



POLITECNICO
MILANO 1863

**SCUOLA DI INGEGNERIA INDUSTRIALE
E DELL'INFORMAZIONE**

Fondamenti di Meccanica Strutturale

PRIMO PROGETTO A GRUPPI
Processo deformativo e Analisi di un disastro strutturale

Autori: **Andrea Riviello (238387)**
Dong Rossi (237067)
Matteo Salvadè (238342)

Corso di Studi: **Ingegneria Aerospaziale**
Docenti: Prof. Ing. **Roberto Fedele**, Ing. **Nicola Cefis**
Anno Accademico: **2025-26**

Indice

Indice	iii
1 Parte I - Problema della deformazione (immagine 2D e 3D)	1
1.1 Introduzione	1
1.2 Le grandi deformazioni	2
1.2.1 Funzione piazzamento	2
1.2.2 Decomposizione polare	4
1.2.3 Rotazione pura	5
1.2.4 Misurare la deformazione	6
1.3 Le piccole deformazioni	7
1.3.1 Teoria linearizzata	7
1.3.2 Decomposizione additiva	8
1.3.3 Misurare la deformazione	10
1.4 Il caso tridimensionale	12
2 Parte II - Analisi di un disastro strutturale: l'incidente di Ayrton Senna	15
2.1 Premessa	15
2.2 Introduzione e contesto storico	15
2.3 Dinamica e cause dell'incidente	16
2.3.1 Dinamica dell'incidente	16
2.3.2 Cause dell'incidente	16
2.4 Analisi della telemetria	18
2.5 Analisi strutturale del piantone dello sterzo	21
2.5.1 Composizione e materiali	21
2.5.2 Analisi metallurgica: le prove del cedimento per fatica	21
2.6 Analisi dell'aerodinamica e del sistema sospensivo come cause contribuenti all'incidente	23
2.6.1 L'aerodinamica e il diffusore della FW16	23
2.6.2 Dinamiche di stallo del diffusore e implicazioni strutturali	24
2.6.3 Il ruolo della sospensione della FW16	26
2.7 Aspetti legali e indagini giudiziarie	27
2.8 Conclusioni e sviluppi successivi	28
Appendice	31
Bibliografia e Sitografia	43

1 | Parte I - Problema della deformazione (immagine 2D e 3D)

1.1. Introduzione

Il presente elaborato analizza il comportamento di oggetti sottoposti a grandi e piccole deformazioni, mediante l'implementazione di un codice in MATLAB[®] per la rappresentazione grafica bidimensionale e tridimensionale delle trasformazioni geometriche.

Nel progetto vengono considerate inizialmente un'immagine bidimensionale (in particolare un francobollo, Figure 1.1) e successivamente una figura tridimensionale (un cubo colorato), entrambe sottoposte a deformazioni progressive, descritte dal gradiente del piazzamento \mathbf{F} . L'obiettivo è visualizzare e comprendere gli effetti delle trasformazioni meccaniche sulla forma, la lunghezza e l'orientamento delle fibre materiali.



Figure 1.1: Francobollo scelto come caso di studio 2D.

(1 giugno 1981 - Aereo MB 339 Aermacchi - 200 Lire)

La trattazione teorica si concentra sul significato del gradiente di deformazione \mathbf{F} e sulla sua decomposizione polare, che separa gli effetti di stiramento e rotazione nelle grandi deformazioni. Nel regime delle piccole deformazioni si introduce invece la decomposizione additiva del gradiente di spostamento \mathbf{H} , che distingue la parte simmetrica (piccola deformazione) da quella antisimmetrica (rotazione infinitesimale).

Il codice sviluppato consente di evidenziare graficamente tutti questi aspetti, mostrando come il tensore di Green-Lagrange \mathbf{E} , il campo di spostamento $\mathbf{s}(\mathbf{X})$ e i relativi fattori di deformazione influenzino l'evoluzione della configurazione spaziale iniziale sia in 2D che in 3D.

Si sottolinea che nel caso bidimensionale nel codice MATLAB[®], la matrice di rotazione antioraria è definita secondo la convenzione matematica standard, dove l'asse y è orientato verso l'alto. Tuttavia, nel sistema di visualizzazione delle immagini, l'asse y è orientato verso il basso, con l'origine posizionata nell'angolo in alto a sinistra. Questa inversione dell'asse y produce un effetto visivo che può risultare controllintuitivo: una rotazione matematicamente antioraria appare come una rotazione oraria nell'immagine vi-

visualizzata. Il codice implementa correttamente la trasformazione rigida antioraria secondo la teoria della meccanica dei continui; la discrepanza visiva è puramente una conseguenza del diverso sistema di coordinate utilizzato per la rappresentazione grafica del francobollo.

Tutto il codice MATLAB® utilizzato per la generazione delle visualizzazioni di questo capitolo è riportato integralmente nell'*Appendice* posta al termine del presente documento.

1.2. Le grandi deformazioni

Le grandi deformazioni si verificano quando elementi strutturali subiscono cambiamenti significativi di forma e dimensioni. Questo fenomeno richiede una descrizione generale e rigorosa, che considera la mappatura non lineare tra la configurazione iniziale di riferimento (o *Lagrangiana*) e la configurazione attuale deformata (o *Euleriana*) del corpo.

In questa sezione si introducono i concetti fondamentali della cinematica delle grandi deformazioni, come la funzione piazzamento e il suo gradiente, applicandoli a esempi pratici sviluppati tramite MATLAB®. Inoltre vengono esaminati i principali strumenti teorici e numerici per analizzare e visualizzare quantitativamente le deformazioni e gli spostamenti (anche in ambito tridimensionale nel *Paragrafo 1.4.*).

1.2.1. Funzione piazzamento

Nel regime delle grandi deformazioni, il comportamento di un materiale o di una struttura viene descritto tramite una funzione piazzamento χ , la quale associa a ogni punto materiale \mathbf{X} della configurazione di riferimento la corrispondente posizione \mathbf{x} nella configurazione attuale. Tale relazione viene espressa come:

$$\mathbf{x} = \chi(\mathbf{X}) = \mathbf{X} + \mathbf{s}(\mathbf{X})$$

dove $\mathbf{s}(\mathbf{X})$ è il campo degli spostamenti. Il gradiente della funzione piazzamento rispetto a \mathbf{X} è definito come gradiente del piazzamento, o *deformation gradient*:

$$\mathbf{F} = \frac{\partial \chi}{\partial \mathbf{X}} = \mathbb{1} + \mathbf{H}$$

$$\mathbf{F} \equiv \frac{\partial \chi_i}{\partial X_j} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \chi_X}{\partial X} & \frac{\partial \chi_X}{\partial Y} & \frac{\partial \chi_X}{\partial Z} \\ \frac{\partial \chi_Y}{\partial X} & \frac{\partial \chi_Y}{\partial Y} & \frac{\partial \chi_Y}{\partial Z} \\ \frac{\partial \chi_Z}{\partial X} & \frac{\partial \chi_Z}{\partial Y} & \frac{\partial \chi_Z}{\partial Z} \end{pmatrix} = \mathbb{1} + \begin{pmatrix} \frac{\partial s_X}{\partial X} & \frac{\partial s_X}{\partial Y} & \frac{\partial s_X}{\partial Z} \\ \frac{\partial s_Y}{\partial X} & \frac{\partial s_Y}{\partial Y} & \frac{\partial s_Y}{\partial Z} \\ \frac{\partial s_Z}{\partial X} & \frac{\partial s_Z}{\partial Y} & \frac{\partial s_Z}{\partial Z} \end{pmatrix}$$

dove $\mathbb{1}$ è la matrice identità e \mathbf{H} è il gradiente del campo di spostamento, con componenti $H_{ij} = \frac{\partial s_i}{\partial X_j}$.

Nel progetto MATLAB®, la funzione piazzamento è modellata tramite una mappa affine:

$$\mathbf{F} = \mathbb{1} + \eta \mathbf{H}$$

con η che regola l'intensità della deformazione (per le grandi deformazioni si considera $\eta = 1.5$) e \mathbf{H} matrice costante definita dall'utente. In particolare:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 0.75 & -0.62 \\ 0.27 & 0.54 \end{pmatrix}.$$

L'applicazione numerica di questa funzione consente di trasformare ogni punto della griglia dell'immagine dalla posizione lagrangiana \mathbf{X} a quella euleriana \mathbf{x} secondo la legge precedente, permettendo la visualizzazione diretta degli effetti della deformazione su immagini reali o oggetti tridimensionali. L'operazione viene implementata tramite una mappatura inversa (*inverse mapping*, χ^{-1}), ossia determinando per ogni punto nella configurazione deformata la sua corrispondenza nella configurazione iniziale. Per i punti che non coincidono esattamente con la griglia originale, i valori vengono ricostruiti tramite interpolazione bilineare mediante il comando `interp2` di MATLAB®.

