**2020级数值分析第二次作业(非线性方程求根)**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 班级 |  | 学号 |  | 姓名 |  |

一 (20分)用二分法求方程在区间[1.0, 1.5]内的一个实根，且要求有3位有效数字。试完成：

(1) 估计需要二分的次数；(8分)

(2) 将计算过程中数据填入表1.(中间过程填写到小数点后面3位)(12分，每个得2分，其它空不计分)

表1 题1计算过程

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| 0 | 1.0 | 1.5 | 1.25 |
| 1 |  |  |  |
| 2 |  |  |  |
| 3 |  |  |  |
| 4 |  |  |  |
| 5 |  |  |  |
| 6 |  |  |  |

二. (10分) 为了计算方程的根，某同学将改写为，并建立迭代公式。请问此迭代公式在R上是否全局收敛的吗？说明理由。

三. (20分)设有方程，试回答下列问题：

(1) 确定方程实根的数目；(4分)

(2) 迭代公式在区间[1,2]上是否全局收敛；(10分)

(3) 在表2中填写相应的计算数据。(要求填写到小数点后3位)(6分)

表2 第三题表

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 0 |  |
| 1 |  |
| 2 |  |
| 3 |  |

四. (15分) 试构造一个能求的迭代公式，并讨论收敛性。

五. (15分) 由一个高为10m的圆柱构成的发射井的顶部是一个半球，体积之和是400m3。试确定发射井底部的半径，精确到小数点后4位。取 (要求用牛顿法，写出分析过程)

六. (5分) 用割线法计算第五题中的半径.(精度要求与第五题相同)

七. (15) 设是方程的m()重根,即具有形式.

证明：

1. 用牛顿迭代法时,迭代函数满足.(此时,只能是线性收敛)
2. 若将迭代函数改进为,那么证明改进后的方法至少是平方收敛的.

(提示: (1) )的重根时,的表达式中可以消去含.

(2) 只需证明.)



1. (选做)证明迭代公式是计算.