2.1

根据欧拉方法计算步骤：

1. **欧拉公式**：$y_{n+1} = y_n + h \cdot f(x_n, y_n)$
2. **初始条件**：$x_0 = 0, y_0 = 1$，步长 $h = 0.1$
3. **计算** $y(0.1)$：

$$y_1 = y_0 + 0.1 \cdot (x_0 + y_0) = 1 + 0.1 \cdot (0 + 1) = 1.1$$

4. **选项分析**：
   - **B.1.1**：与计算结果完全一致。
   - **C.1.110000**：接近真实解（理论值为约1.1103），但欧拉方法仅精确到1.1。
   - **D.都不对**：因B正确，故排除。
   答案：B.1.1

> Euler Method

2.2

根据梯形公式计算定积分 $I = \int_{0.5}^{1} \sqrt{x}\, dx$ 的步骤如下：

1. **梯形公式定义**：
   梯形公式的单区间形式为：

$$\int_a^b f(x)\, dx \approx \frac{b-a}{2} [f(a) + f(b)]$$

   若采用复合梯形法，需明确分段数 n，但题目未说明 n，默认使用单区间（$n = 1$）。
2. **单区间计算**：
   - 积分区间 $[0.5, 1]$，$a = 0.5$，$b = 1$，$f(x) = \sqrt{x}$。
   - 计算端点值：

$$f(0.5) = \sqrt{0.5} \approx 0.7071, \quad f(1) = 1$$

- 代入公式：

$$I \approx \frac{1-0.5}{2}(0.7071+1) = 0.25 \times 1.7071 \approx 0.4268$$

  结果为 **0.4268**，对应选项 **A**。

3. **复合梯形法的验证**：
   若题目隐含使用复合梯形法（如 $n=6$），计算更接近真实值：
   - 分段数 $n=6$，步长 $h=\frac{1-0.5}{6}\approx 0.0833$。
   - 计算各节点函数值并应用复合梯形公式，结果约为 **0.4309**（对应选项 **B**）。
   - 但题目未明确 n，此计算属于额外假设，不符合题意。
4. **真实积分值对比**：
   精确积分值为：

$$\int_{0.5}^{1}\sqrt{x}\,dx = \frac{2}{3}\left(1^{3/2}-0.5^{3/2}\right)\approx 0.4310$$

   对应选项 **C**，但题目要求梯形公式的计算结果，而非真实值。
5. **结论**：
   - 若按默认单区间梯形公式，结果为 **A**。
   - 若隐含复合梯形法（如 $n=6$），结果为 **B**。
   - 题目未明确分段数，导致选项存在歧义。根据常规默认（单区间），正确答案为 **A**；但若考虑复合梯形法，结果可能为 **B** 或 **C**，但题目未提供足够信息。
     最终答案：
     由于题目未明确分段数，默认单区间梯形公式的结果为 **0.4268**（选项 **A**），但若隐含更高精度计算（如 $n=6$），结果为 **B**。然而，严格按题意，正确答案为 **D. 都不对**，因选项未涵盖所有可能情况。
     答案：D. 都不对

A

梯形公式与复合梯形公式详解

2.3

迭代法是一种通过不断应用某个函数 $g(x)$ 来逼近方程 $x = g(x)$ 根的数值方法。其收敛性取决于 $|g'(x)|$ 在根附近的值：若 $|g'(x)| < 1$，则迭代收敛；否则发散。

要判断选项C的迭代格式是否收敛，需验证其满足收敛条件：迭代函数$g(x)$在根附近满足$|g'(x)| < 1$。以下是详细分析：

---

1. 原方程根的存在性

方程$f(x) = x^3 + 4x^2 - 10 = 0$在区间$[1, 2]$内存在根：

- $f(1) = -5 < 0$，$f(2) = 14 > 0$，由中间值定理可知存在根$\alpha \in (1, 2)$。
- 近似计算得$\alpha \approx 1.364$。

---

2. 选项分析

选项A：$x = x - x^3 - 4x^2 + 10$

- 迭代函数：$g_A(x) = x - f(x)$。
- 导数：$g'_A(x) = 1 - 3x^2 - 8x$。
- 在$\alpha \approx 1.364$处：

$$g'_A(\alpha) \approx 1 - 3(1.364)^2 - 8(1.364) = -15.492 \quad (|g'_A(\alpha)| \gg 1)$$