Tutti i campi di spostamento e le immagini deformate sono ottenuti mediante questa funzione piazzamento (e la sua inversa), rispettando fedelmente la teoria delle grandi deformazioni per solidi continui. L'analisi numerica e la visualizzazione grafica sono state applicate a un'immagine reale, un francobollo italiano da 200 Lire del 1° giugno 1981 raffigurante l'aeromobile MB 339 Aermacchi, utilizzato come caso di studio per mostrare concretamente l'effetto delle grandi deformazioni nella configurazione 2D (e delle trasformazioni bidimensionali studiate nei paragrafi successivi).

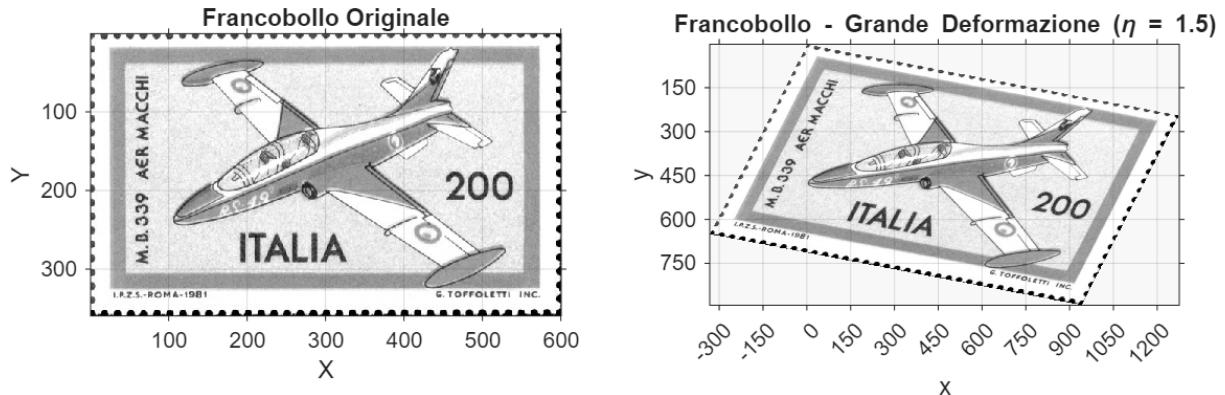


Figure 1.2: Effetto delle grandi deformazioni - caso 2D.

I risultati ottenuti mostrano come l'intensità della deformazione (regolata dal parametro η) influenzi in modo sostanziale la configurazione finale della struttura. In particolare, nel caso analizzato (Figure 1.2), possiamo notare come la matrice \mathbf{F} introduca modifiche significative sia nella forma che nell'orientamento dell'immagine, determinando una combinazione di rotazioni e stiramenti.

In seguito (Figure 1.3) è invece riportato il campo vettoriale di spostamento indotto dalla funzione piazzamento χ . A ciascun punto materiale viene associato un vettore che indica lo spostamento dalla configurazione materiale (non deformata) a quella corrente (deformata). Il campo di spostamento $\mathbf{s}(\mathbf{X})$ quantifica dunque l'entità e la direzione del moto di ogni punto materiale, ed è definito come

$$\mathbf{s}(\mathbf{X}) = \chi(\mathbf{X}) - \mathbf{X} = (\mathbf{F} - \mathbb{1}) \mathbf{X} = \eta \mathbf{H} \mathbf{X},$$

che risulta una funzione lineare nello spazio. La sua rappresentazione grafica consente di visualizzare in modo diretto il comportamento deformativo locale del materiale.

La visualizzazione del campo vettoriale ha principalmente uno scopo qualitativo: essa permette di evidenziare l'intensità e l'orientazione delle deformazioni subite dal corpo,

mettendo in risalto le zone maggiormente interessate dallo spostamento. A tal fine, i vettori sono colorati in base alla loro magnitudine (norma euclidea o norma 2, corrispondente a $\|\mathbf{s}\|_2 = \sqrt{s_x^2 + s_y^2}$), rendendo immediata la lettura della distribuzione spaziale dell'entità degli spostamenti e dunque della deformazione indotta da χ .

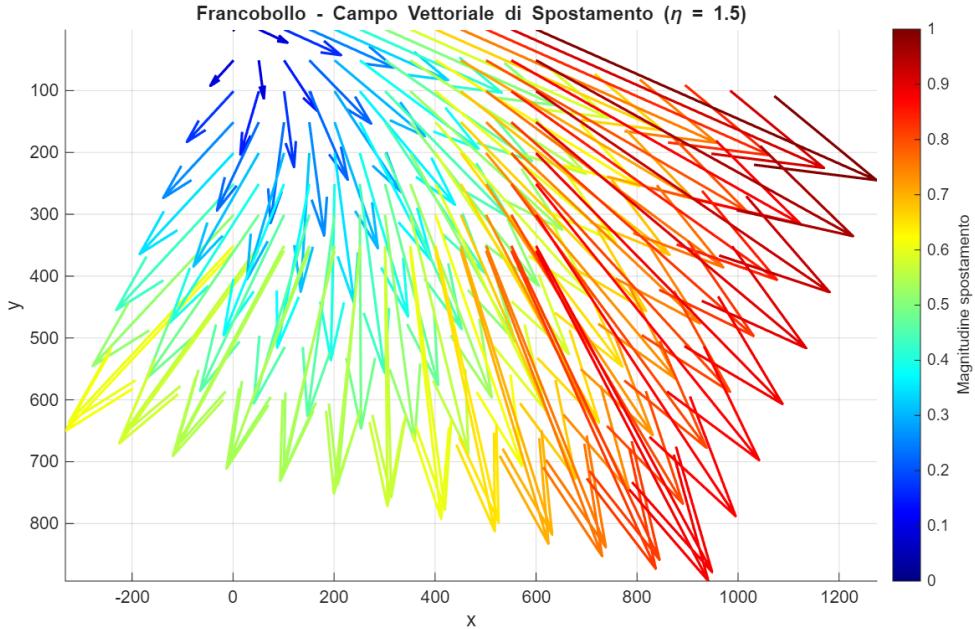


Figure 1.3: Campo di spostamento - caso 2D.

1.2.2. Decomposizione polare

Il teorema di decomposizione polare stabilisce che il gradiente del piazzamento \mathbf{F} , sotto l'ipotesi di $\det \mathbf{F} > 0$, può essere decomposto in modo unico in due forme equivalenti:

$$\mathbf{F} = \mathbf{R}\mathbf{U} = \mathbf{V}\mathbf{R},$$

dove \mathbf{R} è un tensore ortogonale proprio (rotazione rigida), mentre \mathbf{U} e \mathbf{V} sono tensori simmetrici e definiti positivi che rappresentano la deformazione pura.

\mathbf{U} è il tensore destro di stiramento (*right stretch tensor*), definito come $\mathbf{U} = \sqrt{\mathbf{F}^T \mathbf{F}}$, mentre \mathbf{V} è il tensore sinistro di stiramento (*left stretch tensor*), definito come $\mathbf{V} = \sqrt{\mathbf{F} \mathbf{F}^T}$. Entrambi i tensori hanno gli stessi autovalori ma differenti autovettori, legati dalla rotazione \mathbf{R} attraverso la relazione $\mathbf{V} = \mathbf{R}\mathbf{U}\mathbf{R}^T$.

La decomposizione polare destra $\mathbf{F} = \mathbf{R}\mathbf{U}$ rappresenta una sequenza in cui il materiale subisce prima una deformazione pura (stiramento) lungo direzioni principali definite da \mathbf{U} , seguita da una rotazione rigida \mathbf{R} . La decomposizione sinistra $\mathbf{F} = \mathbf{V}\mathbf{R}$ inverte l'ordine: prima la rotazione rigida, poi la deformazione pura. Questa non commutatività evidenzia che i tensori \mathbf{U} e \mathbf{V} descrivono lo stesso stato deformativo ma riferito a configurazioni diverse.

Se $\mathbf{R} = \mathbb{1}$, la trasformazione si riduce a una deformazione pura con $\mathbf{F} = \mathbf{U} = \mathbf{V}$. Se invece $\mathbf{U} = \mathbf{V} = \mathbb{1}$, si ha una rotazione rigida pura con $\mathbf{F} = \mathbf{R}$.

Nello *script* MATLAB® si prende in considerazione solo il caso di decomposizione destra, identificando dapprima \mathbf{U} e poi \mathbf{R} , ottenendo le figure mostrate in seguito (Figure 1.4).

