Universidade de Brasília

Controle Digital

Projeto Controle Digital - Controle por avanço e/ou atraso de fase do Servomecanismo translacional IP02-1

Luiz Vitor da Silva Vieira Reis - 13/0123391
Matheus Abrantes Cerqueira - 13/0144291
Vitor Alves Duarte - 13/0018546

Professor: Henrique Cézar

Data de realização: 29/11/2017

Índice

Projeto Controle Digital
Controle por avanço e/ou atraso de fase

Luiz Vitor da Silva Vieira Reis 13/0123391
Matheus Abrantes Cerqueira 13/0144291
Vitor Alves Duarte 13/0018546

7 de Dezembro de 2017

1 Resumo

Nesse trabalho foi feito o controle por lugar geométrico das raízes(LGR) de um servomecanismo linear, o controlador utilizado foi do tipo avanço e atraso que atingiu os requisitos de ultrapassagem percentual e tempo de pico desejados.

2 Introdução

2.1 Revisão bibliográfica

O Lugar Geométrico das Raízes (LGR) é uma técnica gráfica que permite visualizar a variação dos polos de malha fechada de um sistema, de acordo com a variação de um ganho K. A informação da localização dos polos de malha fechada de um sistema são de suma importância, tanto para a análise de estabilidade quanto para o projeto de controladores.

Considerando um sistema $G(z)$, realimentado negativamente com uma função de transferência $H(z)$, como descrito na Figura 1

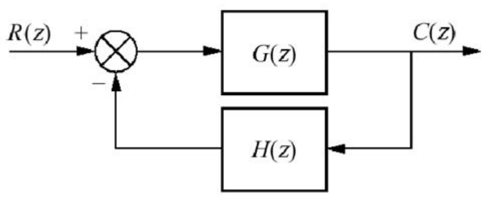

Figura 1: Diagrama de blocos realimentado negativamente

a função de transferência da saída em relação a entrada de referência é dada por:

$$\frac{C(z)}{R(z)} = \frac{G(z)}{1 + G(z)H(z)} \tag{1}$$

O polinômio característico $P(z)$ do sistema é dado por:

$$P(z) = 1 + G(z)H(z) \tag{2}$$

Para obter os polos de malha fechada basta encontrar as raízes do polinômio $P(z)$:

$$P(z) = 1 + F(z) = 0, \tag{3}$$

onde, $F(z) = G(z)H(z)$.

Isolando $F(z)$:

$$F(z) = -1 + j0 \tag{4}$$

A partir da equação (4) pode definir condições de módulo e fase que $F(z)$ deve satisfazer para que seus polos pertençam ao LGR:

$$|F(z)| = 1 \tag{5}$$

$$\angle F(z) = 180° \pm 360° k \tag{6}$$

Por meio da análise dos polos de malha fechada de um sistema é possível compreender o seu comportamento. O projeto de um controlador pode ser feito escolhendo polos desejados e projetando um controlador que permita atingi-los, uma vez que o controlador interfere na equação característica do sistema.

A planta utilizada foi o servomecanismo translacional IP02 da Quanser, empresa destaque em produtos laboratoriais nas áreas de controle, robótica e mecatrônica.[1]

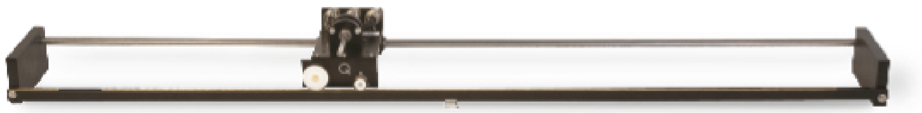

Figura 2: Servomecanismo linear IP02

A planta servo linear IP02 consiste em um carro fixo em um eixo que se desloca devido o movimento rotacional de um motor CC que é transformado em translação por meio de uma cremalheira. A função de transferência da planta IP02 é dada por:

$$\frac{X(s)}{V_m(s)} = G(s) = \frac{b}{s(s+a)} \tag{7}$$

Em que v_m(t) é a tensão aplicada no motor e x(t) a posição do carro.