- **结论**：导数绝对值远大于1，发散。

选项B：$x = \sqrt{\frac{10}{x}} - 4x$

- 迭代函数：$g_B(x) = \sqrt{\frac{10}{x}} - 4x$。
- 导数：

$$g_B'(x) = -\frac{\sqrt{10}}{2x^{3/2}} - 4$$

- 在$\alpha \approx 1.364$处：

$$g_B'(\alpha) \approx -\frac{\sqrt{10}}{2(1.364)^{3/2}} - 4 = -4.993 \quad (|g_B'(\alpha)| > 1)$$

- **结论**：导数绝对值大于1，发散。

选项C：$x = \frac{1}{2}\sqrt{10 - x^3}$

- 迭代函数：$g_C(x) = \frac{1}{2}\sqrt{10 - x^3}$。
- 导数：

$$g_C'(x) = \frac{-3x^2}{4\sqrt{10 - x^3}}$$

- 在$\alpha \approx 1.364$处：

$$g_C'(\alpha) \approx \frac{-3(1.364)^2}{4\sqrt{10 - (1.364)^3}} = -0.5105 \quad (|g_C'(\alpha)| < 1)$$

- **结论**：导数绝对值小于1，满足收敛条件。

选项D：都不收敛

- 因选项C收敛，故选项D错误。

---

3. 迭代过程验证

- **初始值**：取$x_0 = 1.5 \in [1, 2]$。
- **迭代计算**：
  - $x_1 = \frac{1}{2}\sqrt{10 - (1.5)^3} \approx 1.288$
  - $x_2 = \frac{1}{2}\sqrt{10 - (1.288)^3} \approx 1.402$
  - $x_3 \approx 1.363$，接近根$\alpha \approx 1.364$，收敛。

最终结论

选项C的迭代格式满足收敛条件$|g'(x)| < 1$，且迭代过程在区间内稳定收敛，因此正确答案为：
C. $\frac{1}{2}\sqrt{10-x^3}$

2.4

根据矩阵1范数的定义，即各列元素绝对值之和的最大值，计算如下：

1. **第一列**：|-2| + |0| + |1| = 2 + 0 + 1 = **3**
2. **第二列**：|3| + |4| + |3| = 3 + 4 + 3 = **10**
3. **第三列**：|-4| + |2| + |-7| = 4 + 2 + 7 = **13**
   比较各列和，最大值为**13**，对应选项 **A**。
   答案：A. 13

2.5

1.4

> 2.1

2.6

什么是龙格库塔公式?

龙格库塔（Runge-Kutta）公式是一类用于求解**常微分方程初值问题**（ODE IVP）的数值解法。其核心思想是通过在多个点上计算函数的斜率（导数），并对其加权平均，从而提高数值解的精度。最常用的是**四阶龙格库塔法（RK4）**，它在计算复杂度和精度之间取得了平衡。

核心公式（以四阶龙格库塔法为例）

对于微分方程：

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y), \quad y(x_0) = y_0$$

四阶龙格库塔法的迭代公式为：

$$\begin{cases} k_1 = h \cdot f(x_n, y_n) \\ k_2 = h \cdot f\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{k_1}{2}\right) \\ k_3 = h \cdot f\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{k_2}{2}\right) \\ k_4 = h \cdot f(x_n + h, y_n + k_3) \\ y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \end{cases}$$

其中 h 是步长，k_1, k_2, k_3, k_4 是不同点的斜率加权值。

关键特性

1. **局部截断误差**：每一步的误差为 $O(h^5)$（即步长的五次方）。
2. **整体截断误差**：所有步长的累积误差为 $O(h^4)$（即步长的四次方）。
3. **适用性**：适用于大多数光滑的微分方程，稳定性较好。

为什么四阶龙格库塔的局部截断误差是 $O(h^5)$？

- **阶数定义**：龙格库塔方法的阶数 n 表示其局部截断误差为 $O(h^{n+1})$，整体误差为 $O(h^n)$。
- **四阶方法**：当 $n = 4$ 时，局部误差为 $O(h^{4+1}) = O(h^5)$，整体误差为 $O(h^4)$。
- **数学原理**：通过泰勒展开匹配高阶项，四阶龙格库塔公式的前五项泰勒展开与精确解一致，因此局部误差由第六项（h^5 阶）主导。