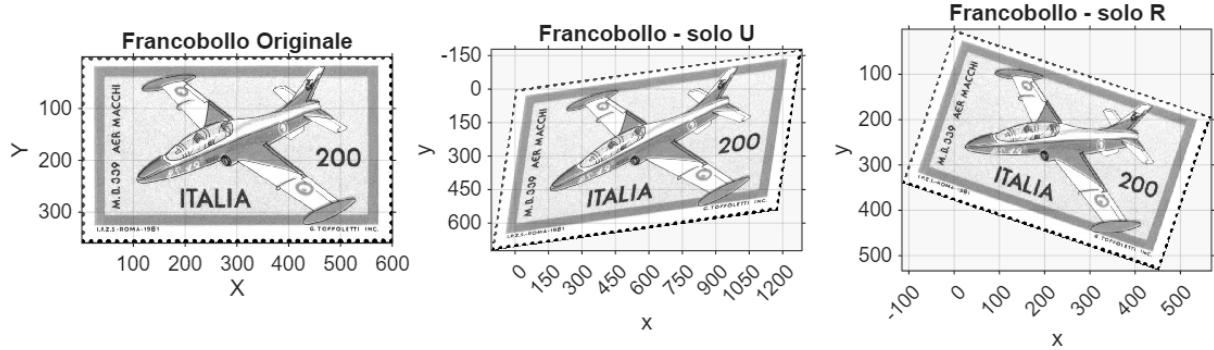


Figure 1.4: Decomposizione polare destra.

1.2.3. Rotazione pura

La rotazione pura, o rigida, costituisce un caso particolare di applicazione del teorema di decomposizione polare. Come già accennato nel paragrafo precedente, la rotazione pura si ha quando $\mathbf{U} = \mathbf{V} = \mathbb{1}$. La rotazione rigida è rappresentata dal tensore ortogonale proprio \mathbf{R} , il quale descrive un cambiamento di orientamento del corpo senza alcuna deformazione. Il tensore \mathbf{R} soddisfa le seguenti proprietà fondamentali:

$$\mathbf{R}^T \mathbf{R} = \mathbf{R} \mathbf{R}^T = \mathbb{1}, \quad \det(\mathbf{R}) = +1,$$

dove la prima condizione esprime l'ortogonalità del tensore, mentre la seconda caratterizza le rotazioni proprie (trasformazioni isocore), escludendo la presenza di riflessioni (per cui si avrebbe $\det(\mathbf{R}) = -1$).

Dati due vettori materiali qualsiasi $\delta \mathbf{x}_1$ e $\delta \mathbf{x}_2$, si può affermare che durante una rotazione rigida il corpo mantiene inalterate tutte le distanze reciproche tra i suoi punti materiali.

$$\| \delta \mathbf{x}_1 \|^2 = \| \delta \mathbf{x}_2 \|^2.$$

Si può aggiungere inoltre che, presi $\delta \mathbf{x}_1$ e $\delta \mathbf{x}_2$, la trasformazione mediante \mathbf{R} preserva il prodotto scalare:

$$(\mathbf{R} \delta \mathbf{x}_1) \cdot (\mathbf{R} \delta \mathbf{x}_2) = \delta \mathbf{x}_1 \cdot \delta \mathbf{x}_2.$$

All'atto pratico queste proprietà implicano che non vi è alcuna variazione della lunghezza delle fibre né dell'angolo tra esse, caratterizzando la rotazione come un moto rigido del continuo.

In particolare, se immaginiamo di assoggettare l'immagine bidimensionale ad una rotazione rigida di un angolo $\gamma > 0$, la matrice rappresentativa di tale rotazione è la seguente:

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma \\ \sin \gamma & \cos \gamma \end{pmatrix}.$$

Nel caso analizzato in Figure 1.5, al francobollo è stata applicata una rotazione rigida con un angolo $\gamma = 30^\circ$.

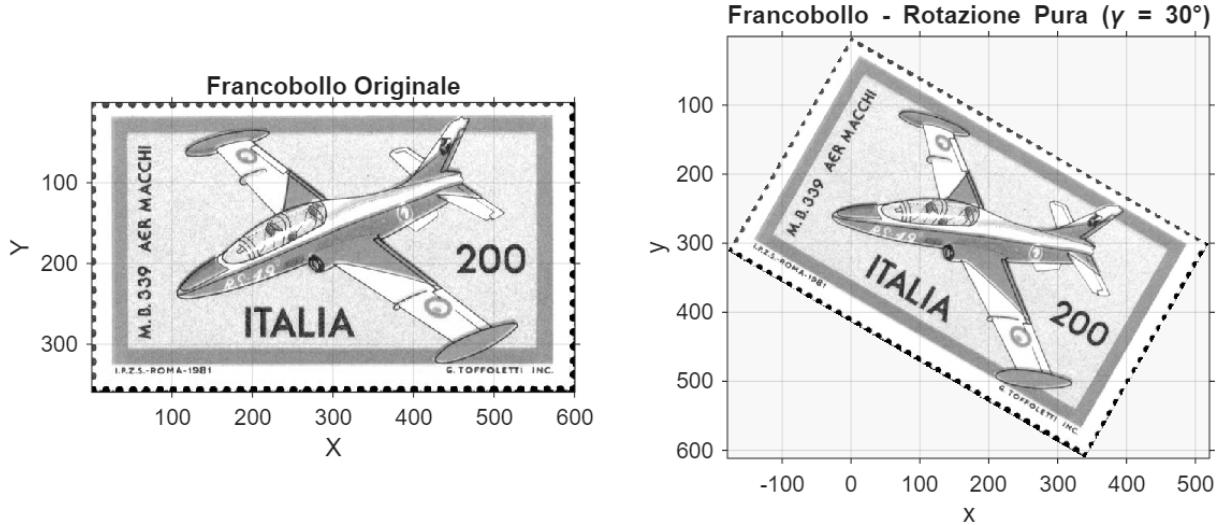


Figure 1.5: Rotazione pura - caso 2D.

1.2.4. Misurare la deformazione

La misura delle deformazioni (o *strain*) è fondamentale per valutare come la forma e le dimensioni di un materiale cambino sotto l'azione di forze esterne. Vi sono due diverse misure ingegneristiche di deformazione in un punto: la deformazione nominale, denotata come ϵ_{nom} , e la componente di deformazione di Green-Lagrange diretta, indicata come $\epsilon_{\text{diretta}}$.

Entrambe derivano dal rapporto tra lunghezze (o tra quadrati di lunghezze) e forniscono valori adimensionali:

$$\epsilon_{\text{nom}} = \frac{dl - dL}{dL} = \frac{dl}{dL} - 1 = \Lambda - 1,$$

$$\epsilon_{\text{diretta}} = \frac{1}{2} \frac{dl^2 - dL^2}{dL^2} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{dl}{dL} \right)^2 - 1 \right] = \frac{1}{2} [\Lambda^2 - 1],$$

dove dL è la lunghezza infinitesima nella configurazione iniziale (Lagrangiana), dl la lunghezza corrispondente dopo la deformazione (dunque nella configurazione Euleriana) e $\Lambda = dl/dL$ rappresenta lo stiramento (o *stretch*).

Queste grandezze risultano fondamentali per comprendere come variano le geometrie dei materiali sottoposti a carichi esterni, evidenziando anche la differenza tra regime di piccole e grandi deformazioni.

Inoltre, la deformazione diretta $\epsilon_{\text{diretta}}$ può essere generalizzata tramite il tensore di Green-Lagrange (o tensore di Green-Saint-Venant). Quest'ultimo si ottiene come

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2} (\mathbf{F}^T \mathbf{F} - \mathbf{1}),$$

dove \mathbf{F} è il gradiente del piazzamento e $\mathbf{1}$ la matrice identità. Questo tensore viene utilizzato per misurare la variazione al quadrato delle lunghezze tra la configurazione deformata e quella di riferimento.

Per quantificare la deformazione lungo una specifica direzione, si considera pertanto una fibra materiale unitaria \mathbf{T} nella configurazione di riferimento. Ad esempio, per una fibra verticale:

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

La deformazione unidirezionale si calcola tramite:

$$\epsilon_{\text{diretta}} = \mathbf{T}^T \mathbf{E} \mathbf{T}$$

che rappresenta l'allungamento di Green-Lagrange secondo \mathbf{T} .

Nell'esempio di riferimento tale valore risulta numericamente elevato (`epsilon_diretta = 1.5705`). L'allungamento percentuale effettivo (deformazione nominale) corrispondente è dunque del 103.5% lungo la fibra analizzata.

Nel caso di rotazione pura (*Paragrafo 1.2.3.*), il gradiente di deformazione si riduce alla sola matrice rotazionale (ossia $\mathbf{F} = \mathbf{R}$ e $\mathbf{U} = \mathbf{1}$). Di conseguenza, la misura della deformazione fornita dal tensore di Green-Lagrange è nulla, poiché:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2}(\mathbf{F}^T \mathbf{F} - \mathbf{1}) = \frac{1}{2}((\mathbf{R}\mathbf{1})^T(\mathbf{R}\mathbf{1}) - \mathbf{1}) = \frac{1}{2}(\mathbf{R}^T \mathbf{R} - \mathbf{1}) = \frac{1}{2}(\mathbf{1} - \mathbf{1}) = \mathbf{0}.$$

Ciò conferma che una rotazione rigida non provoca variazioni di lunghezza o forma, e dunque non genera deformazione.

In sintesi, la conoscenza delle diverse misure di deformazione e la possibilità di calcolarle tramite il tensore di Green-Lagrange permettono di descrivere efficacemente l'evoluzione geometrica di elementi strutturali, sia nel caso di grandi deformazioni che, come descritto nel paragrafo successivo, nel caso di piccole deformazioni.

