**判断题**

1、×

2、×

3、×

4、√

5、√

6、×

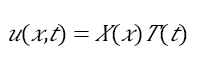
7、√

8、√

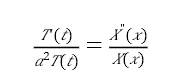
**求解下列定解问题**

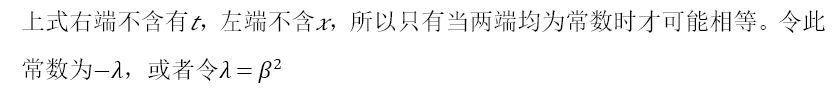
9、解：

分离变量形式的解为

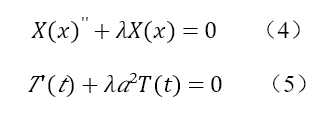


代入方程(1)得到

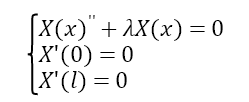
 （2分）

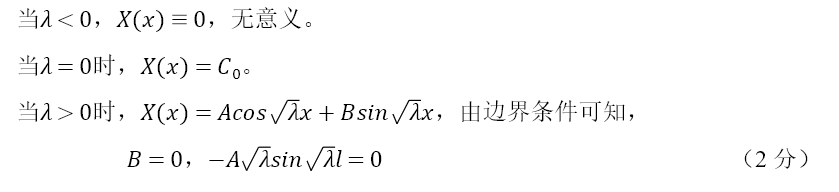
1668515501559 （1分）

从而得到两个线性常微分方程：



解方程（4）得到

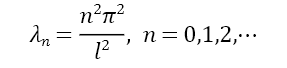




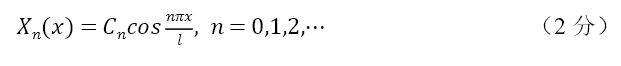
得到

1668515602126

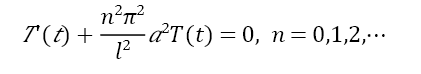
所以，得到了一系列特征值与特征函数



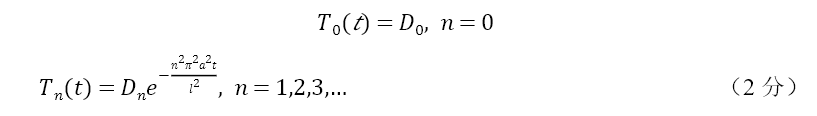
因此，特征函数为



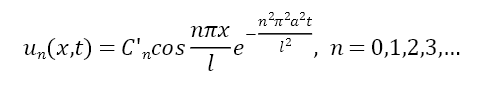
求函数T(t)的一阶齐次线性微分方程



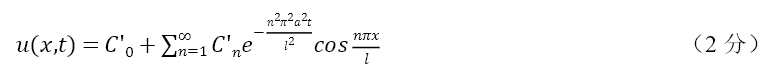
通解为：



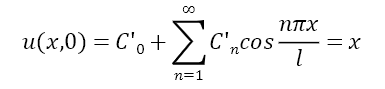
则，满足方程和边界条件的一组变量被分离的特解



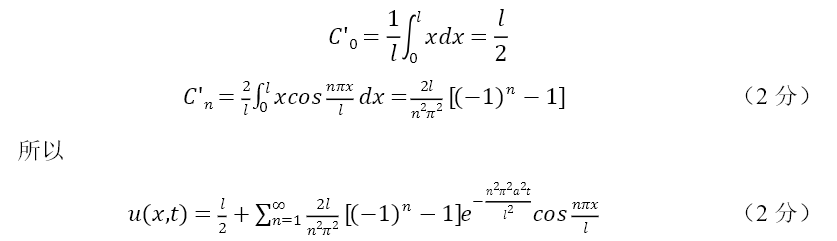
将所有解进行叠加，得到



由初始条件得到



由傅里叶余弦级数展开式确定系数



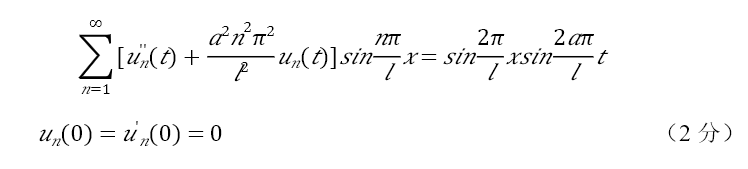
10、解：使用特征函数法，边界条件是第一类边界条件，相应的特征函数系是

1668516709020

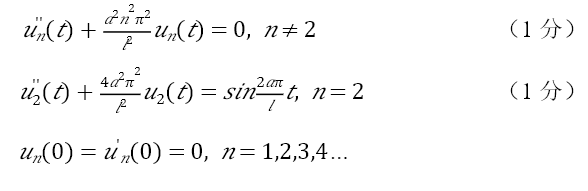
