参考数据：

$z_{0.025}=1.96,\ \ z_{0.05}=1.645,\ \chi^2_{0.01}(16)=32.000,\quad \chi^2_{0.99}(16)=5.812$

1，设总体 $X\sim B(100,p)$，参数 p 未知，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自 X 的样本，求 p 的矩估计量。

解：总体 X 的一阶总体原点矩为 $\mu_1=E(X)=100p$，即有 $p=\dfrac{\mu_1}{100}$ ………3 分

样本一阶原点矩 $A_1=\bar{X}$ 替代 μ_1，可得 p 的矩估计计量为 $p=\dfrac{\bar{X}}{100}$。………3 分

2. 设总体 X 的概率密度函数为

$$f(x;\mu)=\frac{1}{2\sqrt{\pi}}e^{-\frac{1}{4}(x-\mu)^2},\qquad -\infty<x<+\infty.$$

$x_1,x_2,\cdots,x_n$ 是来自总体的样本值，求参数 μ 的最大似然估计值。

解：似然函数为

$$L(\mu)=\prod_{i=1}^{n}\left[\frac{1}{2\sqrt{\pi}}e^{-\frac{(x_i-\mu)^2}{4}}\right]=\frac{1}{\left(2\sqrt{\pi}\right)^n}e^{-\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2}{4}}$$，………2 分

相应的对数似然函数为

$$\ln L(\mu)=-\ln\left(2\sqrt{\pi}\right)^n-\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2}{4}$$。………2 分

令对数似然函数对 μ 的一阶导数为零，即

$$\frac{\partial \ln L(\mu)}{\partial\mu}=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)=\frac{1}{2}(\sum_{i=1}^{n}x_i-n\mu)=0$$ ………1 分

得到 μ 的最大似然估计值为

$$\hat{\mu}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n}=\bar{x}$$。………1 分

3. 设总体 X 的概率密度函数为

$$f(x;\theta)=\begin{cases}\dfrac{1}{\theta}e^{2\ln\theta-\frac{x}{\theta}}, & x>2\theta\ln\theta,\\ 0, & 其它,\end{cases}$$

$x_1,x_2,\cdots,x_n$ **是来自总体的样本值，求参数 θ 的最大似然估计值。**

解：似然函数为

$$L(\theta)=\prod_{i=1}^{n}\left[\frac{1}{\theta}e^{2\ln\theta-\frac{x_i}{\theta}}\right]=\frac{1}{\theta^n}e^{2n\ln\theta-\frac{1}{\theta}\sum_{i=1}^{n}x_i}$$ ，………2 分

相应的对数似然函数为

$$\ln L(\theta)=-n\ln\theta+2n\ln\theta-\frac{1}{\theta}\sum_{i=1}^{n}x_i$$ 。………2 分

令对数似然函数对θ的一阶导数为零，即

$$\frac{\partial\ln L(\theta)}{\partial\theta}=-\frac{n}{\theta}+\frac{2n}{\theta}+\frac{1}{\theta^2}\sum_{i=1}^{n}x_i=0$$ ………1 分

得到θ的最大似然估计值为

$$\theta=-\overline{x}$$ 。………1 分

4. 设 X 表示某食品厂生产的某种袋装食品的重量（单位：kg），服从正态分布 $N(\mu,1)$，取 100 袋该食品，测得其样本均值为 $\overline{x}=1$（单位：kg）. 求 μ 的置信水平为 0.95 的置信区间。

解：这是一个方差已知的正态总体均值的区间估计问题。μ 的置信水平为 $1-\alpha$ 的置信区间为 $\left(\overline{x}-\frac{\sigma}{\sqrt{n}}Z_{\alpha/2},\ \overline{x}+\frac{\sigma}{\sqrt{n}}Z_{\alpha/2},\ \right)$，在本题中 $\overline{x}=1$，$\sigma=1$，$n=100$，

$1-\alpha=0.95,\ \alpha=0.05,\ z_{\alpha/2}=z_{0.025}=1.96$ ………2 分

μ 的置信水平为 0.95 的置信区间为

$$\left(1-\frac{1}{\sqrt{100}}\times1.96,\ 1+\frac{1}{\sqrt{100}}\times1.96,\ \right)=\left(0.804,\ 1.196\right)$$ ………4 分

5. 假设某种产品的某一项指标为 X，　$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，现取得一容量为 17 的样本，测得样本方差 $s^2=5.812$，　求方差 σ^2 的置信水平为 0.98 的置信区间。

解：这是一个 μ 未知的正态总体方差的区间估计问题，　σ^2 的置信水平为 $1-\alpha$ 的置信区间为 $\left(\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\alpha/2}(n-1)},\ \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}(n-1)}\right)$。，在本题中 $s^2=5.812$，$n=17$，

$1-\alpha=0.98,\ \alpha=0.02,\ \chi^2_{\alpha/2}(n-1)=\chi^2_{0.01}(16)=32.000,\quad \chi^2_{1-\alpha/2}(n-1)=\chi^2_{0.99}(16)=5.812$

…………………….2 分

方差 σ^2 的置信水平为 0.98 的置信区间为

$$\left(\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\alpha/2}(n-1)},\ \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}(n-1)} \right) = \left(\frac{(17-1)\times 5.812}{32},\ \frac{(17-1)\times 5.812}{5.812} \right) = (2.906,\ 16)$$ 4 分