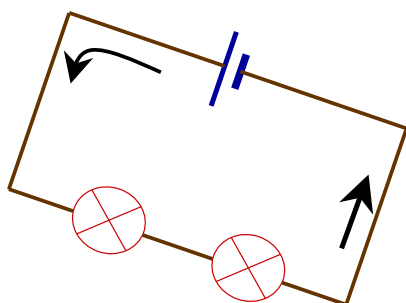


Sinais e Sistemas Electrónicos



Capítulo 1: Fundamentos (parte 2)



Ernesto Martins
evm@ua.pt
DETI (gab. 4.2.38)
Universidade de Aveiro



Sinais e Sistemas Electrónicos – 2023/2024

Sumário

- Lei de Ohm;
- Resistividade;
- Potência dissipada numa resistência;
- Lei das correntes e lei das tensões de Kirchhoff;
- Análise de circuitos simples (um só *loop* / um par de nós);
- Combinação de fontes e de resistências;
- Divisores de tensão e de corrente.

Lei de Ohm

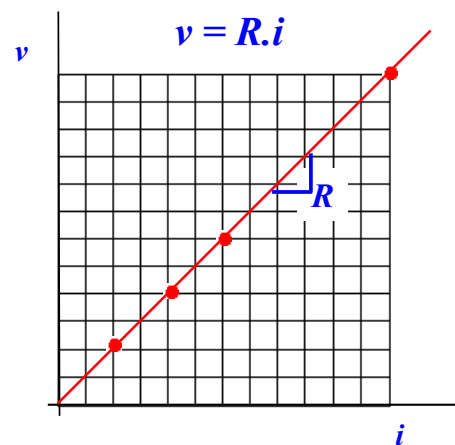
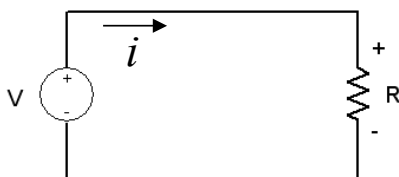


George Simon Ohm, físico alemão
(16-03-1789, 06-07-1854)

Lei de Ohm

● Lei fundamental da electricidade enunciada pela primeira vez, em 1827, pelo físico alemão Georg Simon Ohm:

“Para todo o *condutor linear*, existe uma razão constante entre a tensão v aos seus terminais e a corrente i que o atravessa”



● A constante de proporcionalidade é a **Resistência, R** .

● A **resistência** é uma medida da oposição que o condutor eléctrico oferece à passagem da corrente; Medida em *Ohm* (Ω);

Lei de Ohm e os sinais da tensão e corrente

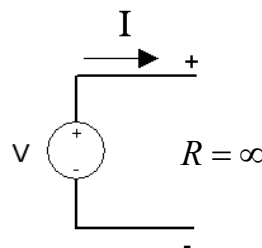
- A expressão dada da Lei de Ohm é válida para uma resistência desde que se respeite a **CSEP**:



Circuito aberto e curto-circuito

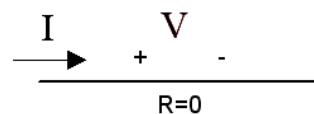
- Num **circuito aberto**,

$$R = \infty \Rightarrow i = v/R = 0$$



- Num **curto-circuito**,

$$R = 0 \Rightarrow v = R.i = 0$$



Nota: Nos circuitos que iremos estudar, os fios de ligação entre elementos são considerados ideais: apresentam $R = 0\Omega$.

Resistência e resistividade de materiais

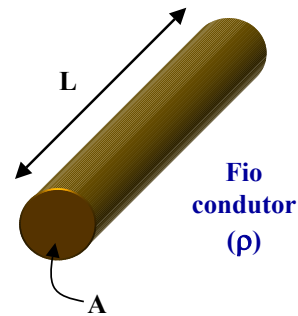
- Os condutores reais apresentam uma resistência eléctrica que pode ser determinada por:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

ρ - Resistividade do material, em Ωm ;

L – comprimento, em m ;

A – Área da secção, em m^2 .



Material	$\rho (\Omega m)$
prata (Ag)	1.6×10^{-8}
cobre (Cu)	1.7×10^{-8}
ouro (Au)	2.2×10^{-8}
alumínio (Al)	2.7×10^{-8}
tungsténio (W)	5.5×10^{-8}

Potência dissipada numa resistência

- A resistência é o elemento passivo mais simples;
- A potência dissipada ou absorvida por uma resistência é sempre positiva;

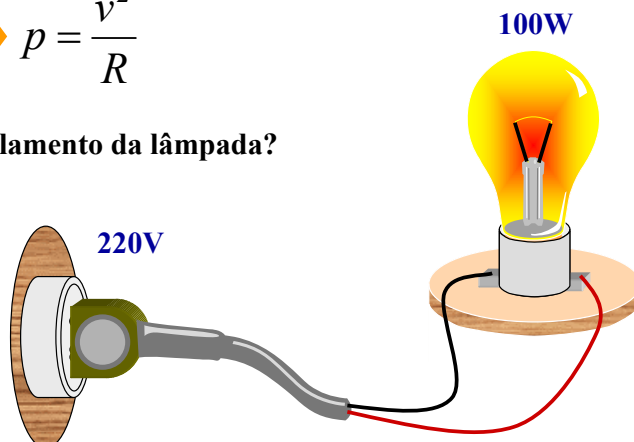
$$p = v.i = (R.i).i \quad \Rightarrow \quad p = R.i^2$$

$$p = v.i = v \left(\frac{v}{R} \right) \quad \Rightarrow \quad p = \frac{v^2}{R}$$

- Qual é o valor da resistência do filamento da lâmpada?

$$p = \frac{v^2}{R} \quad \Leftrightarrow \quad R = \frac{v^2}{p}$$

$$R = \frac{220^2}{100} = 484 \Omega$$



Leis de Kirchhoff

lei das correntes



Gustav Robert Kirchhoff, físico alemão
(12-03-1824, 17-10-1887)

Definições

Na análise que se segue consideramos:

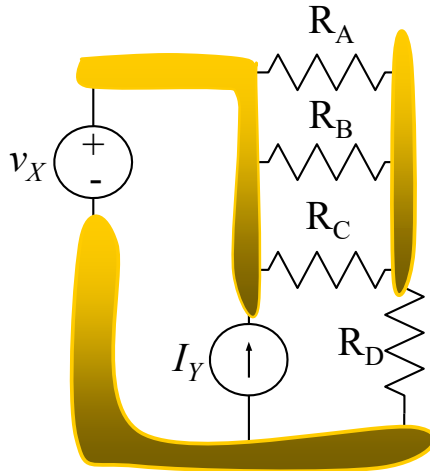
- **Nó** – Ponto de ligação de dois ou mais elementos;
- **Ramo** – Caminho no circuito que liga dois nós.
- **Caminho fechado ou *loop*** – Qualquer caminho através do circuito que começa e termina no mesmo nó.

