填空题

1. 3

2. 2n+1

3. 3

4. 收敛

5. 4

6. 3

7. 收敛

8. 13

9. 收敛

10. 

11. 3

12. lgZ=lga+blgR

13.



14. 谱半径<1

15. 1

16. 0.000005

17.



1. 
2. 
3. 15
4. 3

23.12

1. 三次

选择题

1. B
2. A
3. C
4. A
5. B
6. C
7. A
8. C
9. D
10. B
11. B
12. C
13. B
14. C
15. A
16. C
17. A
18. A
19. D
20. C

计算题

1. 解：取代入抛物线公式，得：

--------8分

由于函数是递减的，得误差为

--------4分

1. 解：设拟合曲线为二次多项式为：，则法方程为



-------- 6分

解得 ----------2分

所以拟合多项式为 ----------2分

1. 解：分解

----------4分

求解

----------2分

得到

----------2分

求解

----------2分

得到

----------2分

1. 解：（1）（8分）

由,,，则 -----------2分

由复合辛普生公式余项可得

 ---------4分

解得，所以复合辛普生公式计算时至少9等分。 ---------2分

（2）(10分)

计算结果如下：

-------1分

-------3分

-------2分

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 区间个数 | T | S | C | R |
| 1 | 30.99360 |  |  |  |
| 2 | 25.53957 | 23.72156 |  |  |
| 4 | 24.09427 | 23.61251 | 23.60524 |  |
| 8 | 23.72736 | 23.60505 | 23.60456 | 23.60455  -------4分 |

1. 解：

（1）令g(x)=x 得，因为x=1是它的一个根，所以设, 得，所以另外两个不动点是. -----5分

（2），所以, 所以发散。 -----4分

（3）取x0=0.8，求用不动点迭代法迭代三步的结果，并与(2)的结论比较。

-----2分

-----2分

-----2分

验证了(2)中的发散结论。 -----1分

1. 解：构造差商表

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | 一阶差商 | 二阶差商 | 三阶差商 | 四阶差商 |
| 0.40 | 0.41075 |  |  |  |  |
| 0.55 | 0.57815 | 1.116 |  |  |  |
| 0.65 | 0.69675 | 1.186 | 0.28 |  |  |
| 0.80 | 0.88811 | 1.275733 | 0.358932 | 0.19733 |  |
| 0.90 | 1.02652 | 1.384104 | 0.433482 | 0.213 | 0.03134 |

----------5分

则4次牛顿插值多项式为

 ----------3分

 -----------2分

1. 解：设拟合曲线为一次多项式为：，则法方程为



----------4分

解得 ----------2分

所以拟合多项式为 ----------2分

1. 解：系数矩阵为带状矩阵

则，Crout分解，

----------4分

求解

----------2分

得到

----------2分

求解

----------2分

得到

----------2分

1. 解：（1）

由,,，则 -----------2分

由复合梯形公式余项可得

 ----------4分

解得，所以复合梯形公式计算时至少25等分。 -----------2分

（2）

------4分

-------3分

------2分

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 区间个数 | T | S | C | R |
| 1 | 0.25161 |  |  | ------1分 |
| 2 | 0.23737 | 0.23262 |  |  |
| 4 | 0.23375 | 0.23255 | 0.23254 |  |
| 8 | 0.23285 | 0.23254 | 0.23254 | 0.23254 |

1. 解：

（1）证明在区间[1,2]上有且只有一个根.