1.3. Le piccole deformazioni

1.3.1. Teoria linearizzata

Nella pratica tecnica è spesso evidente che le variazioni percentuali di lunghezza, assieme alle variazioni angolari, possano considerarsi quantità piccole rispetto all'unità: in questi casi si dice che si è nell'ambito delle piccole deformazioni, descritte dalla teoria linearizzata. La teoria linearizzata si applica quando le deformazioni, le rotazioni e gli spostamenti del continuo sono sufficientemente piccoli da consentire la linearizzazione delle equazioni della meccanica dei continui. Tale teoria si basa su due ipotesi principali:

1. piccoli spostamenti, ovvero $\|\mathbf{s}\| < 1$, dove \mathbf{s} è lo spostamento;
2. piccoli gradienti di spostamento, cioè $\left\| \frac{\partial s_i}{\partial X_j} \right\| \ll 1$ ($i, j = X, Y, Z$).

In particolare, la seconda ipotesi ci permette di trascurare i prodotti e i quadrati delle derivate dello spostamento, linearizzando così le relazioni cinematiche costitutive. L'ipotesi di piccole deformazioni ci permette inoltre di confondere la configurazione di riferimento (Lagrangiana) con quella attuale (Euleriana). Ciò è evidente nell'immagine deformata con MATLAB® (Figure 1.6).

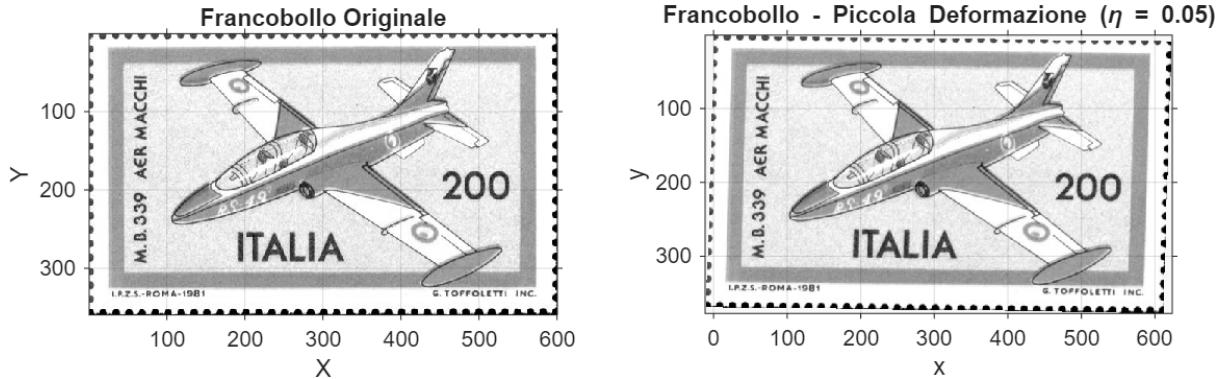


Figure 1.6: Piccole deformazioni.

Analogamente a quanto visto nel *Paragrafo 1.2.1.*, il *deformation gradient* \mathbf{F} viene approssimato al primo ordine come:

$$\mathbf{F} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} = \mathbb{1} + \eta \mathbf{H}$$

dove \mathbf{H} è il gradiente di spostamento con componenti $H_{ij} = \frac{\partial s_i}{\partial X_j}$ e η è uno scalare reale piccolo (nel progetto MATLAB® si utilizza un valore di η molto ridotto: `eta_small=0.05` per le piccole deformazioni contro `eta=1.5`, utilizzato per le grandi deformazioni).

La teoria linearizzata trova ampia applicazione nell’analisi strutturale e nell’elasticità classica, dove le deformazioni dei materiali tipicamente utilizzati rimangono contenute entro valori percentuali dell’ordine dell’1%, garantendo la validità delle ipotesi di linearizzazione. Questa formulazione semplificata permette di ottenere soluzioni analitiche o numeriche con notevole efficienza computazionale, mantenendo un’accuratezza adeguata per la maggior parte delle applicazioni ingegneristiche.

1.3.2. Decomposizione additiva

La decomposizione additiva per piccole deformazioni è un principio fondamentale della teoria linearizzata della meccanica dei continui: il gradiente di spostamento \mathbf{H} può essere suddiviso in una parte puramente deformante ($\boldsymbol{\varepsilon}$, simmetrica) e una parte puramente rotazionale (\mathbf{W} , antisimmetrica):

$$\mathbf{H} = \boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{W}.$$

Calcolando la variazione del tensore di Green-Lagrange \mathbf{E} (definito nel *Paragrafo 1.2.4.*) come limite del rapporto incrementale tra la sua espressione perturbata (con $\eta \neq 0$) e quella imperturbata (con $\eta = 0$), si ottiene $\boldsymbol{\varepsilon}$, tensore delle piccole deformazioni (*small strain tensor*). Quest’ultimo rappresenta la parte simmetrica del gradiente di spostamento:

$$\delta^{(1)} \mathbf{E} = \lim_{\eta \rightarrow 0} \frac{\mathbf{E}(\mathbb{1} + \eta \mathbf{H}) - \mathbf{E}(\mathbb{1})}{\eta} = \frac{1}{2} [\mathbf{H} + \mathbf{H}^T] = \boldsymbol{\varepsilon},$$

con componenti

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial s_i}{\partial x_j} + \frac{\partial s_j}{\partial x_i} \right).$$

ε rappresenta dunque la deformazione pura del continuo, trascurando i termini quadratici presenti nella teoria delle grandi deformazioni. Gli elementi diagonali ε_{ii} rappresentano le deformazioni normali (dilatazioni o contrazioni) lungo le direzioni degli assi coordinati, mentre gli elementi fuori diagonale ε_{ij} ($i \neq j$) rappresentano gli scorrimenti angolari dimezzati. Gli scorrimenti angolari sono le variazioni infinitesime degli angoli tra due fibre materiali inizialmente ortogonali; in pratica, misurano quanto e come le linee di materiale cambiano la loro inclinazione relativa a causa della deformazione, senza alterarne le lunghezze, come approfondito nel *Paragrafo 1.3.3*.

Si può isolare anche la parte antisimmetrica del gradiente di spostamento, rappresentata dal tensore di rotazione infinitesima (*spin tensor*) \mathbf{W} , il quale descrive la rotazione locale del continuo:

$$\mathbf{W} = \frac{1}{2}(\mathbf{H} - \mathbf{H}^T),$$

con componenti

$$W_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial s_i}{\partial x_j} - \frac{\partial s_j}{\partial x_i} \right).$$

Questa scomposizione riflette il fatto che qualsiasi piccola deformazione di un elemento solido può essere riscritta come la somma di una componente di deformazione pura e di una rotazione rigida infinitesimale. Nel codice MATLAB®, si costruiscono le matrici di trasformazione `F_epsilon` e `F_W` (associate dapprima rispettivamente a ε e \mathbf{W}), le quali applicano separatamente la deformazione e la rotazione ai punti dell'immagine di partenza.

L'utilizzo della mappa inversa (`invF_epsilon`, `invF_W`) e dell'interpolazione 2D permette di mostrare visivamente gli effetti distinti di deformazione e rotazione sui dati originali: la trasformazione applicata alla configurazione evidenzia la separazione concettuale tra cambiamento di forma e cambiamento di orientamento. La rappresentazione grafica (Figure 1.7) con immagini separate per la componente deformante e quella rotazionale, aiuta a comprendere come agiscono i due processi nella teoria linearizzata delle deformazioni infinitesime.

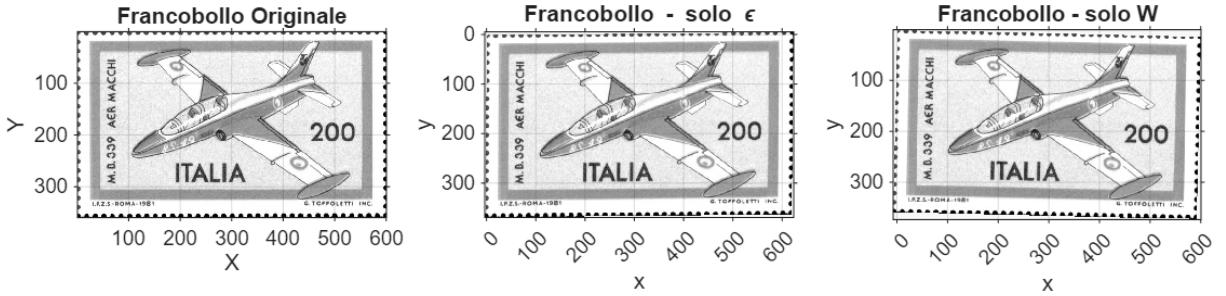


Figure 1.7: Decomposizione additiva.