Nós

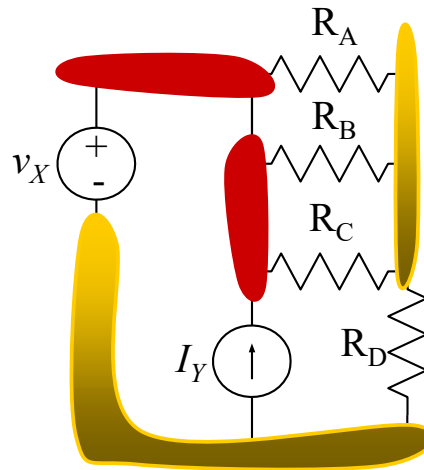
- Para analisar um circuito é importante identificar os nós desse circuito.

Quantos nós?

Resposta: 3



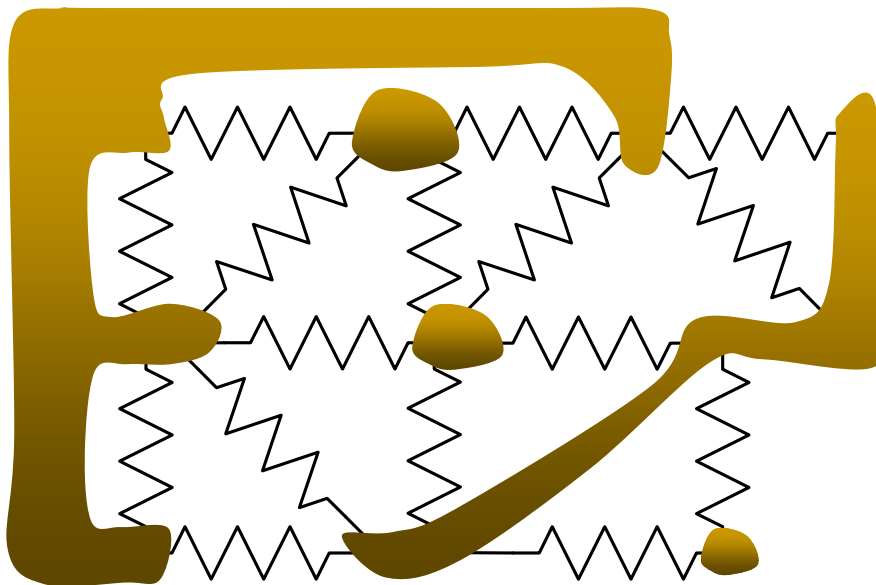
Dois pontos de ligação ligados por um fio constituem o mesmo nó



Nós

Quantos nós tem este circuito?

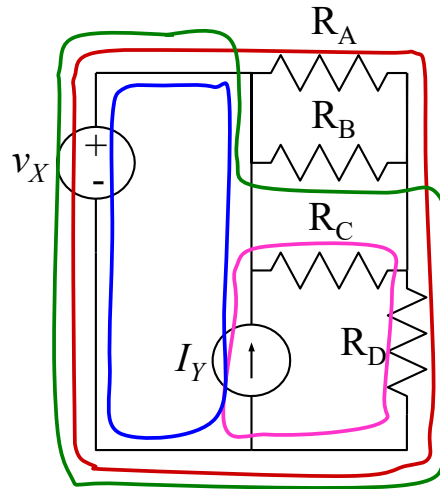
Resposta: 5



Caminhos fechados ou *loops*

• Para analisar um circuito é importante identificar *loops* nesse circuito (embora não seja preciso identificar todos os *loops* possíveis).

• Alguns desses *loops* são:



Lei das Correntes de Kirchhoff – 1ª lei: KCL

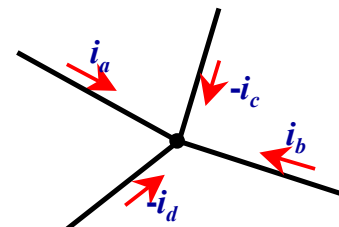
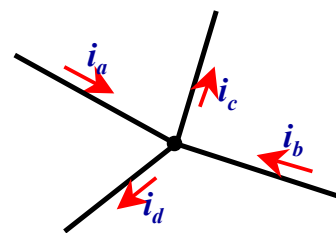
• “A soma das correntes que entram num nó é igual à soma das correntes que saem desse nó”

$$i_a + i_b = i_c + i_d$$

• É uma consequência da **Lei da Conservação da Carga**: a carga não se pode perder nem criar num nó;

• Alternativamente pode ser enunciada como:
“A soma algébrica das correntes que entram num nó é zero”