Espera-se que o sistema tenha uma resposta em malha fechada do tipo de segunda ordem, ou

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{{\omega_n}^2}{s^2 + 2 \cdot \xi \omega_n \cdot s + \omega_n^2}. \tag{8}$$

Para funções de transferência de segunda ordem como a equação 8, tem-se que a ultrapassagem percentual(UP) é dada por

$$UP = \frac{c_{max} - c_{final}}{c_{final}} = \tag{9}$$

em que c_{max} é o valor máximo da saída e c_{final} o valor em regime da saída $c(t)$. Além disso tem-se que o tempo de pico, é dado por

$$T_p = \frac{\pi}{\omega_n \cdot \sqrt{1 - \xi^2}} \tag{10}$$

3 Metodologia

Primeiramente foram determinados os parâmetros a e b da equação 7, para isso foram aplicadas entradas na função de transferência de malha fechada:

$$T(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)} = \frac{b}{s^2 + a \cdot s + b} \tag{11}$$

Comparou-se a saída da planta experimental com o modelo teórico para diversos valores de a e b. E o critério para identificar os parâmetros foi o de minimização de erro quadrático da saída da planta.

[1]https://www.quanser.com/about/

Após a identificação do sistema foi realizadas a discretização do sistema e o controle para o sistema discretizado.

4 Identificação do sistema

O modelo SIMULINK utilizado para obtenção de dados é apresentado na figura a seguir em que os dados importantes para a identificação foram: entrada (valores e tempo) e saída da planta (valores e tempo), os dados restantes não foram utilizados.

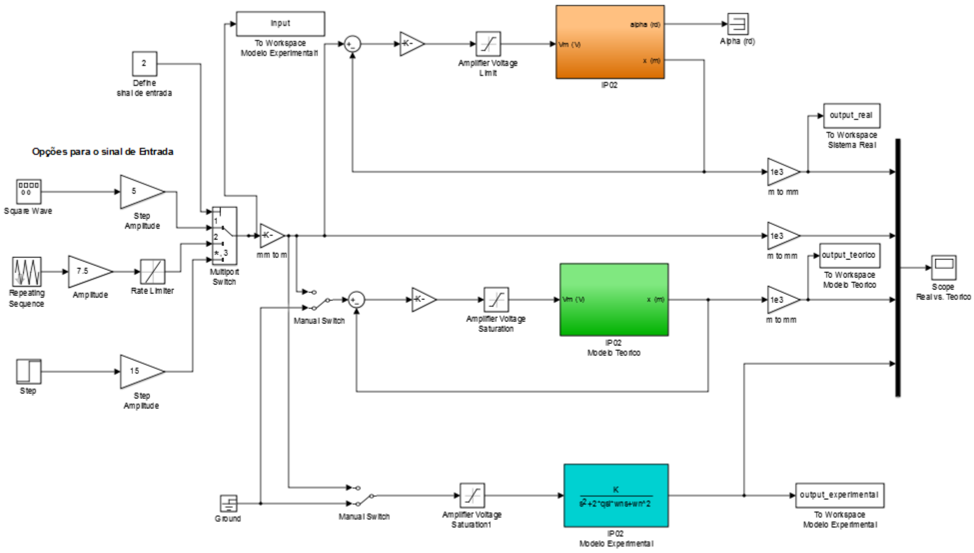

Figura 3: Modelo SIMULINK para identificação

Foram utilizadas duas entradas para a identificação do sistema, entrada quadrada de frequência 0.66 Hz e entrada sequência de pulsos de frequência 0.1 Hz. As entradas triangular e degrau não foi computada, porém foi utilizada para avaliação visual,uma vez que a identificação para resposta ao degrau forneceu dados discrepantes e a onda triangular é muito influenciada pela zona morta, além da onda triangular não ser um requisito de projeto.