令

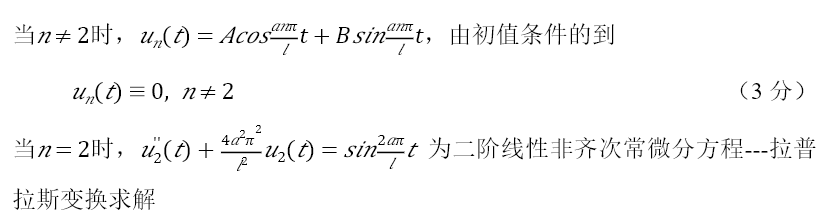


代入方程和初始条件分别得到



比较方程两端得到





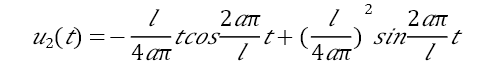
原方程转化为



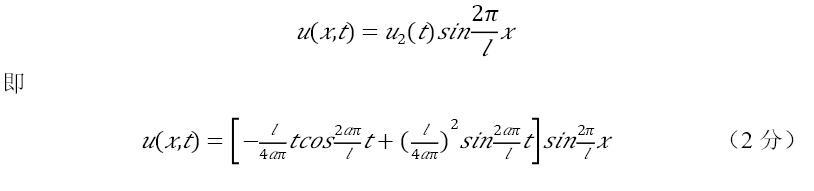
解得到



所以，

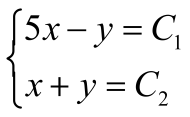


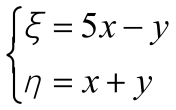
故，定解问题的解

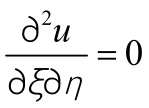


11、

12、解 特征方程为IMG_256，即IMG_257….（1分）

因此它的两族积分曲线为 ……（1分）

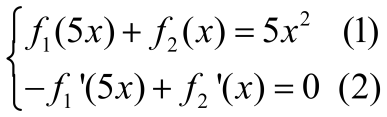
作特征变换 ， （1分）

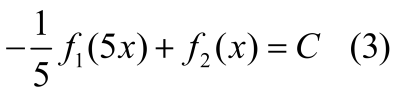
原方程可化为 ……（2分）

它的通解为IMG_257，其中IMG_258为任意二次连续可微函数。 （1分）

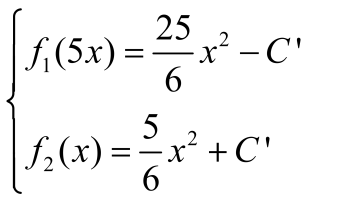
原方程通解为IMG_259……（2分）

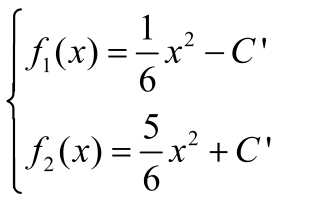
由定解条件，得

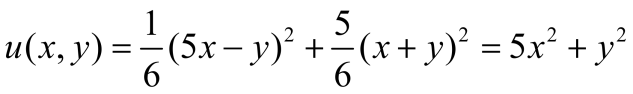


由（2），  ……（2分）

由 （1）， （3）可得

 （1分）

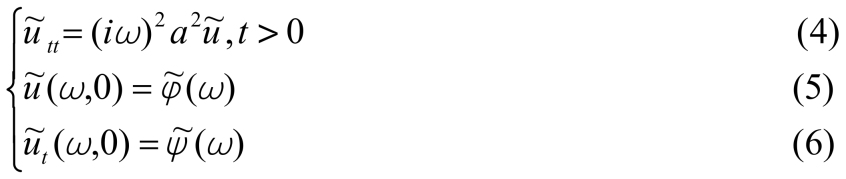
即 （2分）

所以 ……（2分）

13、解： （1）先对方程及初始条件的各项对IMG_256进行傅里叶变换

令IMG_257

则原定解问题变为

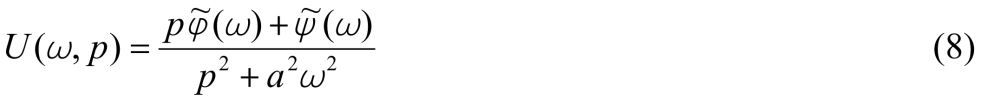
 （4分）

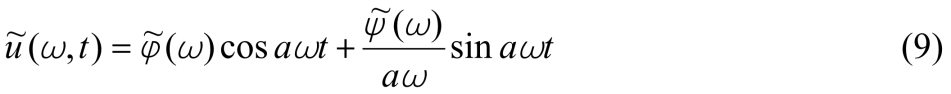
（2）对方程(4)各项关于IMG_259进行拉普拉斯变换

令IMG_260，则方程（4）变为

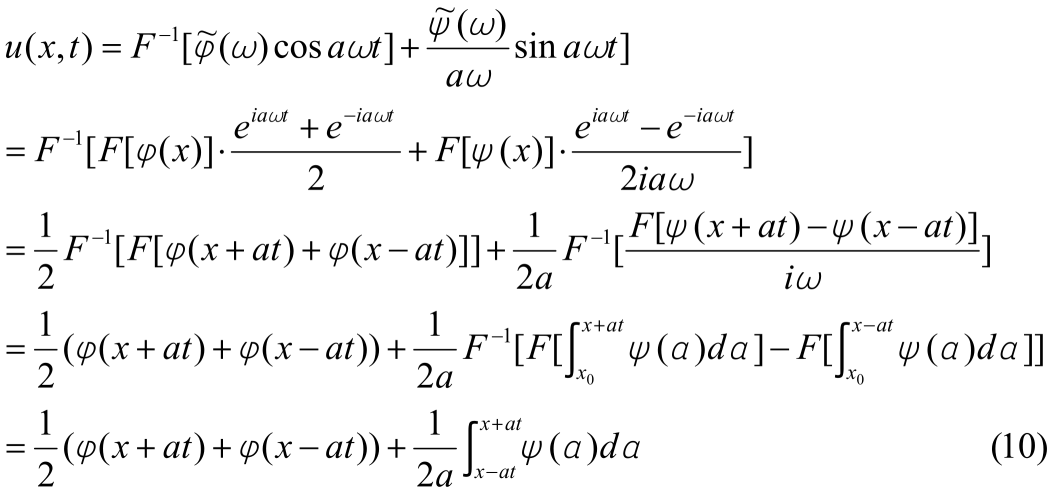