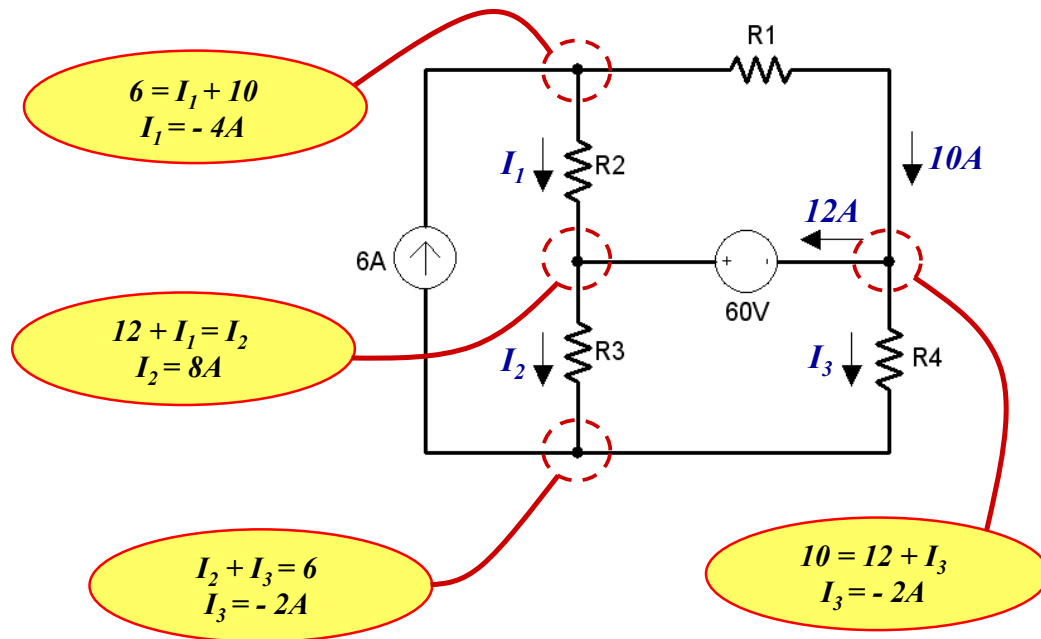
$$\sum_{n=1}^N i_n = 0$$



$$i_a + i_b - i_c - i_d = 0$$

Lei das Correntes de Kirchhoff – 1ª lei: KCL

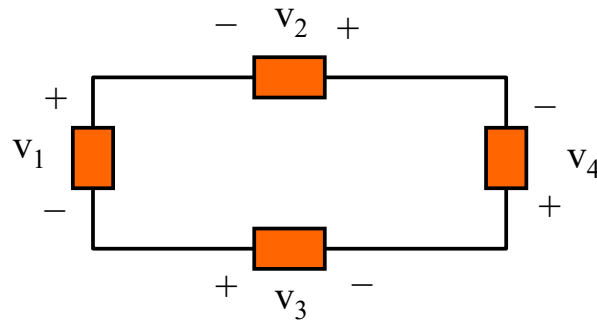
Calcular I_1 , I_2 e I_3 .



Leis de Kirchhoff

lei das tensões

Lei das Tensões de Kirchhoff – 2ª lei: KVL



- “A soma algébrica das tensões ao longo de um caminho fechado (*loop*) é zero” $v_1 + v_2 + v_3 + v_4 = 0$

- É uma consequência da **Lei da Conservação da Energia**;

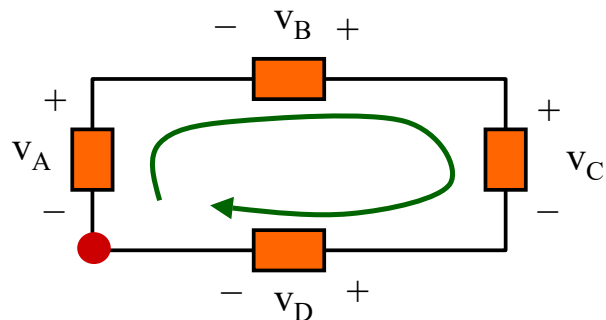
- Mais genericamente,
$$\sum_{n=1}^N v_n = 0$$

Lei das Tensões de Kirchhoff – 2ª lei: KVL

Para escrever a soma das tensões de um *loop*, procedemos da seguinte maneira:

- 1- Escolhemos um nó como ponto de partida do caminho fechado;

- 2- Percorremos o *loop* no sentido horário ou anti-horário, adicionando cada uma das tensões que encontramos;



- 3- O sinal algébrico atribuído a cada tensão é:

- Positivo, se encontramos primeiro o sinal positivo (+) dessa tensão;
- Negativo, se encontramos primeiro o sinal negativo (-) dessa tensão;

➡ $-v_A - v_B + v_C + v_D = 0$

Lei das Tensões de Kirchhoff – 2ª lei: KVL

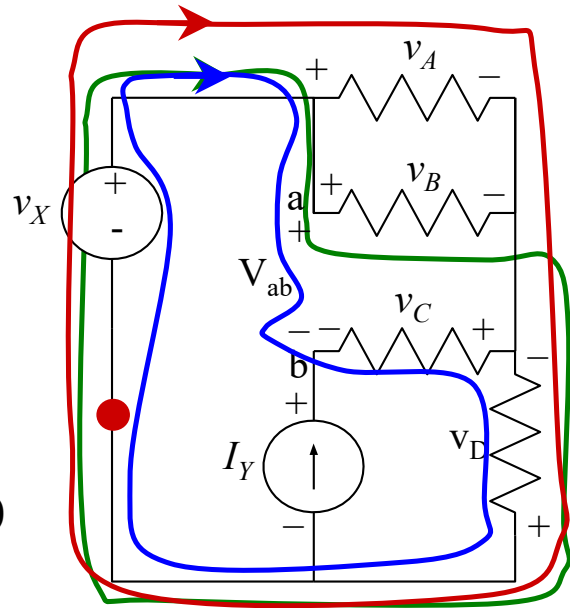
● Podemos escrever tantas equações quantos os *loops* que conseguirmos identificar no circuito:

➡ $-v_X + v_A - v_D = 0$

➡ $-v_X + v_B - v_D = 0$

Excepção: Caminho a azul não é um *loop*, mas pode ser considerado para efeitos da aplicação da KVL:

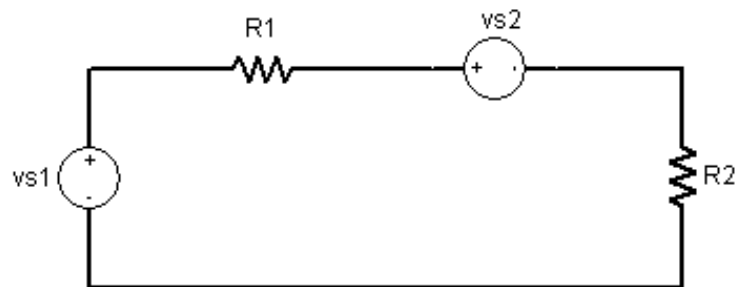
➡ $-v_X + v_{ab} - v_C - v_D = 0$



Análise de circuitos simples

Circuito com um só *loop* (ou uma só malha)

- Pretendemos analisar o **circuito série** dado;

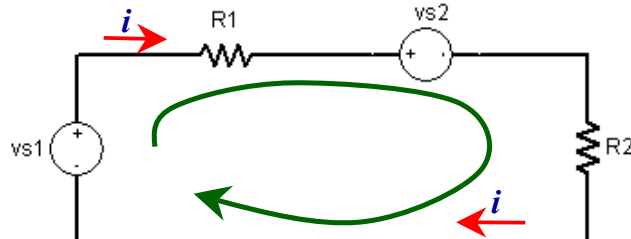


- Como este é um circuito série, a grandeza mais importante a determinar (da qual todas as outras dependem) é a **corrente, i** , no circuito.