O roteiro via MATLAB utilizado para identificação do sistema é apresentado a seguir.

```
clc;clear all;close all
load ident711_e3
%opens struct time(input_real,output_experimental,output_real,output_teorico)

N = length(input_real.time);
b = 400;
a = 8;
count = 1;

t0 = input_real.time(1,1);
n_aux = t0/0.001;

t_0output = output_real.time(1,1);
n_corrige = t_0output/0.001;

time_aux = 0:0.001:(t0-0.001);
time = [time_aux';input_real.time];
inputa = [zeros(n_aux,1);input_real.signals.values];

for a=8:0.2:16
    for b=400:1:700

        T_test = tf([b],[1 a b]);
        output_test = lsim(T_test,inputa,time);
        error = sum(abs(output_real.signals.values-output_test(n_corrige+1:N+n_corrige,1)));
        v(count,:) = [error,b,a];
        count=count+1;
    end
end

[m,i]=min(v(:,1));
v(i,2:3)
```

Figura 4: Roteiro para identificação do sistema

O algoritmo da figura 4 simula o sistema da equação 11 para diversos valores de a e b, em seguida compara-se a simulação ao efetuar o erro quadrático da resposta simulada com a resposta da planta, a melhor identificação é aquela que fornece o menor erro quadrático. Para variar os valores dos parâmetros são feitos dois laços de repetição, um que incrementa os valores de a e outro que incrementa os valores de b.

O algoritmo de identificação proposto foi utilizado duas vezes para cada entrada, sendo os valores encontrados:

Parâmetro	Degrau	Quadrada (5 mm, 0.66 Hz)	Sequência (7.5mm, 0.1Hz)
a	564	559	559
a	932	561	547
b	11	12.1	12.8
b	16	12.6	12.4

Tabela 1: Valores dos parâmetros para identificação

A onda tida como sequência é uma onda com 0.1 Hz de frequência em que vale 0 de [0,2s), depois 7.5 de [2s,6s) e -7.5 de [6s, 10s).

Como os valores da entrada ao degrau foram muito discrepantes, ao identificar o sistemas foram tomadas as médias dos valores encontrados para ondas quadradas, resultados nos valores:

a	b
12.5	556.5

Tabela 2: Valores finais dos parâmetros

Alguns exemplos da identificação sao apresentados nas figuras a seguir:

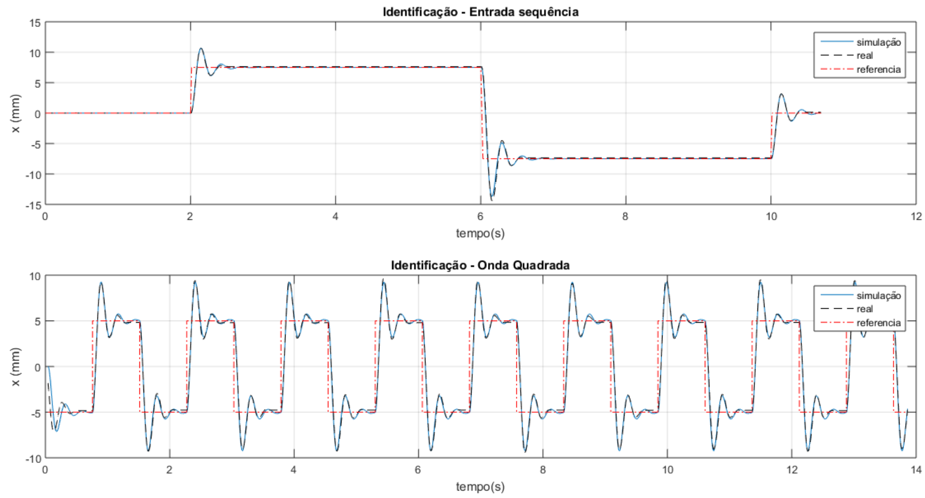

Figura 5: Exemplo da identificação para entradas quadrada e sequência

Para melhor apresentação, tem-se a figura 6.