IMG_261 （2分）

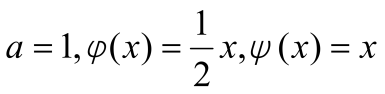
由(7)式可得

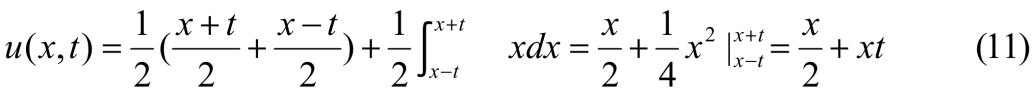
 （2分） （3）对(8)式中IMG_263求拉普拉斯逆变换可得

（2分）

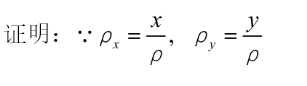
（4）对(9)式中IMG_265求傅里叶逆变换可得

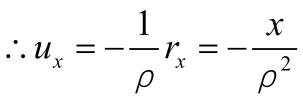
（3分）

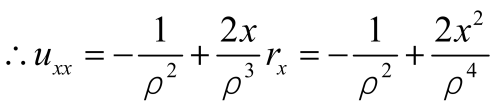
将代入(10)可得

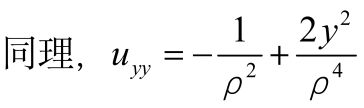
（2分）

1. 证明：

 （2分）

（2分）

 （3分）

 （2分）

IMG_260 （1分）

15、解：

分离变量形式的解为

代入方程(1)得到

（2分）

上式右端不含有，左端不含，所以只有当两端均为常数时才可能相等。令此常数为，或者令

（1分）

从而得到两个线性常微分方程：

（4）

（5）

解方程（4）得到

当，无意义。

当时，，由边值条件得到：

当时，，由边界条件可知，

，  （2分）

得到

所以，得到了一系列特征值与特征函数

因此，特征函数为

（6） （2分）

关于的方程

通解为：

（7）  （2分）

则，满足方程和边界条件的一组变量被分离的特解

将所有解进行叠加，得到

（2分）

代入初值条件

由泰勒级数的余弦展开，系数分别为

（1分）

（1分）

所以

（2分）

16、解：

令 （1分）

由方程和边界条件得到

（1分）

或者，令，结合

得到

（3分）

函数代换之后，得到

（2分）

利用分离变量法求解,

代入方程(1)得到

引入参数

得到

当和时，无意义。

当时，，由边界条件可知，

得到

因此，特征函数为

（1分）

求函数的一阶齐次线性微分方程

通解为：

（1分）

则，满足方程和边界条件的一组变量被分离的特解

将所有解进行叠加，得到

（1分）

由初始条件得到

由傅里叶正弦级数展开式确定系数

（1分）

则

（2分）

所以

（2分）