Circuito com um só *loop* – determinação de i

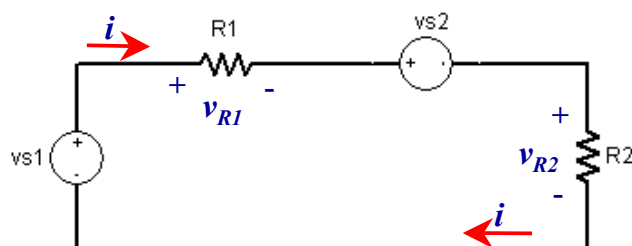
Aplicação da KVL

- 1- Arbitrar um sentido de referência para a corrente



Lembremos que elementos em série são percorridos pela mesma corrente.

- 2- Escolher as polaridades de referência para as tensões desconhecidas

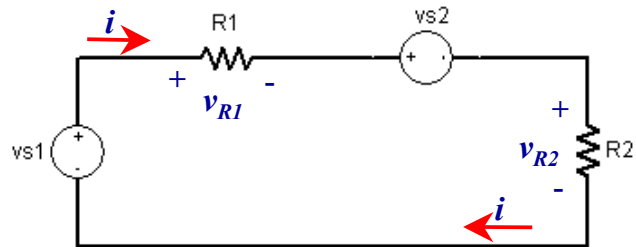


Convém escolher as polaridades de forma a que a corrente entre pelo lado positivo.

Circuito com um só loop – determinação de i

3- Com base na **Lei das Tensões de Kirchhoff**, escrever a equação:

$$-v_{s1} + v_{R1} + v_{s2} + v_{R2} = 0$$



4- Aplica-se a **Lei de Ohm** para expressar v_{R1} e v_{R2} em função de i :

$$v_{R1} = R_1 \cdot i \quad v_{R2} = R_2 \cdot i$$

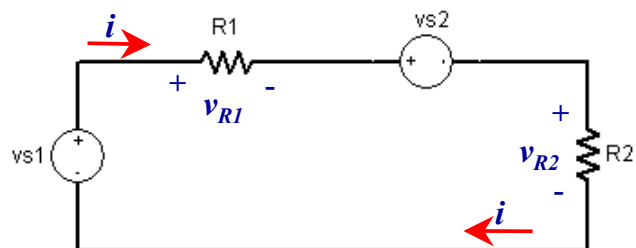
$$-v_{s1} + R_1 \cdot i + v_{s2} + R_2 \cdot i = 0$$

$$i = \frac{v_{s1} - v_{s2}}{R_1 + R_2}$$

Circuito com um só loop

• Sabendo i podemos calcular praticamente tudo sobre o circuito, por exemplo:

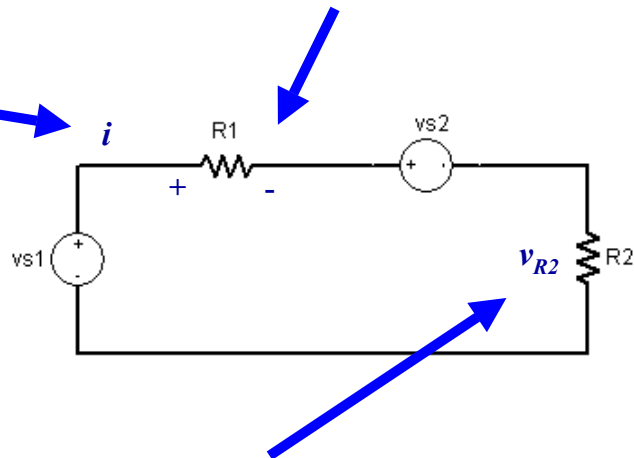
- A tensão aos terminais de R1: $v_{R1} = R_1 \cdot i$
- A potência dissipada em R2: $p_{R2} = R_2 \cdot i^2$
- As potências absorvidas por cada uma dos geradores: $p_{s1} = v_{s1} \cdot (-i)$
 $p_{s2} = v_{s2} \cdot i$



Erros frequentes!...

Indicar corrente...
mas não o sentido!

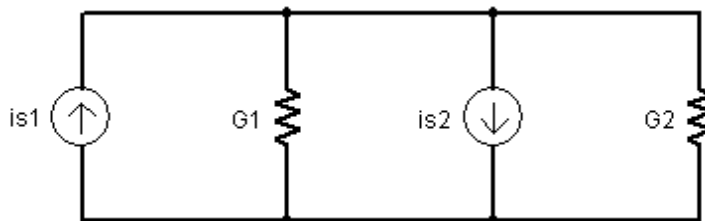
Indicar polaridade... mas
não indicar a tensão!



Indicar tensão... mas não
a polaridade!

Circuito com um par de nós

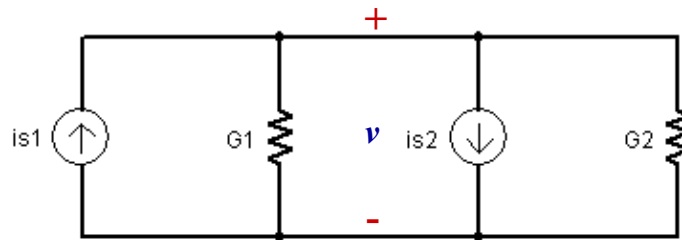
- Pretendemos analisar o **circuito paralelo** dado;



- Neste caso, como se trata de um circuito paralelo, a grandeza mais importante a determinar (da qual todas as outras dependem) é a **tensão, v** , entre os dois nós.

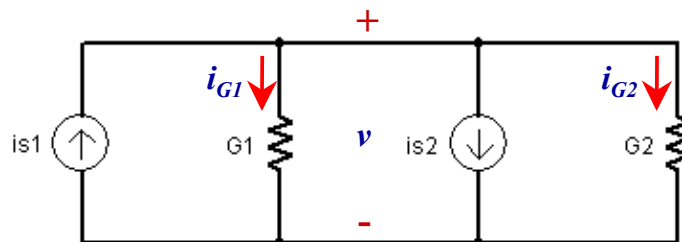
Circuito com um par de nós – determinação de v **Aplicação da KCL**

- 1- Arbitrar uma polaridade de referência para a tensão v ;



Lembremos que elementos em paralelo estão todos à mesma tensão.

- 2- Escolher sentidos de referência para as correntes desconhecidas;

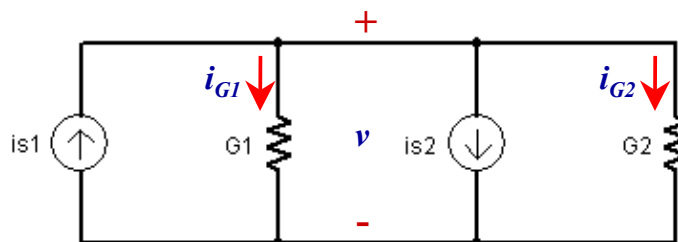


Convém escolher os sentidos de forma a que as correntes entrem pelo lado positivo da tensão.