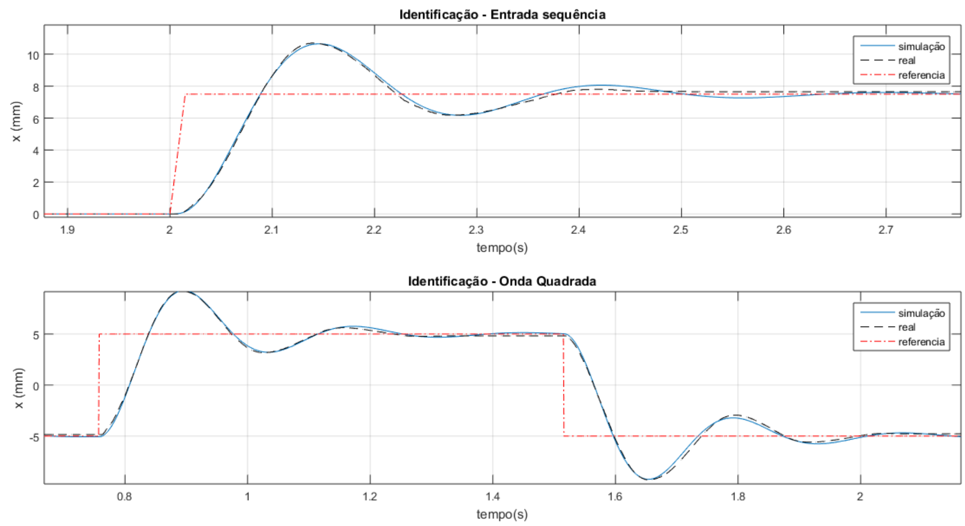

Figura 6: Zoom da figura 5

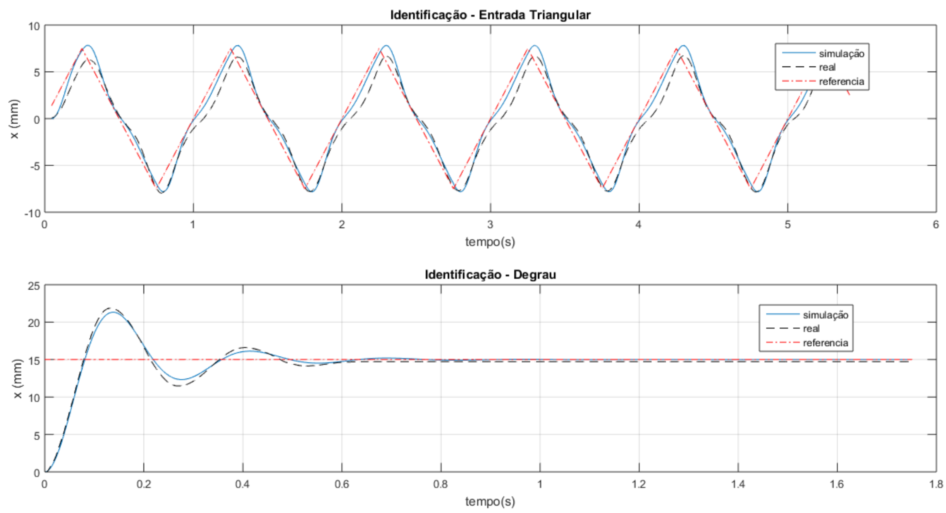

Figura 7: Exemplo das identificações para onda triangular e degrau

Pelas figuras 5, 6 e 7 é possível avaliar visualmente a qualidade da identificação. Veja que para as entradas degrau, quadrada e sequência o ajuste foi bem feito, porém para onda triangular aconteceu algumas diferenças.

5 Controle

Utilizando de uma amostragem de $T = 0.02s$ a função de transferência da equação 7 resulta em

$$G(z) = (1 - z^{-1}) \cdot Z\left\{\frac{G(s)}{s}\right\} = \frac{0.1026 \cdot (z + 0.9195)}{(z-1) \cdot (z - 0.7781)}. \tag{12}$$

Escolhendo os parâmetros de ultrapassagem percentual(UP) menor que 20% e tempo de pico de aproximadamente $0.15 segundos$, além disso deseja-se que a resposta ao degrau(e a onda quadrada) tenha erro nulo.

Para o projeto foi considerado os requisitos a seguir:

UP	Tp
15%	0.15 s

os requisitos de projeto são traduzidos em $\xi = 0.5169$ e $w_n = 24.4664$ de forma que os polos sejam

$$s = -w_n \cdot \xi \pm i \cdot w_n \sqrt{1 - \xi^2} \tag{13}$$

uma vez que $z = e^{s \cdot T}$ os polos desejados são

$$z = 0.70937 \pm i \cdot 0.31583 \tag{14}$$

Como os polos da planta discretizada são $z = 1$,$z = 0.7781$ e $z = -0.9195$, o ângulo da função de transferência 12 para os polos desejados é de:

$$\theta - \phi_1 - \phi_2 = 10.9778 - 102.2771 - 132.62058 = -223.9199° \tag{15}$$

dessa forma é necessário um controlador de avanço de fase para fazer o angulo ir de -223.9199° a -180°.