1.3.3. Misurare la deformazione

Nel caso di piccole deformazioni è possibile assumere dl (lunghezza della fibra dopo la deformazione) coincidente con dL (lunghezza della fibra nella configurazione iniziale): la deformazione diretta $\epsilon_{\text{diretta}}$ si può così considerare coincidente con la deformazione nominale ϵ_{nom} , infatti

$$\epsilon_{\text{diretta}} = \frac{1}{2} \frac{dl^2 - dL^2}{dL^2} = \frac{1}{2} \frac{(dl + dL)(dl - dL)}{dL^2} \stackrel{dl \rightarrow dL}{=} \frac{1}{2} \frac{2dL(dl - dL)}{dL^2} = \frac{dl - dL}{dL} = \epsilon_{\text{nom}}.$$

La deformazione unidirezionale della medesima fibra unitaria \mathbf{T} considerata nel *Paragrafo 1.2.4.* si determina analogamente tramite:

$$\epsilon_{\text{diretta}} = \mathbf{T}^T \mathbf{E} \mathbf{T}$$

oppure

$$\epsilon_{\text{nom}} = \frac{dl - dL}{dL} = \frac{\|\mathbf{F}\delta\mathbf{X}\| - \sqrt{\delta\mathbf{X}}}{\sqrt{\delta\mathbf{X}}} = \sqrt{\frac{\delta\mathbf{X}^T \mathbf{C} \delta\mathbf{X}}{\delta\mathbf{X}}} - 1 = \sqrt{\mathbf{T}^T \mathbf{C} \mathbf{T}} - 1 = \sqrt{2\mathbf{T}^T \mathbf{E} \mathbf{T} + 1} - 1.$$

In questo caso l'allungamento relativo secondo \mathbf{T} risulta particolarmente contenuto: `epsilon_diretta_small` = 0.0278 ed `epsilon_nominale_small` = 0.0275, valori molto simili che possono essere approssimati come coincidenti.

Lo scorrimento angolare è un'ulteriore grandezza misurabile, definita come la variazione dell'angolo tra una coppia di fibre,

$$\gamma_{\alpha\beta} = \Theta_{\alpha\beta} - \theta_{\alpha\beta}$$

dove $\Theta_{\alpha\beta}$ è l'angolo iniziale tra le fibre e $\theta_{\alpha\beta}$ è l'angolo finale. Si dimostra così la validità della relazione:

$$\cos(\theta_{\alpha\beta}) = \frac{2\mathbf{T}_\alpha^T \mathbf{E} \mathbf{T}_\beta + \cos(\Theta_{\alpha\beta})}{\sqrt{(1 + 2\mathbf{T}_\alpha^T \mathbf{E} \mathbf{T}_\alpha)(1 + 2\mathbf{T}_\beta^T \mathbf{E} \mathbf{T}_\beta)}}$$

Nelle medesime ipotesi sopra citate, le derivate parziali del campo di spostamento $\frac{\partial s_i}{\partial x_j}$ e $\frac{\partial s_j}{\partial x_i}$ descrivono, per piccole deformazioni, le variazioni locali degli angoli. In particolare, il contributo allo scorrimento angolare lungo la direzione j dovuto allo spostamento nella direzione i è approssimativamente $\frac{\partial s_i}{\partial x_j}$, e viceversa.

La variazione totale dell'angolo tra i due assi è data pertanto dalla somma di questi due contributi:

$$\gamma_{ij} = \frac{\partial s_i}{\partial x_j} + \frac{\partial s_j}{\partial x_i}.$$

Il tensore degli scorrimenti $\boldsymbol{\gamma}$ è dunque simmetrico, analogamente a quanto visto nel *Paragrafo 1.3.2.*:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial s_i}{\partial x_j} + \frac{\partial s_j}{\partial x_i} \right).$$

Confrontando le due espressioni mostrate, si ottiene così la seguente relazione:

$$\gamma_{ij} = 2\varepsilon_{ij} \quad (i \neq j).$$

Questo risultato segue dal fatto che lo scorrimento angolare γ_{ij} misura l'intera variazione dell'angolo tra le direzioni considerate, mentre la componente fuori diagonale del tensore delle piccole deformazioni ε_{ij} rappresenta solo metà di tale variazione, così da mantenere la coerenza con la definizione di deformazione normale lungo direzioni inclinate.

Nel codice MATLAB® di riferimento vengono definite due fibre materiali ortogonali normalizzate \mathbf{T}_α e \mathbf{T}_β , tali che:

$$\mathbf{T}_\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_\beta = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Nel regime delle piccole deformazioni, se l'angolo iniziale tra due fibre materiali è $\Theta_{\alpha\beta} = \frac{\pi}{2}$ (come nel caso in esame), si ottiene la seguente relazione trigonometrica:

$$\cos(\theta_{\alpha\beta}) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \gamma_{\alpha\beta}\right) = \sin(\gamma_{\alpha\beta})$$

dove $\gamma_{\alpha\beta}$ rappresenta lo scorrimento angolare tra le fibre.

Lo scorrimento angolare $\gamma_{\alpha\beta}$ è dato dunque da:

$$\gamma_{\alpha\beta} = 2\mathbf{T}_\alpha^T \boldsymbol{\varepsilon} \mathbf{T}_\beta.$$

Vale a dire che, come descritto in precedenza, la variazione di angolo fra due fibre inizialmente ortogonali è direttamente proporzionale ai termini extradiagonali del tensore delle piccole deformazioni. Nel contesto dell'esempio adottato, il calcolo fornisce un valore pari a `gamma_alpha_beta_deg = 1.0027°` (l'angolo finale tra le due fibre precedentemente ortogonali è dunque `theta_finale = 88.9973°`).

1.4. Il caso tridimensionale

L'estensione dalla configurazione bidimensionale a quella tridimensionale non comporta cambiamenti concettuali nella formulazione della cinematica delle grandi deformazioni, ma amplifica le possibilità di descrizione geometrica del corpo continuo. Nel caso 2D, la deformazione è visualizzata come trasformazione di superfici, mentre nel caso 3D si considerano domini volumetrici, consentendo di osservare con maggiore chiarezza fenomeni quali variazioni di volume, stiramenti e distorsioni spaziali complesse.

Aspetto	2D	3D
Configurazione	Superficie (X, Y)	Volume (X, Y, Z)
Gradiente del piazzamento	$\mathbf{F} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$	$\mathbf{F} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$
Deformazione	Solo forma (2D)	Forma e volume (3D)
Rotazione rigida	Matrice 2×2 di rotazione	Matrice 3×3 di rotazione
Campo di spostamento	Vettori nel piano	Vettori nello spazio
Rotazione pura	Rotazione nel piano	Rotazione attorno ad un asse

Table 1.1: Sintesi del confronto tra il caso bidimensionale e tridimensionale.

Il gradiente del piazzamento \mathbf{F} (o *deformation gradient*) mantiene la stessa definizione formale, ma è ora una matrice 3×3 , capace di descrivere stiramenti e rotazioni lungo tre direzioni indipendenti. Analogamente, la decomposizione polare resta valida anche in tre dimensioni e continua a separare in modo univoco la componente deformativa dalla rotazione rigida.

Nel seguito, tali concetti verranno applicati alla deformazione di un cubo tridimensionale, discretizzato in una griglia di punti, la cui visualizzazione è resa più efficace e gradevole attraverso l'utilizzo della `colormap(cool)` di MATLAB®. Questa estensione consente di visualizzare direttamente l'effetto di \mathbf{F} sul volume, evidenziando le direzioni privilegiate di stiramento e fornendo un quadro più completo della cinematica delle grandi deformazioni del continuo tridimensionale.

Nel progetto MATLAB®, il cubo viene deformato assegnando inizialmente un gradiente di spostamento tridimensionale \mathbf{H} (dove $H_{ij} = \frac{\partial s_i}{\partial X_j}$), definito numericamente per simulare un caso generico di deformazione:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.05 & 0.02 \\ 0.04 & 0.15 & 0.03 \\ 0.01 & -0.02 & 0.08 \end{pmatrix}.$$

Il gradiente del piazzamento nel 3D viene poi definito, analogamente al caso bidimensionale, come:

$$\mathbf{F} = \mathbf{1} + \eta \mathbf{H},$$

dove η regola l'intensità della deformazione (nel codice di riferimento si considerano le grandi deformazioni: $\eta = 4.4$).

Applicando questa trasformazione alla configurazione iniziale, si ottiene la configurazione deformata $\mathbf{x} = \mathbf{F}\mathbf{x}$ (Figure 1.8). Nello *script* MATLAB® (sezione 1.4. dell'*Appendice*),

questa operazione viene eseguita moltiplicando la matrice \mathbf{F} per le coordinate dei punti della griglia, con visualizzazione tramite `scatter3` e tracciamento degli spigoli deformati per una rappresentazione visiva chiara.