Circuito com um par de nós – determinação de v

- 3- Com base na **Lei das Correntes de Kirchhoff**, escrever a equação do nó:

$$-i_{s1} + i_{G1} + i_{s2} + i_{G2} = 0$$



- 4- Aplica-se a **Lei de Ohm** para expressar i_{G1} e i_{G2} em função de v :

$$i_{G1} = G_1 \cdot v \quad i_{G2} = G_2 \cdot v$$

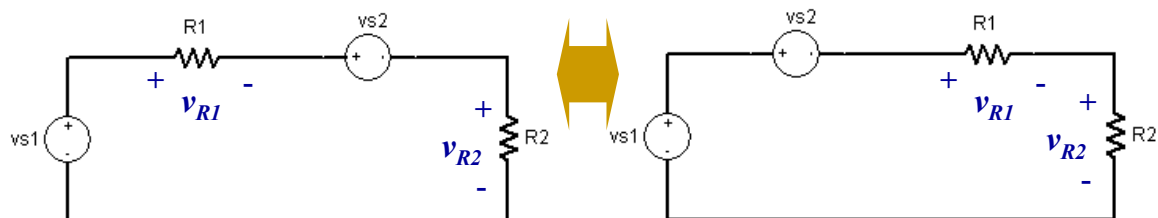
$$-i_{s1} + G_1 \cdot v + i_{s2} + G_2 \cdot v = 0$$

$$v = \frac{i_{s1} - i_{s2}}{G_1 + G_2}$$

Combinação de fontes e resistências

Combinação de fontes

- Notar que a posição relativa dos elementos num circuito série não afecta a corrente no mesmo.

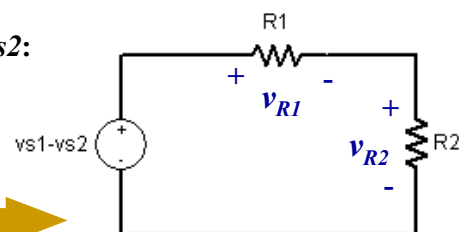


$$-v_{s1} + v_{R1} + v_{s2} + v_{R2} = 0$$

$$-v_{s1} + v_{s2} + v_{R1} + v_{R2} = 0$$

- Podemos combinar as fontes de tensão $vs1$ e $vs2$:

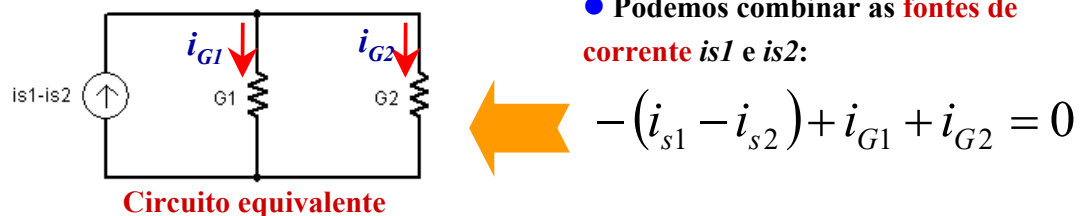
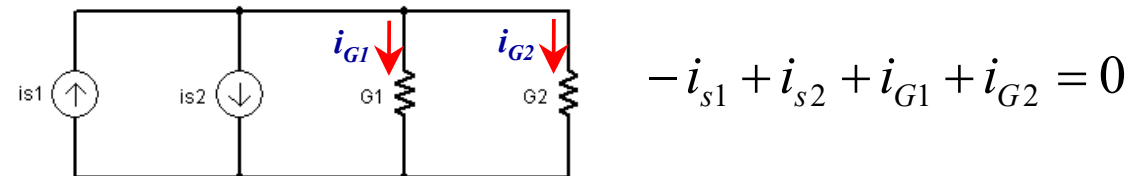
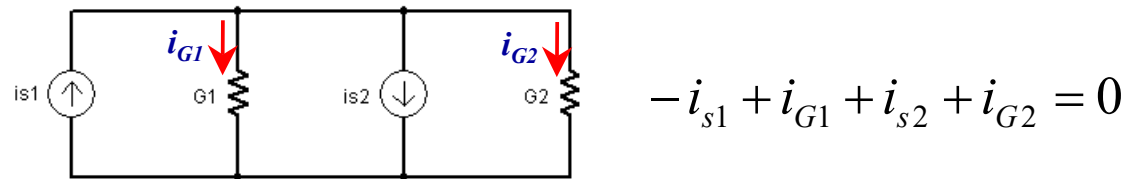
$$-(v_{s1} - v_{s2}) + v_{R1} + v_{R2} = 0$$



Circuito equivalente

Combinação de fontes

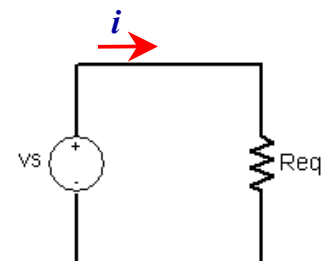
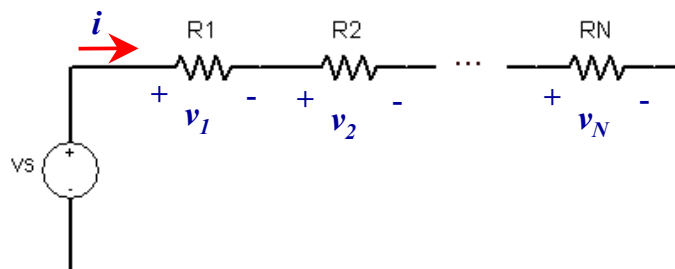
- O mesmo pode ser feito para as fontes de corrente.