A figura 8 apresenta o lugar geométrico das raízes(LGR) da planta discretizada, onde os losangos são os polos desejados. Na figura também são apresentados os ângulos dos polos e zeros da planta até o polo de $z = 0.70937 \pm 0.31583$.

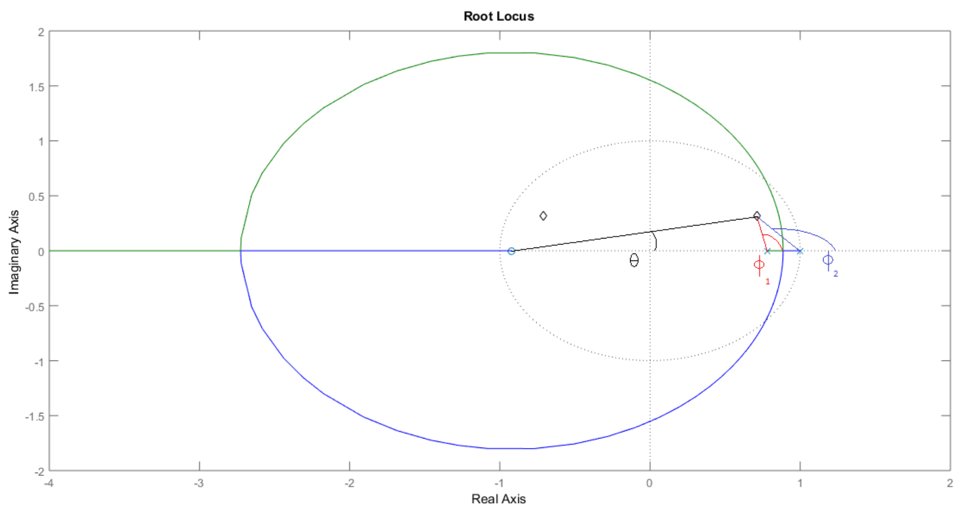

Figura 8: LGR da função de transferência 12

Seja a função de transferência do controlador

$$G_c(z) = \frac{K \cdot (z - zc)}{z - pc} \tag{16}$$

e escolhendo o zero zc de forma a cancelar o zero da planta em $z = 0.7781$. Com o cancelamento tem-se

$$\theta - \phi_2 - \phi_c = -180 \tag{17}$$

em que ϕ_c é o ângulo do polo do controlador ao polo desejado. Encontra-se que $\phi_c = 58.35724°$ e pode-se calcular o polo do controlador:

$$pc = 0.70937 - \frac{0.31483}{tan(58.35724)} = 0.51475 \tag{18}$$

O ganho K da função de transferência da equação 12 é obtido pelo critério da magnitude e o ganho é $K = 0.935118$ de forma que a equação do controlador é

$$G_c(z) = 0.95118 \cdot \left(\frac{z - 0.7781}{z - 0.51475} \right) \tag{19}$$

Para reduzir eventual erro em regime permanente da planta foi utilizado um controlador em atraso de fase com equação

$$G_a(z) = \frac{z - z_a}{z - p_a} \tag{20}$$

tal que $z_a < p_a$ e ambos são próximos de 1.

6 Resultados

6.1 Simulação

A figura 11 apresenta o resultado da discretização da planta, foi efetuada a resposta ao degrau em malha aberta dos sistemas 7 e 12.