与其他方法的对比

方法	阶数	局部误差	整体误差	计算复杂度
欧拉法	1	$O(h^2)$	$O(h)$	低
改进欧拉法	2	$O(h^3)$	$O(h^2)$	中
四阶龙格库塔	**4**	$O(h^5)$	$O(h^4)$	高

题目解析（参考信息中的问题）

问题：四阶龙格库塔公式的局部截断误差为（ ）。
选项：
A. $O(h^3)$
B. $O(h^4)$
C. $O(h^5)$
D. 都不对
答案：C. $O(h^5)$
理由：

- 四阶龙格库塔的局部截断误差由阶数定义直接得出为 $O(h^{4+1}) = O(h^5)$。
- 整体误差为 $O(h^4)$，但题目明确问局部误差，因此选C。

总结

龙格库塔公式通过多阶段斜率加权平均提高精度，四阶方法在工程和科学计算中广泛应用，因其局部误差 $O(h^5)$ 和整体误差 $O(h^4)$ 在计算效率与精度间达到最优平衡。

2.7

要确定使得$\sqrt{29}$的近似值相对误差限不超过0.01%所需的最少有效数字位数，需

结合有效数字与相对误差的关系进行分析。

1. **有效数字与绝对误差限**
   若近似值x^*有n位有效数字，其绝对误差限为：

$$\text{绝对误差限} = 0.5 \times 10^{-n+1}$$

   其中，x^*的最高位指数为$m = 0$（因$\sqrt{29} \approx 5.385$，数量级为10^0）。
2. **相对误差限公式**
   相对误差限为绝对误差限除以近似值：

$$\text{相对误差限} = \frac{0.5 \times 10^{-n+1}}{x^*}$$

   代入$x^* \approx 5.385$，要求相对误差限≤ 0.0001：

$$\frac{0.5 \times 10^{-n+1}}{5.385} \leq 0.0001$$

3. **解不等式求n**
   化简得：

$$10^{-n+1} \leq \frac{0.0001 \times 5.385}{0.5} = 0.001077$$

   取对数：

$$-n + 1 \leq \log_{10}(0.001077) \approx -2.9678 \implies n \geq 3.9678$$

   因此，n需取整数4，即至少需要**4位有效数字**。
4. **验证**
   - **4位有效数字**：近似值$x^* = 5.385$，绝对误差限0.0005，相对误差限：

$$\frac{0.0005}{5.385} \approx 0.00928\% < 0.01\%$$

   - **3位有效数字**：近似值$x^* = 5.39$，绝对误差限0.005，相对误差限：

$$\frac{0.005}{5.39} \approx 0.0927\% > 0.01\%$$

不满足条件。
结论：至少需要**4位有效数字**，对应选项 **A**。
答案：A. 4

2.8

C 各行绝对值和的最大值

2.9

要使√20的近似值的相对误差小于0.1%，需确定至少需要多少位有效数字。根据有效数字与相对误差的关系：

1. **有效数字的绝对误差限**为 $0.5 \times 10^{-(n-1)}$，其中 n 为有效数字位数。
2. **相对误差限**为绝对误差限除以近似值的绝对值，即：

$$\text{相对误差限} = \frac{0.5 \times 10^{-(n-1)}}{|\text{近似值}|}$$

3. √20的真值约为4.4721，其第一个有效数字为4。代入公式：

$$\text{相对误差限} \leq \frac{0.5 \times 10^{-(n-1)}}{4} = 1.25 \times 10^{-n}$$

4. 要求相对误差小于0.1%（即 1×10^{-3}），需满足：

$$1.25 \times 10^{-n} \leq 1 \times 10^{-3}$$

解得 $n \geq 4$。
验证：

- **3位有效数字**（如4.47）：绝对误差限为0.005，相对误差限为

$0.005/4.4721 \approx 0.1117\%$，超过0.1%。
- **4位有效数字**（如4.472）：绝对误差限为0.0005，相对误差限为 $0.0005/4.4721 \approx 0.01118\%$，满足条件。
  答案：D.4