- Podemos combinar as fontes de corrente *is1* e *is2*:

Combinação de resistências – em série

- Num circuito podemos substituir combinações de resistências por uma resistência equivalente;



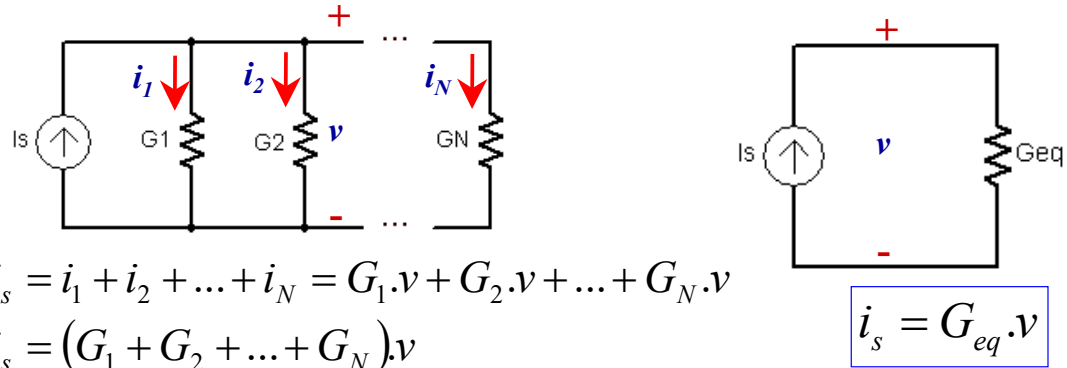
$$v_s = v_1 + v_2 + \dots + v_N = R_1 \cdot i + R_2 \cdot i + \dots + R_N \cdot i$$

$$v_s = (R_1 + R_2 + \dots + R_N) \cdot i$$

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_N$$

$$v_s = R_{eq} \cdot i$$

Combinação de resistências – em paralelo



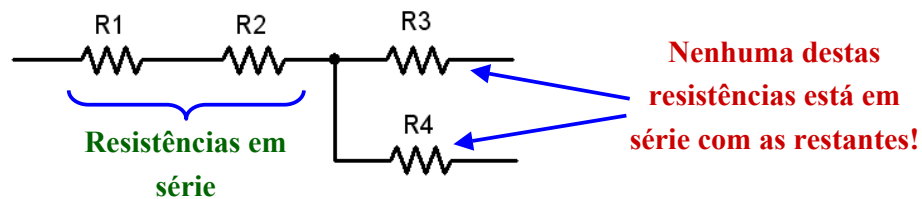
Nota: Para $N=2$ a resistência equivalente é dada por:

$$R_{eq2} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$$G_{eq} = G_1 + G_2 + \dots + G_N$$

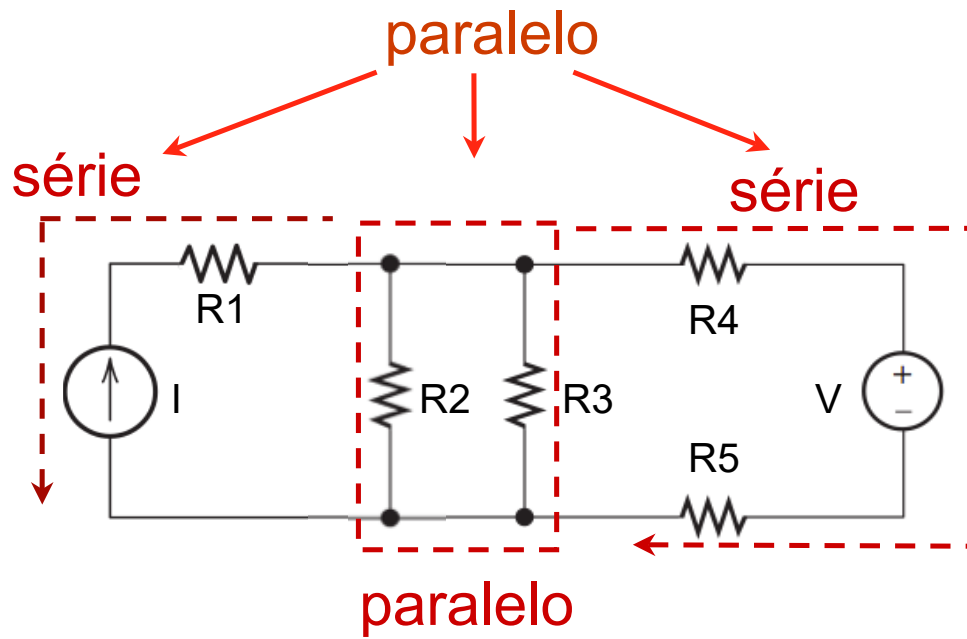
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N}$$

Erros frequentes: Combinação de resistências



- Nos elementos em série, não pode haver derivação nos pontos intermédios.

Erros frequentes: Paralelos e séries



Divisores de tensão e de corrente

Circuitos muito comuns em electrónica!

Divisor de tensão

• Serve para exprimir a tensão aos terminais de uma resistência num circuito com várias resistências em série.

• Aplicando a Lei de Ohm a R_j (com $1 \leq j \leq N$)

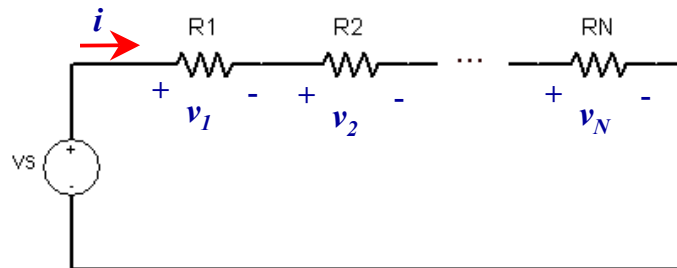
$$v_j = R_j \cdot i$$

• Aplicando a mesma lei ao circuito todo

$$i = \frac{v_s}{R_1 + R_2 + \dots + R_N}$$

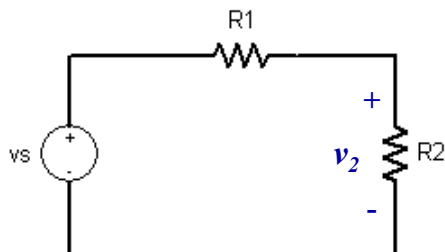
• Substituindo na expressão acima dá:

$$v_j = \frac{R_j}{R_1 + R_2 + \dots + R_N} v_s$$



Divisor de tensão com duas resistências

• Aparece com mais frequência com apenas duas resistências (ou dois conjuntos) ligadas a uma fonte de tensão.



$$v_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_s$$

Mnémónica: Tensão numa das resistências é a *resistência em causa* a dividir pela soma das resistências, vezes a tensão da fonte.

Divisor de corrente

- É o dual do divisor de tensão e serve para exprimir a corrente através de uma resistência num circuito com várias resistências em paralelo.

