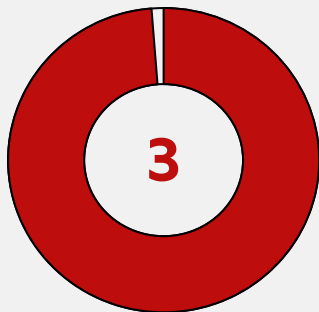
HARD

Pirelli dichiara **26 giri**



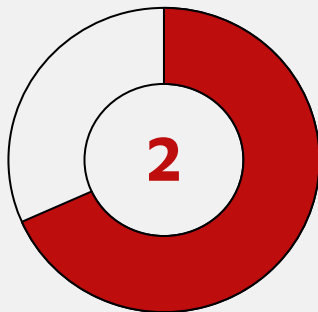


Payoff **Strategie**



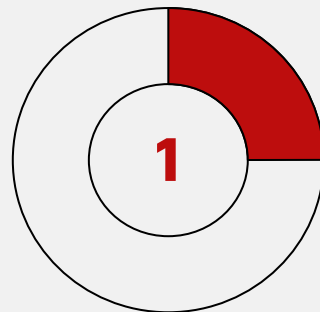
Strategia 1

Payoff massimo,
Strategia più veloce



Strategia 2

Peggior rispetto ad S1,
perché richiede 3 pit stop



Strategia 3

Strategia più lenta



Tabella **PAYOFF**

		Red Bull Team		
		S1	S2	S3
Mercedes AMG	S1	0, 0	1, -1	3, -3
	S2	-1, 1	0, 0	2, -2
	S3	-3, 3	-2, 2	0, 0



Tabella **PAYOFF**

Tramite il metodo **Min**
Max, troviamo 1
Equilibrio di Nash puro

		Red Bull Team		
		S1	S2	S3
Mercedes AMG	S1	0, 0	1, -1	3, -3
	S2	-1, 1	0, 0	2, -2
	S3	-3, 3	-2, 2	0, 0

Payoff **Team Red Bull**

- ♦ **Ps1:** probabilità per il team Mercedes di attuare la **strategia 1**, **50%**
- ♦ **Ps2:** probabilità per il team Mercedes di attuare la **strategia 2**, **15%**
- ♦ **Ps3:** probabilità per il team Mercedes di attuare la **strategia 3**, **35%**

$$\text{Payoff S1} = 0 P_{s1} + 1 P_{s2} + 3 P_{s3} \Rightarrow 1 P_{s2} + 3 P_{s3} \Rightarrow 1 (0.15) + 3 (0.35) \Rightarrow 1.2$$

$$\text{Payoff S2} = -1 P_{s1} + 0 P_{s2} + 2 P_{s3} \Rightarrow -1 P_{s1} + 2 P_{s3} \Rightarrow -1 (0.5) + 2 (0.35) \Rightarrow 0.2$$

$$\text{Payoff S3} = -3 P_{s1} - 2 P_{s2} + 0 P_{s3} \Rightarrow -3 P_{s1} - 2 P_{s2} \Rightarrow -3 (0.5) - 2 (0.15) \Rightarrow -1.8$$

Date queste probabilità per il team Mercedes, al team Red Bull conviene attuare la **strategia 1**.



Payoff **Team Mercedes**

- ♦ **Qs1:** probabilità per il team Red Bull di attuare la **strategia 1**, **40%**
- ♦ **Qs2:** probabilità per il team Red Bull di attuare la **strategia 2**, **20%**
- ♦ **Qs3:** probabilità per il team Red Bull di attuare la **strategia 3**, **40%**

$$\text{Payoff S1} = 0 Q_{s1} + 1Q_{s2} + 3Q_{s3} \Rightarrow 1Q_{s2} + 3Q_{s3} \Rightarrow 1 (0.2) + 3 (0.4) \Rightarrow \boxed{1.4}$$

$$\text{Payoff S2} = -1 Q_{s1} + 0Q_{s2} + 2Q_{s3} \Rightarrow -1 Q_{s1} + 2Q_{s3} \Rightarrow -1 (0.4) + 2 (0.4) \Rightarrow 0.4$$

$$\text{Payoff S3} = -3 Q_{s1} - 2Q_{s2} + 0Q_{s3} \Rightarrow -3 Q_{s1} - 2Q_{s2} \Rightarrow -3 (0.4) - 2 (0.2) \Rightarrow -1.6$$

Date queste probabilità per il team Red Bull, al team Mercedes conviene attuare la **strategia 1**.



Conclusioni

Mixed Strategy

Abbiamo condotto un'analisi delle strategie disponibili per entrambi i team.

Sulla base delle probabilità calcolate per ciascuna opzione, è emerso che la **strategia 1** offre il maggior vantaggio competitivo.

Risulta, quindi, la scelta ottimale per entrambi i team.



Grazie per l'attenzione

Andrea Grassi, mat. 196608

”