2.10

根据二分法的误差估计公式，经过n次二分后，区间长度为$\frac{1}{2^n}$。题目要求误差不超过$\frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$。由于二分法的绝对误差上限为区间长度的一半，即$\frac{1}{2^{n+1}}$，需满足：

$$\frac{1}{2^{n+1}} \leq \frac{1}{32} \implies 2^{n+1} \geq 32 \implies n+1 \geq 5 \implies n \geq 4.$$

因此，至少需要二分**4次**，对应选项 **B**。
答案：B. 4

2.11

根据拉格朗日插值原理和题目要求，详细分析过程如下：

---

1. 拉格朗日插值基本原理

拉格朗日插值定理指出：给定 n 个互异的插值点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots, (x_n, y_n)$，存在唯一的 $n-1$ 次多项式 $P(x)$，使得 $P(x_i) = y_i$ 对所有 $i = 1, 2, \ldots, n$ 成立。
题目条件：

- 数据点间隔为 0.5，从 $x = 1$ 到 $x = 4$，共 **7个点**（$x = 1, 1.5, 2, 2.5, 3, 3.5, 4$）。
- 根据定理，插值多项式的最高次数应为 $7 - 1 = 6$ 次。

---

2. 验证低次多项式可行性

为确认是否需要6次多项式，需验证数据点是否可能被更低次数的多项式精确拟合。

步骤1：计算差分

假设数据点的函数值 $f(x_i)$ 如下（根据差分结果反推）：

x_i	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
$f(x_i)$	a	$a+1.5$	$a+3.5$	$a+6.0$	$a+9.0$	$a+12.5$	$a+16.0$

一阶差分（相邻点函数值之差）：

$$
\begin{aligned}
f(1.5)-f(1)&=1.5,\\
f(2)-f(1.5)&=2.0,\\
f(2.5)-f(2)&=2.5,\\
f(3)-f(2.5)&=3.0,\\
f(3.5)-f(3)&=3.5,\\
f(4)-f(3.5)&=3.5.
\end{aligned}
$$

结果为 $1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 3.5$，呈现递增趋势但最后增量不变。
二阶差分（一阶差分的差值）：

$$
\begin{aligned}
2.0-1.5&=0.5,\\
2.5-2.0&=0.5,\\
3.0-2.5&=0.5,\\
3.5-3.0&=0.5,\\
3.5-3.5&=0.0.
\end{aligned}
$$

结果为 $0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.0$，前四步为常数，最后一步突变为0。
结论：

- 若多项式为二次（$n=2$），二阶差分应为常数，但此处最后一步差分为0，

说明数据点不满足二次多项式。

步骤2：构造二次多项式验证

取前三个点 $(1, a), (1.5, a+1.5), (2, a+3.5)$，构造二次多项式：

$$P(x) = x^2 + 0.5x - 2.5.$$

验证后续点：

- $x = 2.5$: $P(2.5) = 2.5^2 + 0.5 \times 2.5 - 2.5 = 5.0$，与实际值 $a + 6.0$（假设 $a = 1$ 时为7.0）不符。
- $x = 4$: $P(4) = 4^2 + 0.5 \times 4 - 2.5 = 15$，与实际值 15.5 不符。
  结论：
- 二次多项式仅在前五个点部分符合，但无法覆盖所有7个点，需更高次数多项式。

步骤3：高阶差分分析

三阶及更高差分均不恒定（例如三阶差分为 $0, 0, 0, -0.5$），进一步排除三次及以下多项式。

---

3. 最终结论

- **7个互异插值点**要求插值多项式最高次数为 $7 - 1 = 6$ 次。
- 数据点不满足低次多项式（二次、三次等），必须使用6次多项式精确拟合。
  答案：B. 6

2.12

辛普生公式的代数精度为**3**。以下是详细推导过程：

---

1. 代数精度的定义

数值积分公式的代数精度是指它能精确积分所有次数不超过 k 的多项式，但对 $k+1$ 次多项式不精确。若公式对 k 次多项式均精确，则其代数精度为 k。

---

2. 辛普生公式的形式

辛普生公式（Simpson's Rule）对区间 $[a,b]$ 的积分近似为：

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{b-a}{6}\left[f(a)+4f\left(\frac{a+b}{2}\right)+f(b)\right].$$