- Aplicando a Lei de Ohm a G_j (com $1 \leq j \leq N$)

$$i_j = G_j \cdot v$$

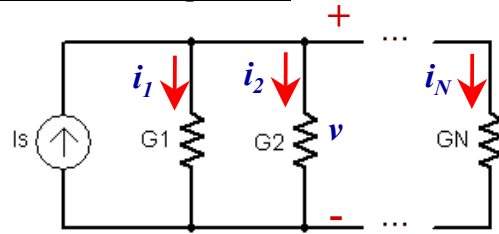
- Aplicando a mesma lei ao circuito todo

$$v = \frac{i_s}{G_1 + G_2 + \dots + G_N}$$

- Substituindo na expressão acima dá: $i_j = \frac{G_j}{G_1 + G_2 + \dots + G_N} i_s$

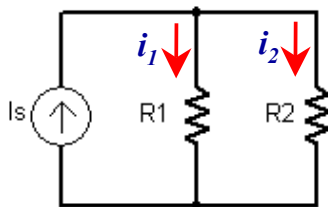
- Ou:

$$i_j = \frac{\frac{1}{R_j}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N}} i_s$$



Divisores de corrente com duas resistências

- É também com apenas duas resistências (ou grupos de resistências) que o divisor de corrente surge com mais frequência.

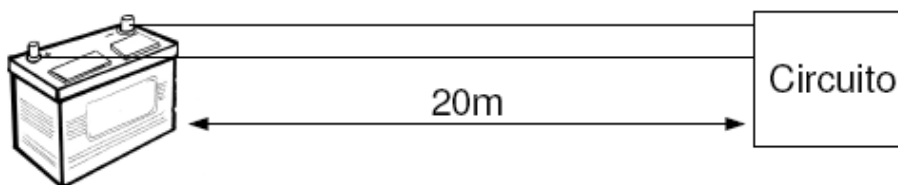


$$i_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i_s$$

Mnémónica: Corrente numa das resistências é a *outra resistência* a dividir pela soma das resistências, vezes a corrente da fonte.

Exercícios de aplicação

Problema 1

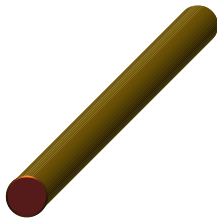


Um par de condutores de cobre com $0,75\text{mm}^2$ de secção é utilizado para ligar uma bateria de 12 V (tensão nominal) ao circuito que alimenta. O circuito e a bateria estão distantes entre si de 20m.

- Determine a resistência de cada um destes condutores.
- Se o circuito consumir 3A e a bateria tiver uma tensão de 12,3 V aos seus terminais, qual a d.d.p. aos terminais do circuito?

Resolução

1º: Resistência de cada fio condutor, R_C



$$R_C = \rho \frac{L}{A}$$

$$\rho = 1.68 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$$

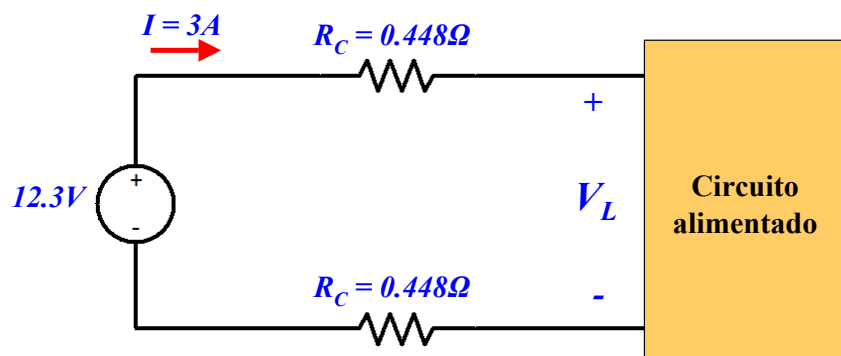
$$L = 20m$$

$$A = 0.75 mm^2 = 0.75 \times 10^{-6} m^2$$

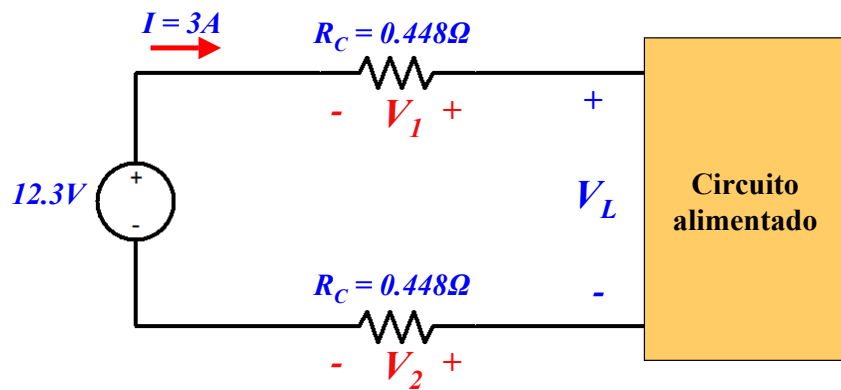
$$R_C = 1.68 \times 10^{-8} \frac{20}{0.75 \times 10^{-6}} = 0.448 \Omega$$

2º: Tensão aos terminais do circuito, V_L

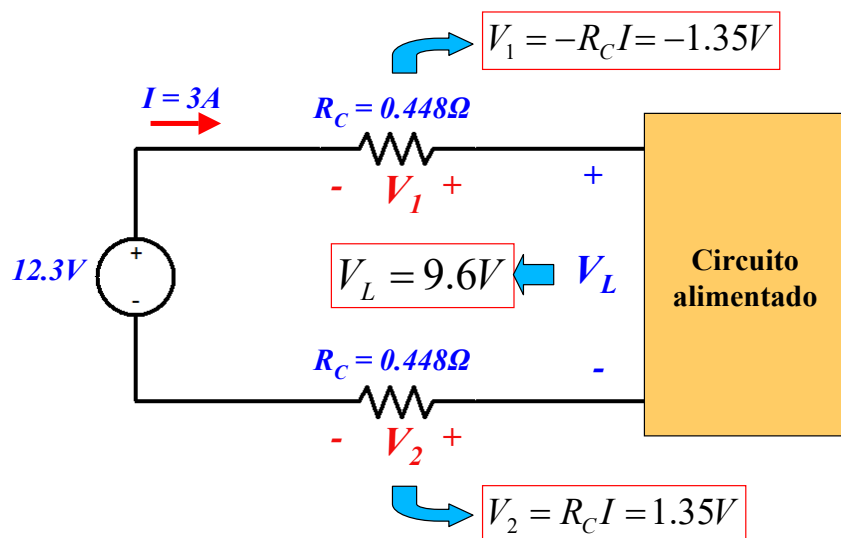
O circuito equivalente é:



- Para determinar V_L vamos usar **KVL**;
- ...mas para isso precisamos de marcar **tensões de referência** nas resistências.