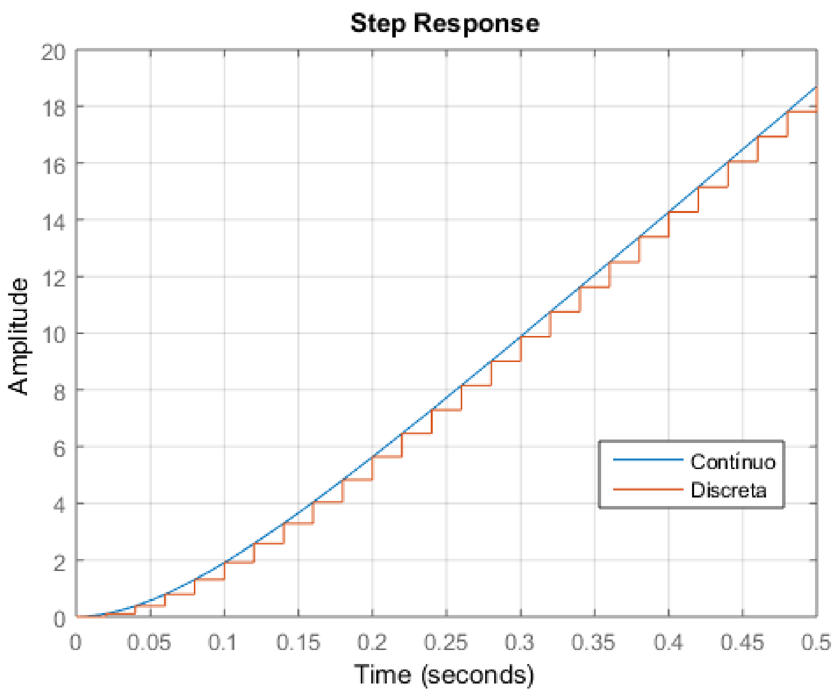

Figura 9: Comparação da função de transferência contínua da equação 7 e 12

Antes de efetuar o controle na planta foi simulado o controle no SIMULINK de acordo com o diagrama da figura 10 cujo resultados são apresentados na figura 11.

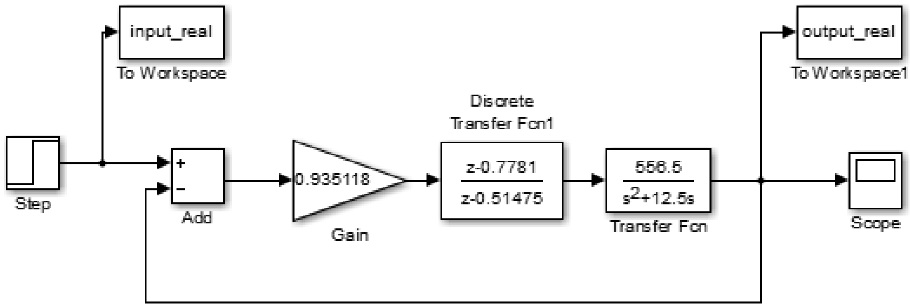

Figura 10: Modelo SIMULINK para simulação do controle

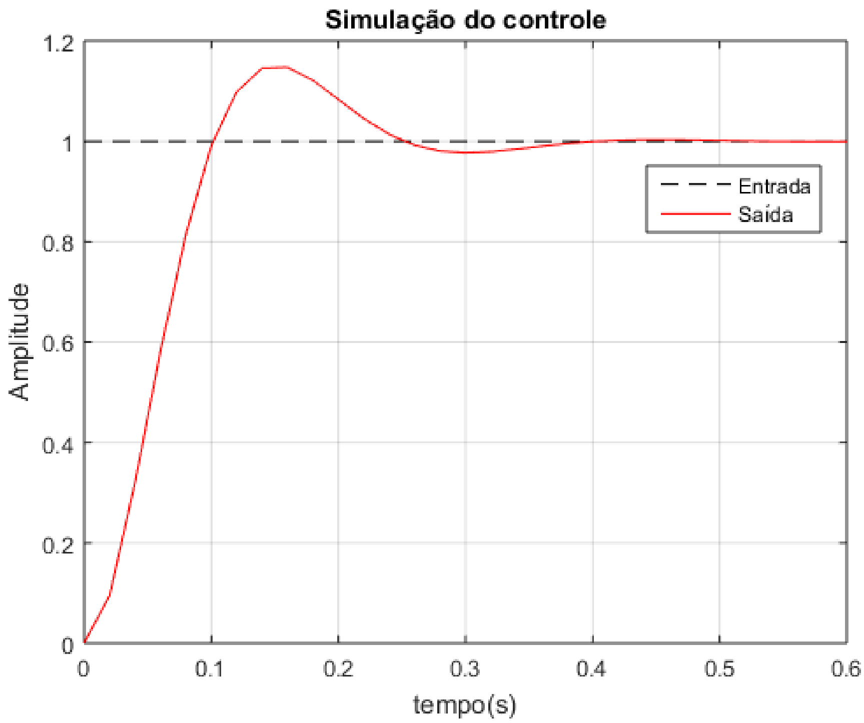

Figura 11: Resultados da simulação do controle

Os resultados da simulação foram ultrapassagem percentual $UP = 14.7543\%$ e instante de pico $Tp = 0.16s$, uma vez que o valor máximo é 1.1475 e ocorre em 0.16 segundos. Os valores obtidos pela simulação estão de acordo com os requisitos de projeto.