解：① ，连续； -------2分

② . -------3分

（2）用二分法求近似根时，要使误差不超过10-6，至少需要二分多少步？

解：所以 -------3分

即

所以. ------2分

（3）设x0=1，求出用牛顿迭代法迭代两步的结果。

解： ------3分

有 且. ------2分

（4）设x0=1，x1=2，求出用弦截法迭代两步的结果。 ------5分

手机屏幕的截图

描述已自动生成 解:

1. 构造差商表：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | yi | 一阶差商 | 二阶差商 | 三阶差商 |
| 1 | 0 |  |  |  |
| 2 | -5 | -5 |  |  |
| 3 | -6 | -1 | 2 |  |
| 4 | 3 | 9 | 5 | 1 |

（5分）

Newton多项式：

整理得

（5分）

所以

（2分）

1. 改进的Euler公式为：

（4分）

将h=0.1，y0=1带入上面的公式，得

y1=1.1100 （3分）

y2=1.2421 （3分）

y3=1.3985 （3分）

1. 设，即

解得

（8分）

解，即

（3分）

解，即

（3分）

1. 设拟合直线

记，，

写出法方程 (QTQ)a=QTy :

（4分）

化简法方程：

（4分）

求解法方程：a0=1.80906，a1=1.61875

（4分）

得拟合曲线：1.80906+1.61875x

（2分）

1. 解：设所求的代数精度为2，则当时，该求积公式变为等式

 (4分)

解得： (4分)

当时，求积公式左边=0，右边=-，左边右边，所以该求积公式具有2次代数精度。 (6分)

1. 解：

答案一：

建立差商表：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | 一阶差商 | 二阶差商 |
| 0 | 2.20 | 0.78846 |  |  |
| 1 | 2.40 | 0.87547 | 0.43505 |  |
| 2 | 2.60 | 0.95551 | 0.40020 | -0.087125 |

-------4分

-------4分

0.91636

-------2分

答案二：

建立差商表：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | 一阶差商 | 二阶差商 |
| 0 | 2.40 | 0.87547 |  |  |
| 1 | 2.60 | 0.95551 | 0.4002 |  |
| 2 | 2.80 | 1.02962 | 0.37055 | -0.074125 |

-------4分

-------4分

0.91623

1. **解：**

将线性化，

-------2分

令，即方程转化为

-------2分

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | ∑ |
|  | 1.00 | 1.25 | 1.50 | 1.75 | 2.00 | 7.50 |
|  | 5.10 | 5.79 | 6.53 | 7.45 | 8.46 | 33.33 |
|  | 1.629241 | 1.756132 | 1.876407 | 2.008214 | 2.135349 | 9.405343 |
|  | 1 | 1.5625 | 2.25 | 3.0625 | 4 | 11.875 |
|  | 1.629241 | 2.195165 | 2.81461 | 3.514375 | 4.270698 | 14.42409 |

建立法方程：

-------4分

得到

-------2分

由，，，得到

-------2分

**18.**（1）证明在区间[2,3]上有且只有一个根.

解：① ，连续； -------2分

② . -------2分

（2）对区间[2,3]应用两步二分法，即给定计算x2和x3.

解：所以. -------2分

, 所以. -------2分

（3）设x0=2，x1=3，求出用弦截法迭代两步的结果。

解:

--------2分

----------2分

19.解：

-------4分

求解

得到，

-------4分

求解

得到，

-------4分

20.解：

**---------5分**

截断误差：

21.解：

可得

**-------4分**

因为

可得

因为

**-------4分**

从而可得

因此

**------4分**

**22.**解：

弦截法公式为：

**-------5分**

由x0=1.5，x1=2，得到下表

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|  | 1.5 | 2 | 1.5844156 | 1.5934795 | 1.5945651 | 1.5945621 |