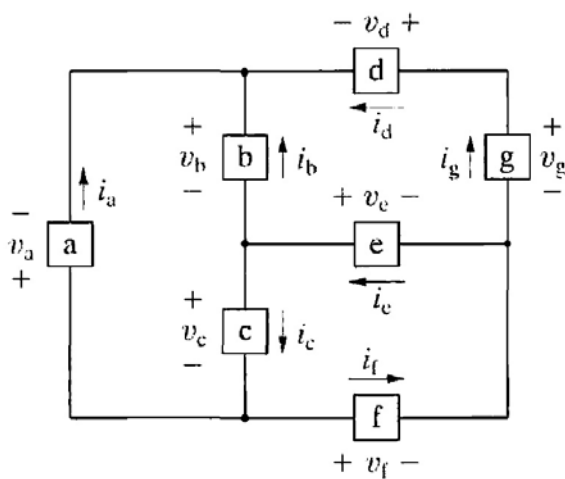
- Aplicando **KVL**, obtemos: $-12.3 - V_1 + V_L + V_2 = 0$
- Usando a **Lei de Ohm**: $V_1 = -R_C I$ e $V_2 = R_C I$
- Substituindo... $-12.3 + R_C I + V_L + R_C I = 0$
- Substituindo os valores de R_C e I : $-12.3 + 2(0.448 \times 3) + V_L = 0$
 $V_L = 9.6V$



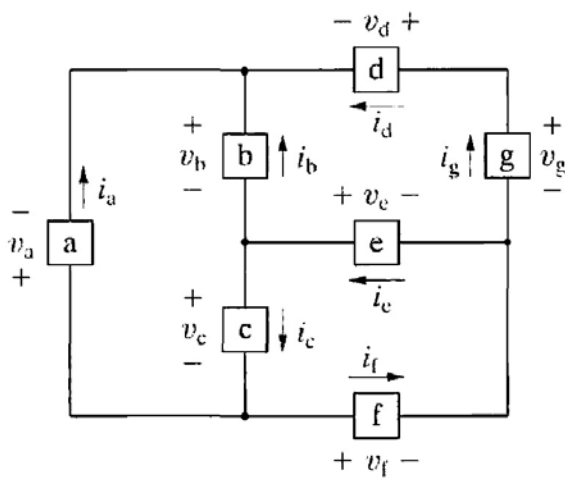
- Às tensões V_1 e V_2 é costume chamar-se **quedas de tensão**.

Problema 2

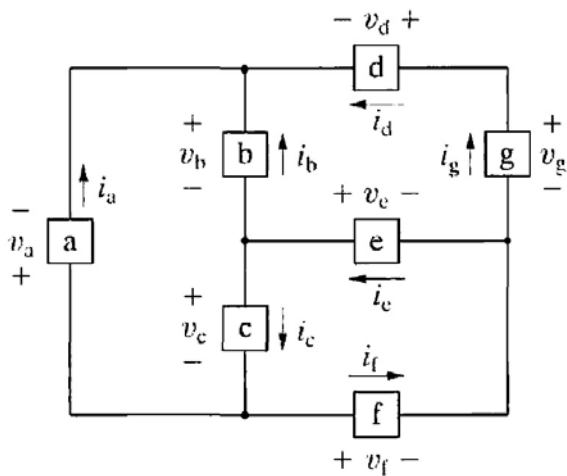
P_d = potência dissipada



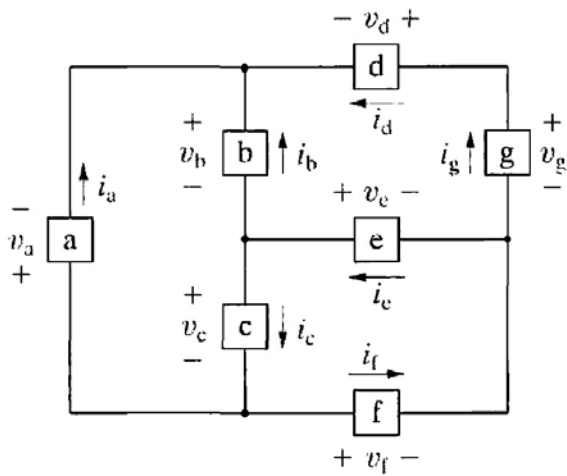
Elemento	V (V)	I (A)	P_d (W)	D/F
a	7			
b	-4	10		
c	-3			
d	1	4		
e	1	-6		
f	4			
g	-2			



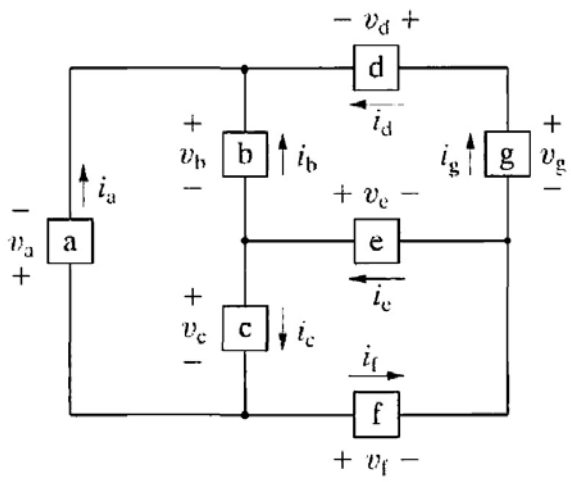
Elemento	V (V)	I (A)	P_d (W)	D/F
a	7			
b	-4	10		
c	-3			
d	1	4		
e	1	-6		
f	4			
g	-2			



Elemento	V (V)	I (A)	P_d (W)	D/F
a	7	-14		
b	-4	10		
c	-3	-16		
d	1	4		
e	1	-6		
f	4	-2		
g	-2	4		



Elemento	V (V)	I (A)	P_d (W)	D/F
a	7	-14	-98	
b	-4	10	40	
c	-3	-16	48	
d	1	4	4	
e	1	-6	6	
f	4	-2	-8	
g	-2	4	8	



Elemento	V (V)	I (A)	P_d (W)	D/F
a	7	-14	-98	<i>F</i>
b	-4	10	40	<i>D</i>
c	-3	-16	48	<i>D</i>
d	1	4	4	<i>D</i>
e	1	-6	6	<i>D</i>
f	4	-2	-8	<i>F</i>
g	-2	4	8	<i>D</i>