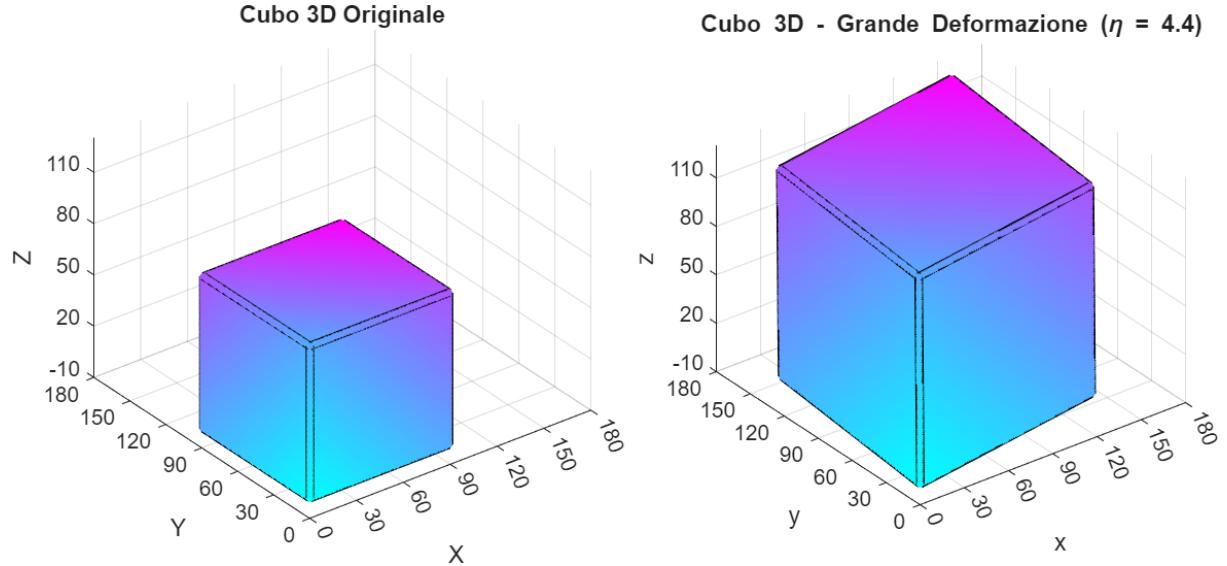


Figure 1.8: Effetto delle grandi deformazioni - caso 3D.

In seguito (Figure 1.9) è inoltre rappresentato il campo vettoriale tridimensionale degli spostamenti $\mathbf{s}(\mathbf{X}) = (\mathbf{F} - \mathbf{1})\mathbf{X} = \eta \mathbf{H}\mathbf{X}$, visualizzato utilizzando vettori colorati in base alla loro norma euclidea ($\|\mathbf{s}\|_2 = \sqrt{s_x^2 + s_y^2 + s_z^2}$). Questo campo evidenzia qualitativamente la direzione e l'intensità degli spostamenti locali di ogni punto materiale a seguito della deformazione complessiva.

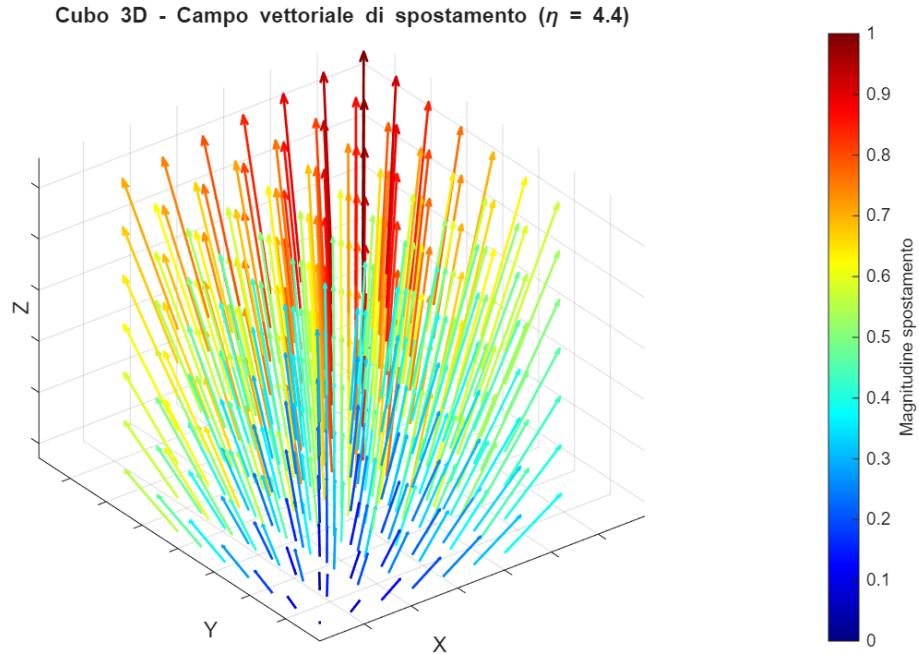


Figure 1.9: Campo di spostamento - caso 3D.

In accordo con la teoria delle grandi deformazioni, si distingue la componente deformativa pura dalla rotazionale tramite la decomposizione polare del gradiente \mathbf{F} , espressa come:

$$\mathbf{F} = \mathbf{R}\mathbf{U} = \mathbf{V}\mathbf{R}$$

dove \mathbf{R} è un tensore di rotazione ortogonale proprio, mentre \mathbf{U} e \mathbf{V} sono tensori simmetrici e definiti positivi che rappresentano rispettivamente il tensore destro e sinistro di stiramento (*right and left stretch tensors*).

Nel caso particolare di una rotazione pura tridimensionale (Figure 1.10), l'operatore \mathbf{F} è dato esclusivamente dalla matrice di rotazione \mathbf{R} , come illustrato nell'esempio presente nel codice MATLAB®, dove viene applicata al cubo una rotazione di $\gamma = 45^\circ$ attorno all'asse z . In particolare:

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Tale trasformazione mantiene inalterate le distanze e gli angoli della struttura originale, confermando l'assenza di deformazione e unicamente la variazione di orientamento.

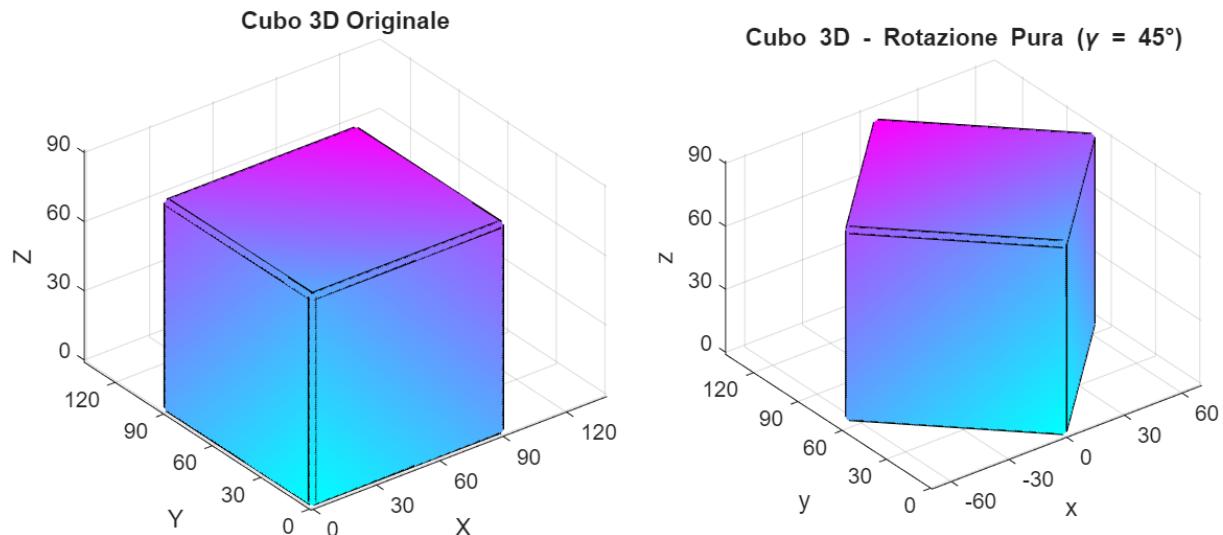


Figure 1.10: Rotazione pura - caso 3D ($\gamma = 45^\circ$).

Questo esempio multidimensionale illustra il ruolo cruciale del tensore \mathbf{F} e della sua scomposizione nella descrizione delle trasformazioni meccaniche tridimensionali, combinando metodi teorici e simulazioni numeriche per analizzare la risposta di solidi continui a grandi deformazioni e rotazioni.

In conclusione, l'analisi condotta ha mostrato come la descrizione della deformazione possa essere affrontata in modo coerente sia in due che in tre dimensioni, senza alterare i principi fondamentali della cinematica del continuo. Il caso tridimensionale, peraltro, consente una rappresentazione più ricca e aderente ai fenomeni fisici. Il percorso sviluppato ha permesso non solo di comprendere i meccanismi geometrici alla base delle deformazioni, ma anche di acquisire gli strumenti necessari per interpretarli e visualizzarli con chiarezza. Si pongono così le basi per ulteriori estensioni verso modelli più complessi, applicazioni numeriche avanzate o futuri studi sperimentali.