6.2 Resultados da planta

Após a simulação foram obtidas as respostas da planta controlada com o controlador da equação 19, a figura 12 apresenta a resposta da planta para onda quadrada, sequência de pulsos e degrau unitário.

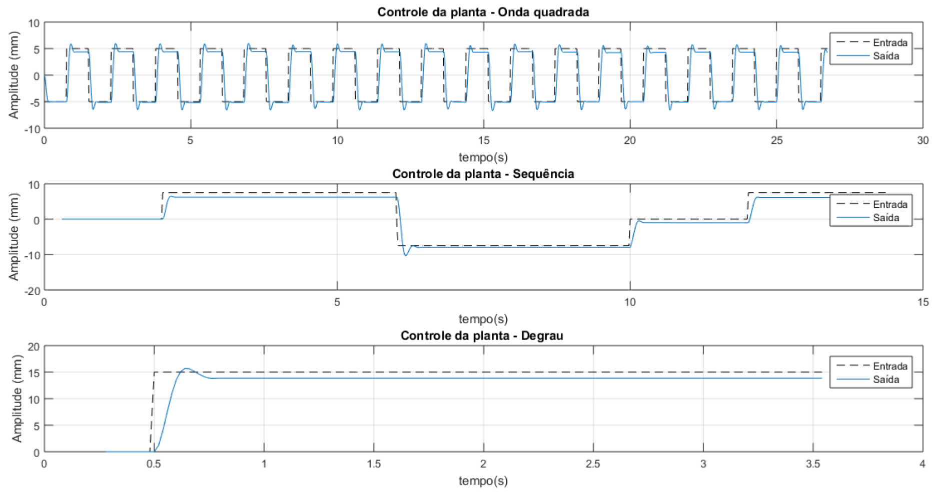

Figura 12: Resultados para controlador da equação 19

O degrau unitário inicia-se em 0.5 segundos para melhor visualização e coleta de dados.

Como existe um erro em regime permanente, foi necessário um controlador de atraso para reduzir erro em regime permanente, para um controlador $G_{a1}(z)$, com ganho 3 em regime

$$G_{a1}(z) = \frac{z - 0.94}{z - 0.98}, \tag{21}$$

foram obtidas os seguintes resultados:

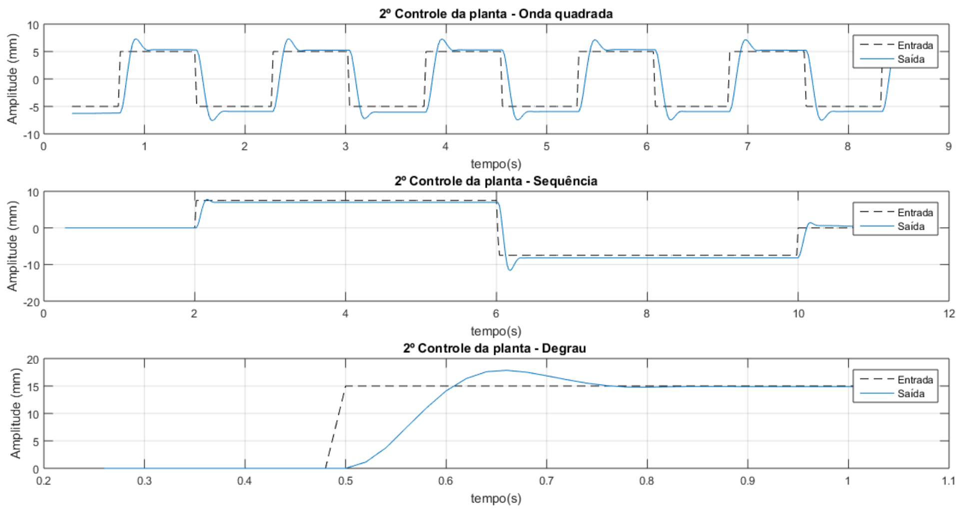

Figura 13: Resultados para controlador da equação atraso avanço, com atraso da equação 21