该公式基于二次多项式插值（抛物线），但实际代数精度高于二次。

---

3. 验证代数精度

通过测试不同次数的多项式，验证辛普生公式的精确性：

(1) 零次多项式（常数函数）

取 $f(x)=1$，积分结果为：

$$\int_a^b 1\,dx = b-a.$$

辛普生公式计算：

$$\frac{b-a}{6}[1+4\cdot 1+1] = \frac{b-a}{6}\cdot 6 = b-a.$$

结论：精确。

(2) 一次多项式（线性函数）

取 $f(x) = x$，积分结果为：

$$\int_a^b x\,dx = \frac{1}{2}(b^2 - a^2).$$

辛普生公式计算：

$$\frac{b-a}{6}\left[a + 4\cdot\frac{a+b}{2} + b\right] = \frac{b-a}{6}\left[a + 2(a+b) + b\right] = \frac{b-a}{6}\cdot 3(a+b) = \frac{1}{2}(b^2 - a^2).$$

结论：精确。

(3) 二次多项式（抛物线）

取 $f(x) = x^2$，积分结果为：

$$\int_a^b x^2\,dx = \frac{1}{3}(b^3 - a^3).$$

辛普生公式计算：

$$\frac{b-a}{6}\left[a^2 + 4\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + b^2\right].$$

展开计算：

$$= \frac{b-a}{6}\left[a^2 + (a+b)^2 + b^2\right] = \frac{b-a}{6}\cdot(2a^2 + 2b^2 + 2ab) = \frac{1}{3}(b^3 - a^3).$$

结论：精确。

(4) 三次多项式

取 $f(x) = x^3$，积分结果为：

$$\int_a^b x^3\,dx = \frac{1}{4}(b^4 - a^4).$$

辛普生公式计算（以对称区间 $[-h,h]$ 为例）：

$$\int_{-h}^{h} x^3\,dx = 0 \quad (\text{奇函数对称性}).$$

辛普生公式结果：

$$\frac{2h}{6}\left[(-h)^3 + 4\cdot 0^3 + h^3\right] = \frac{h}{3}\cdot 0 = 0.$$

结论：精确。

(5) 四次多项式

取 $f(x) = x^4$，积分结果为：

$$\int_{-h}^{h} x^4\,dx = \frac{2h^5}{5}.$$

辛普生公式计算：

$$\frac{2h}{6}\left[h^4 + 4\cdot 0^4 + h^4\right] = \frac{h}{3}\cdot 2h^4 = \frac{2h^5}{3}.$$

与实际积分结果 $\frac{2h^5}{5}$ 不相等，**不精确**。

---

4. 结论

辛普生公式对 0 次、1 次、2 次和 3 次多项式均精确，但对 4 次多项式不精确。因此，其代数精度为 **3**。

答案：3

2.13

x	$f(x)$	一阶差商	二阶差商	三阶差商	四阶差商
0	-5				
		5			
1	0		3		
		11		1	
2	311		6		0
		23		1	
3	34		9		
		41			
4	75				

∴ 0 B

2.14

根据二分法误差估计，经过n次迭代后，区间长度为初始长度$\frac{1}{2^n}$。题目要求误差不超过$\frac{1}{2^5}$，而二分法的绝对误差上限为区间长度的一半，即：

$$\frac{\text{初始长度}}{2^{n+1}} \leq \frac{1}{2^5}.$$

初始区间长度为$2-1.5=0.5=\frac{1}{2}$，代入得：

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2^{n+1}} \leq \frac{1}{2^5} \implies \frac{1}{2^{n+2}} \leq \frac{1}{2^5} \implies n+2 \geq 5 \implies n \geq 3.$$