2 | Parte II - Analisi di un disastro strutturale: l'incidente di Ayrton Senna

2.1. Premessa

La seguente relazione tratta dell'incidente occorso al pilota Ayrton Senna durante il Gran Premio di Formula 1 di San Marino nel 1° maggio 1994, al volante della Williams FW16. In particolare si analizzano gli aspetti strutturali e dinamici del veicolo, con attenzione alle possibili cause meccaniche e aerodinamiche che contribuirono alla perdita di controllo della vettura e al successivo impatto. La ricerca include un esame approfondito del piantone dello sterzo, un'analisi dettagliata della telemetria raccolta durante l'incidente e uno studio dell'aerodinamica instabile della vettura, al fine di individuare eventuali correlazioni con il cedimento strutturale che portò al tragico evento. Il progetto nasce come studio di un disastro strutturale, ma si sviluppa con un approccio multidisciplinare. Integrando analisi aerodinamiche, rilevamenti telemetrici e aspetti legali, permette così una comprensione più completa e articolata delle molteplici cause e conseguenze dell'episodio.



Figure 2.1: Ayrton Senna al volante della Williams FW16, *FormulaPassion.it*.

2.2. Introduzione e contesto storico

Il GP di San Marino del '94, disputato sul circuito di Imola, rappresenta uno degli eventi più drammatici nella storia della Formula 1. Durante quel fine settimana persero la vita due piloti, Roland Ratzenberger in qualifica e Ayrton Senna nel corso della gara.

Ayrton Senna, già tre volte campione del mondo, tornò nel 1994 nel team Williams dopo l'esperienza con la McLaren. La Williams FW16 rappresentava un'evoluzione della FW15 dell'anno precedente, incorporando modifiche aerodinamiche e strutturali necessarie per conformarsi ai nuovi limiti regolamentari imposti dalla *Fédération Internationale de l'Automobile* (FIA), l'organo di governo mondiale delle competizioni automobilistiche. Tuttavia, già nei test pre-stagionali emersero criticità di manovrabilità e instabilità rispetto agli obiettivi prestazionali attesi.

Al momento dell'incidente, Senna era al comando della gara quando la sua monoposto uscì dalla linea ideale all'altezza della curva 11, finendo per urtare violentemente contro un muro in cemento.

Questo tragico episodio rappresentò un punto di svolta nella storia della Formula 1: spinse la FIA e i costruttori a un ripensamento radicale delle norme di sicurezza, con introduzione di misure quali telai rinforzati, miglioramenti nei materiali, zone di fuga più ampie e controlli strutturali più severi.

2.3. Dinamica e cause dell'incidente

2.3.1. Dinamica dell'incidente

L'incidente avvenne nel corso del settimo giro alla cosiddetta curva del Tamburello, un curvone a sinistra con un raggio di circa 200 metri, solitamente affrontata dai piloti a velocità elevatissime, prossime ai 310 km/h. La monoposto di Senna perse improvvisamente aderenza e deviò dalla traiettoria ideale, procedendo dritta verso il muro di cemento esterno alla curva. Nonostante tutti i tentativi di rallentare la vettura, come evidenziato dalla telemetria (analizzata nel dettaglio nel *Paragrafo 2.4*) l'impatto avvenne a circa 211 km/h, con un angolo di collisione di circa 22°. Analisi successive hanno stimato che la decelerazione indotta si attestasse tra 70 e 100 g. Si tratta di un intervallo di valori sufficientemente elevato da generare forze di rallentamento di entità paragonabile a decine di volte quelle riscontrate durante un lancio spaziale ($\approx 3\text{ g}$), al limite dell'integrità strutturale dei materiali e della sopravvivenza biologica dei tessuti.

L'urto della FW16 di Ayrton Senna contro il muro di cemento causò il distacco della ruota anteriore destra, il cui braccio di sospensione colpì il casco del pilota, perforandolo e provocandogli lesioni craniche fatali. Quando avvenne l'impatto l'energia cinetica del frammento era elevata e concentrata su una piccola area, il che generò una forza considerevole responsabile della gravità delle lesioni. Questa dinamica rappresenta uno degli elementi chiave dell'incidente e dimostra come un singolo elemento meccanico, in un contesto di alta velocità e sollecitazioni estreme, possa avere conseguenze letali.

La telemetria ha poi evidenziato un'anomalia critica negli istanti precedenti l'uscita di pista: una perdita di pressione nel circuito idraulico del sistema di sterzo aveva provocato la mancata risposta del volante, impedendo al pilota di mantenere la traiettoria del veicolo. Inoltre, la configurazione della pista - caratterizzata dall'assenza di una via di fuga adeguata nel punto dell'incidente e dalla presenza di un muro di cemento in prossimità del tracciato - ha ridotto drasticamente le possibilità di contenere i danni.

2.3.2. Cause dell'incidente

Le indagini ufficiali condotte dalla FIA, dal team Williams e dalle autorità italiane, individuarono come causa principale dell'incidente la rottura del piantone dello sterzo, modificato prima della gara con una saldatura ed un allungamento per adattarlo alla posizione di guida.

L'analisi metallurgica, successivamente effettuata, rivelò segni di fatica proprio nel punto di saldatura, indicando che il piantone cedette a causa delle sollecitazioni della curva. La telemetria confermò che, negli istanti precedenti l'uscita di pista, il volante non rispondeva

adeguatamente, rendendo impossibile la correzione della traiettoria.



Figure 2.2: La Williams di Senna dopo l'incidente: in giallo cerchiato il piantone dello sterzo spezzato, *AutoSprint.it*.

Il cedimento strutturale dello sterzo fu considerato il fattore determinante dell'incidente dalla maggior parte degli esperti, nonché dall'inchiesta giudiziaria italiana, che pertanto attribuì al team della scuderia Williams le responsabilità tecniche. Tuttavia ci sono altri elementi che con ogni probabilità contribuirono all'incidente.

La monoposto, progettata da Adrian Newey - celebre ingegnere britannico e tra i progettisti più innovativi e influenti nella storia della Formula 1 - era notoriamente instabile. In aggiunta, le nuove regolamentazioni tecniche introdotte proprio quell'anno non fecero altro che aumentare questa sua instabilità. Esse da un lato vietavano le sospensioni attive, il controllo di trazione e altre tecnologie elettroniche avanzate e dall'altro imponevano una riduzione delle appendici aerodinamiche e un aumento dell'altezza da terra.

Le modifiche effettuate sulla base del nuovo regolamento tecnico avevano reso la vettura molto sensibile alle turbolenze e agli avvallamenti della pista, specialmente in curve affrontate ad altissima velocità come quella del Tamburello, che aveva un fondo irregolare capace di destabilizzare l'assetto della vettura (come verrà analizzato nel *Paragrafo 2.6.3.*).

Il Gran Premio inoltre era iniziato con un incidente alla partenza, per cui era dovuta entrare in pista la *safety car*, una Opel Vectra che procedeva ad una velocità troppo bassa per permettere agli pneumatici delle monoposto di raggiungere la temperatura ideale, riducendone l'aderenza. L'incidente si verificò nel secondo giro dopo il rientro della *safety car*: le gomme Goodyear erano ancora ben lontane dalla temperatura ideale di esercizio e ciò ridusse ulteriormente l'aderenza della FW16.

Quel pomeriggio del 1° maggio 1994, sulla pista di Imola, una combinazione di fattori provocò l'incidente che portò alla morte di Ayrton Senna: il cedimento meccanico del piantone dello sterzo, la temperatura non ottimale degli pneumatici, la conformazione critica della pista e l'instabilità della vettura accentuata da nuove limitazioni regolamentari aerodinamiche e sospensive.

2.4. Analisi della telemetria

Il documento telemetrico fornito da CINECA (Figure 2.3), consorzio interuniversitario specializzato nel calcolo scientifico e nella gestione di dati, raccoglie le informazioni registrate a bordo della Williams FW16 durante i secondi che precedettero l'incidente. Le variabili analizzate includono velocità, regime del motore, marcia inserita, pressione idraulica del sistema di sterzo, latitudine e longitudine. A partire da tali dati, campionati ogni 0.02 secondi, sono stati riprodotti ed elaborati con MATLAB® i grafici più significativi (riportati e commentati in seguito) al fine di facilitare l'analisi e l'interpretazione dinamica.



Figure 2.3: Telemetria fornita da CINECA, *Repubblica.it*.

Il primo grafico, (Figure 2.4) riprodotto tramite MATLAB®, riporta la telemetria del servosterzo. Tra le grandezze considerate, il segnale STGPR risulta di particolare rilievo. Esso rappresenta la pressione idraulica nel cilindro sinistro della cremagliera dello sterzo, variabile in funzione della direzione e dell'intensità della sterzata. In particolare esso si manifesta minore in curva a sinistra, maggiore in curva a destra e stabile intorno a 400 psi a ruote centrate. Fluttuazioni possono derivare da urti trasmessi dalle ruote. La telemetria mostra un calo di STGPR (da 317 a 164 psi) mentre Senna percorreva la curva a sinistra, e un aumento a 400 psi quando l'auto deviò dalla traiettoria. La pressione nel cilindro sinistro ($STGPR_{sx}$) è collegata alla pressione nel cilindro destro (non mostrata nella telemetria originale) tramite STGACT (differenza di pressione dello sterzo). Questo è evidente nel grafico sottostante (Figure 2.4), dove le tracce telemetriche sono riportate tutte insieme.