Uma tentativa de reduzir o erro em regime permanente foi aumentar o ganho fornecido pelo controlador de atraso, dessa forma para um controlador de

$$G_{a2}(z) = \frac{z - 0.94}{z - 0.99} \tag{22}$$

com ganho 6 em regime forneceu os seguintes resultados:

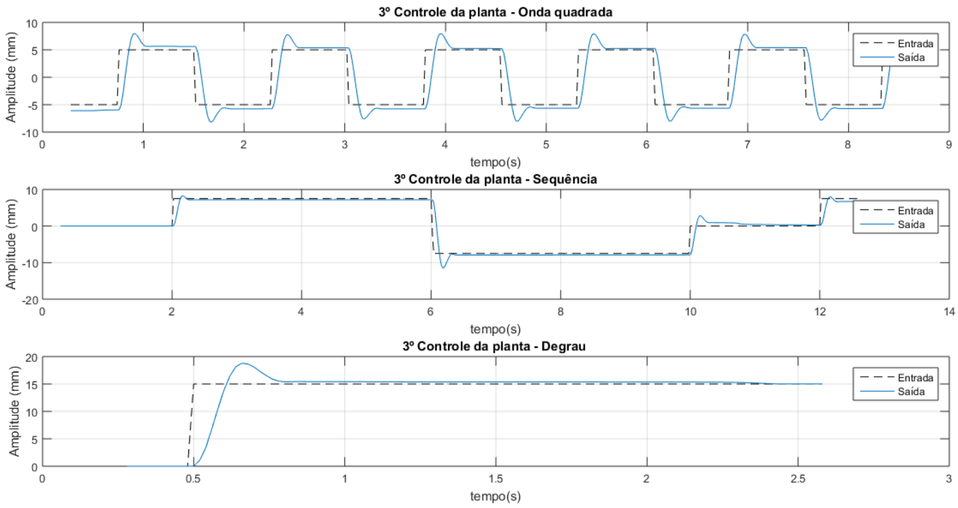

Figura 14: Resultados para controlador da equação atraso avanço, com atraso da equação 22

A tabela 3 apresenta os resultados obtidos para a resposta ao degrau unitário, veja que o controlador em atraso de fase reduziu o erro em regime permanente, porém aumentou a ultrapassagem percentual.

Controlador	Avanço	Avanço e Atraso1	Avanço e Atraso2
Up	13.11%	20.03%	25.15%
Tp	0.14s	0.16 s	0.16 s
Erro em regime	1.1234	0.1225	0.014

Tabela 3: Comparação dos resultados

Veja que a ultrapassagem percentual de 20.03% ultrapassa 0.15% da máxima de 20%, além disso para o controlador avanço e atraso com atraso da equação 21 houve uma grande redução do erro, onde o erro de 0.1225 para uma entrada de amplitude 15 corresponde a menos de 1% da entrada.

Mesmo os modelos teóricos da equação contínua 7 e discretizada 12 apresentarem sistemas do tipo 2, com erro nulo ao degrau, a planta apresentou erro em regime permanente. Uma justificativa é que a planta, por ser movida por um motor DC, apresenta não linearidade do tipo zona morta que não foi modelada e compensada. [1]

7 Conclusão

Foi possível realizar o controle da planta linear obtendo valores satisfatórios de ultrapassagem percentual e tempo de pico, porém a ocorrência de erro nulo em regime permanente não foi possível de ser verificada. Um controlador em atraso de fase diminuiu o erro em regime permanente, porém aumentando a ultrapassagem percentual e o instante de pico.

Uma abordagem futura para anular o erro em regime é a tentativa de modelar e compensar zona morta e caso nao seja possível compensar a zona morta de forma a zerar o erro em regime, deve-se utilizar um controlador do tipo integral.

Referências

[1] N. S. Nise. *Control Systems Engineering, 6th edition.* John Wiley & Sons, 2011.