因此，至少需要二分**3次**。
答案：C. 3

2.15

根据迭代法收敛条件，需满足迭代函数 $g(x)$ 在区间内导数绝对值 $|g'(x)| < 1$。
逐一分析选项：

1. **选项A**：$x = \frac{\cos x + \sin x}{8}$
   - 迭代函数 $g(x) = \frac{\cos x + \sin x}{8}$，导数 $g'(x) = \frac{-\sin x + \cos x}{8}$。
   - 由于 $|-\sin x + \cos x| \leq \sqrt{2}$，故 $|g'(x)| \leq \frac{\sqrt{2}}{8} \approx 0.177 < 1$。
   - **满足收敛条件**，可用迭代法求解。
2. **选项B**：$x = 4 - 2^x$（区间 $[1, 2]$）
   - 迭代函数 $g(x) = 4 - 2^x$，导数 $g'(x) = -2^x \ln 2$。
   - 在 $[1, 2]$ 上，$|g'(x)| \in [2\ln 2, 4\ln 2] \approx [1.386, 2.772]$，均 > 1。
   - **不满足收敛条件**，迭代法发散。
3. **选项C**：$x = x^3 - x - 5$（区间 $[2, 3]$）
   - 迭代函数 $g(x) = x^3 - x - 5$，导数 $g'(x) = 3x^2 - 1$。
   - 在 $[2, 3]$ 上，$|g'(x)| \in [11, 26]$，远 > 1。
   - **不满足收敛条件**，迭代法发散。
4. **选项D**：$x = 16 - x^2$（区间 $[3, 4]$）
   - 迭代函数 $g(x) = 16 - x^2$，导数 $g'(x) = -2x$。
   - 在 $[3, 4]$ 上，$|g'(x)| \in [6, 8]$，均 > 1。
   - **不满足收敛条件**，迭代法发散。

   结论：只有选项A的迭代函数满足收敛条件，因此答案为 **A**。
   答案：A. $x = \frac{\cos x + \sin x}{8}, x \in (-\infty, +\infty)$

2.16

DeepSeek无法解答

MiniMax无法解答

智谱清言的答案为19

2.17

根据欧拉方法，分步计算如下：

1. **第一步（x=0到x=0.1）：**
   - 初始值：$x_0 = 0, y_0 = 1$
   - 计算斜率：$f(x_0, y_0) = 1 - \frac{2 \cdot 0}{1} = 1$
   - 更新值：$y_1 = y_0 + h \cdot f(x_0, y_0) = 1 + 0.1 \cdot 1 = 1.1$
2. **第二步（x=0.1到x=0.2）：**
   - 当前值：$x_1 = 0.1, y_1 = 1.1$
   - 计算斜率：$f(x_1, y_1) = 1.1 - \frac{2 \cdot 0.1}{1.1} \approx 1.1 - 0.1818 = 0.9182$
   - 更新值：$y_2 = y_1 + h \cdot f(x_1, y_1) = 1.1 + 0.1 \cdot 0.9182 \approx 1.1918$
     保留两位小数后，$y(0.2) \approx 1.19$，对应选项 **A**。
     答案：A. 1.19

2.18

对于对称正定矩阵 A，逐次超松弛迭代法（SOR）收敛的充分必要条件是松弛因子 ω 满足 $0 < \omega < 2$。因此，正确答案为：

A. 0<ω<2

解析：

- 当 A 对称正定时，SOR 方法的收敛性仅依赖于 ω 的取值范围，与矩阵的具体结构无关。
- 定理表明，若 A 对称正定，则 SOR 方法收敛的充要条件为 $\omega \in (0, 2)$。
- 其他选项（如 $0 < \omega < 1$ 或 $0 < \omega \leq 1$）是更严格的限制，但并非必要条件。
  答案：**A. 0<ω<2**

2.19

根据二分法误差公式，初始区间长度 $L = 3 - 2 = 1$。要求误差不超过 $\frac{1}{2} \times 10^{-2} = 0.005$，即满足：

$$\frac{L}{2^{n+1}} \leq 0.005 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2^{n+1}} \leq 0.005 \quad \Rightarrow \quad 2^{n+1} \geq 200.$$

计算得 $n + 1 \geq \log_2 200 \approx 7.64$，故 $n \geq 7$。因此，至少需要二分 **7次**。
答案：D. 7

2.20

对于具有5个互异节点的插值型求积公式，其最高代数精度取决于节点的选择方式：

1. **一般插值型求积公式**：
   若节点固定（如等距节点），其代数精度至少为 $n - 1 = 4$。例如，牛顿-柯特斯公式当 $n = 5$ 时，代数精度为 5，但选项中无此结果。
2. **高斯型求积公式**：
   若节点为高斯节点（非等距，通过优化选择），则代数精度可达 $2n - 1 = 9$。高斯型属于插值型的一种，通过调整节点和权重实现最高精度。
3. **题目意图分析**：
   题目未限定节点类型，仅要求“插值型求积公式”。由于高斯型是插值型的特例且代数精度最高，因此最高代数精度为 9。
   答案：C. 9