近似根为：1.5945621

**-------7分**

**23.**解：

**-------4分**

求解

得到，

**-------4分**

求解

得到，

**-------4分**

推导题

1. 解：

（1）

标准四阶R-K公式为

-----6分

（2）

得到

-----3分

-----2分

得到

因此，的近似根为 -----3分

1. 解：

（1）

则具体的改进的欧拉公式为

或者

-------6分

（2）

-------4分

得到

则 近似值为 -------4分

1. （1） 改进的欧拉公式为：

 (n=0,1,2,…) （5分）

（2） 经典四阶Runge-Kutta方法计算格式为：

 （n=0,1,2,…） （10分）

1. 解：

,两边减去，得

**------2分**

得，

**------2分**

由范数的不相容性得到：

**------4分**

再由，得到：

**------2分**

从而，

**------2分**

,则有,

则，得到

**------2分**

1. 算法：

输入参数：积分区间的左右边界为a=1, b=2；控制精度。

输出参数：f(x)在[a,b]上积分的近似值或失败消息。

**算法步骤**：

1. 计算f(a)和f(b)，并计算梯形公式计算T1  ……………. (1分)
2. 将区间[a,b]分半，计算f((a+b)/2)，并计算T2和S1 ……………. (1分)
3. 再把区间分半，计算T4、S2和C1  ……………. (1分)
4. 把区间再次分半，计算T8、S4和C2，并通过C1和C2计算R1 ……………. (1分)
5. 将区间再次分半，继续计算T16、S8、C4和R2，若|R2-R1|≤，输出R2，停算；否则，继续把区间分半，重复上述计算过程。 ……………. (1分)

6. 输出积分近似值R2n或错误信息，结束程序。 ……………. (1分)

1. 使用Fortran语言编程程序。（7分）

implicit none

integer,parameter :: M=10

integer :: n=1,i,j

real :: a=1.0,b=2.0,h,temp=0.0,g,f

real :: R(M,4)

h=(b-a)

R(1,1)=h/2.0\*(f(a)+f(b))

do i=2,M

n=2\*\*(i-1)

do j=1,n/2

temp=temp+f(a+(2\*j-1)\*(b-a)/(n\*1.0))

R(i,1)=0.5\*R(i-1,1)+temp\*h/(n\*1.0)

end do

temp=0.0

end do ……………. (2分)

print\*,R(:,1)

do i=2,M

R(i,2)=(4.0\*R(i,1)-R(i-1,1))/3.0

end do

print\*,R(:,2)

do i=3, M

R(i,3)=(16.0\*R(i,2)-R(i-1,2))/15.0

end do

print\*,R(:,3)

do i=4,M

R(i,4)=(64.0\*R(I,3)-R(i-1,3))/63.0

end do

write(\*,\*)

print\*,R(:,4) ……………. (3分)

do i=4,M-1

if(ABS(R(i+1,4)-R(I,4))<=1.0e-5)THEN

PRINT\*,R(i+1,4)

exit

end if

end do

end ……………. (1分)

real function f(x)

real:: x

f=4.0/(1.0+x\*\*2)

end ……………. (1分)

1. (1) 写出算法。（6分）
2. 输入插值点序列，令；  **--------1分**
3. 对，计算的各阶差商  **--------2分**
4. 计算



**----------3分**

1. 输出的值，结束程序

(2) 使用Fortran语言编程程序。（7分）

implicit none

integer, parameter:: n=4

integer :: m,i,j

real :: x(0:4),y(0:4),xx

real :: B(0:4,0:4), newdon

read\*,xx

read\*,m

data x/1.00,1.02,1.06,1.08,1.09/

data y/0.00000,0.01980,0.05827,0.07696,0.08618/

do i=0,n

B(i,0)=y(i)

end do

!计算差商

call chashang(x,B,n)

do i=0,n

write(\*,100),x(i),(B(i,j),j=0,i)

end do

100 format(6(f8.5,4x))

**------3分**

!牛顿插值

newdon=B(m,m)

do i=m,2,-1

newdon=newdon\*(xx-x(i-1))+B(i-1,i-1)

end do

newdon=newdon\*(xx-x(0))+B(0,0)  **------2分**

print\*,m,"次牛顿插值结果为", newdon

end

subroutine chashang(x,B,n)

integer :: n,i,j

real:: x(0:n),B(0:n,0:n)

do j=1,n

do i=j,n

B(i,j)=(B(i,j-1)-B(i-1,j-1))/(x(i)-x(i-j))

end do

end do

end

**------2分**