STGACT rappresenta pertanto la differenza di pressione tra il lato di "sterzata" e il lato di "scarico" della cremagliera dello sterzo ed è definita come $STGACT = STGPR_{dx} - STGPR_{sx}$. Quando lo sterzo è centrato o non caricato sono previsti valori nulli o bassi, mentre i valori sono massimi alla fine di una corsa dello sterzo o sotto il massimo carico trasmesso dalle ruote anteriori (per esempio in presenza di urti). Valori positivi indicano sterzata a sinistra, valori negativi indicano sterzata a destra.

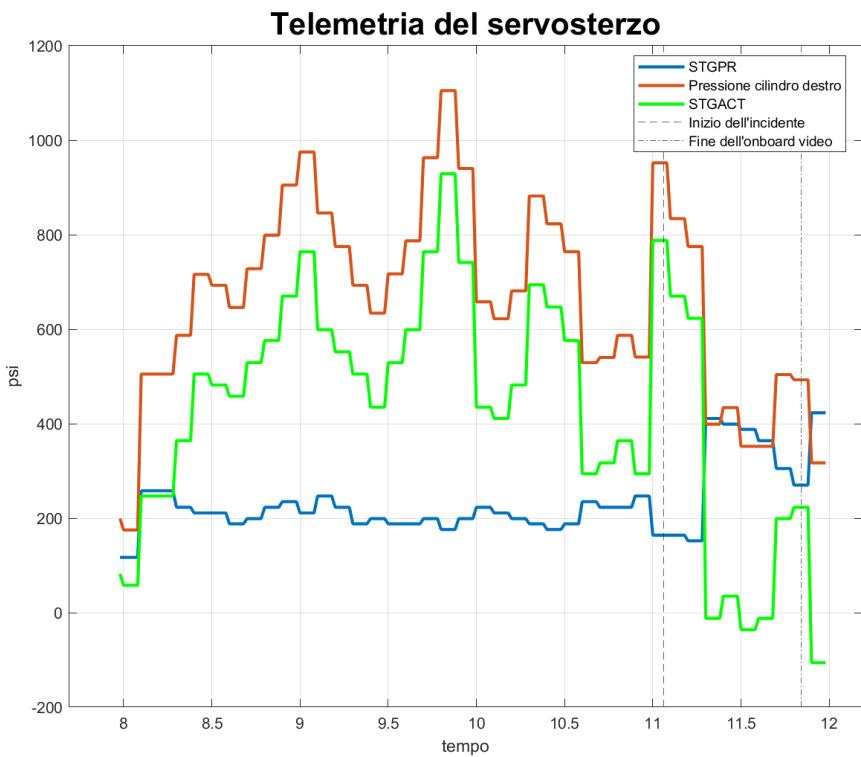


Figure 2.4: Telemetria del servosterzo.

- 11.00-11.08s:** Aumento più ripido della differenza di pressione (da 294 a 788 psi). La pressione nel cilindro L.H.S. è anche la più bassa registrata (164 psi), suggerendo una curva a sinistra netta con lo sterzo.
- 11.10-11.28s:** Rimangono una notevole pressione nel cilindro destro e una pressione molto bassa nel cilindro sinistro, anche se la differenza di pressione inizia a diminuire (da 788 a 623 psi). Significa che, almeno fino a 11.20 s, le ruote anteriori continuano a girare a sinistra. Durante questo intervallo di tempo Senna perde il controllo.
- 11.30-11.68s:** Le pressioni nei cilindri L.H.S. e R.H.S. risultano sostanzialmente identiche, pari a circa 400 psi. Non si verifica alcuna assistenza alla sterzata e le ruote anteriori sono dunque dritte.
- 11.70-11.88s:** La differenza di pressione aumenta gradualmente fino al valore precedentemente registrato, pari a 223 psi, quando Senna entrò nella curva a 8.10 s. Tale variazione suggerisce un leggero tentativo di sterzata a sinistra, un urto sulla pista o un disturbo generato dall'inizio della frenata intensa, trasmesso ai cilindri attraverso le ruote anteriori.

Inoltre, si riporta in seguito un diagramma schematico che illustra i componenti dello sterzo elettroidraulico:

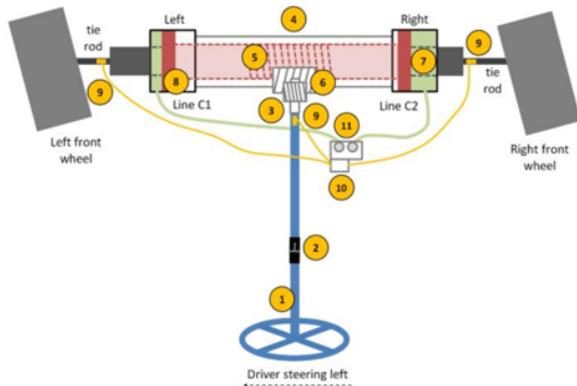


Figure 2.5: Schema di uno sterzo elettroidraulico, *Scribd.com*.

- (1) colonna, (2) puntone di supporto con boccola, (3) pignone, (4) cremagliera dello sterzo, (5) denti della cremagliera, (6) ingranaggio inversore, (7) cilindro idraulico, (8) pistone, (9) indicatori di treno, (10) valvola elettroidraulica di servoassistenza, (11) porti di controllo idraulico C1 e C2 della valvola di servoassistenza.

Nel grafico successivo (Figure 2.6), elaborato sempre tramite MATLAB[®], è riportata la telemetria del parametro STGSTN, misura dello sforzo di taglio nella colonna dello sterzo. Tale parametro varia da valori nulli in corrispondenza dell'asse neutro del piantone fino al valore massimo sulla superficie esterna, dove la distanza dal centro è maggiore. I dati provengono da tre estensimetri la cui posizione esatta non è documentata né nei disegni tecnici disponibili né nelle fotografie della vettura. Solo nel maggio del 2014, in un'intervista ad *Auto Motor und Sport*, Adrian Newey rivelò che i sensori erano situati “nei montanti dell'asse anteriore”, probabilmente riferendosi ai braccetti della sospensione o ai tiranti che collegano le ruote anteriori alla scatola dello sterzo. Nessun estensimetro è stato trovato nella sezione superiore del piantone dopo il cedimento e non è chiaro se il terzo sensore fosse effettivamente posizionato all'estremità inferiore della colonna, vicino al pignone (la ruota dentata che, ingranando con la cremagliera, converte il movimento rotatorio del volante in spostamento lineare delle ruote).

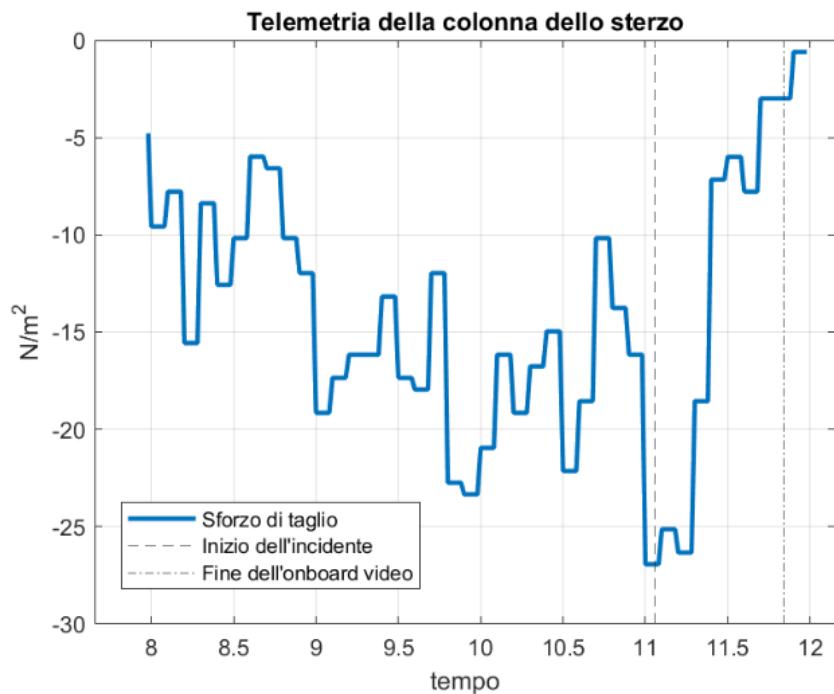


Figure 2.6: Telemetria della colonna dello sterzo.

- 7.98-9.08s:** La sollecitazione dello sterzo sta aumentando nella colonna all'inizio della curva, arrivando a -19.15 N/m^2 a 9.08 s (da -4.79 N/m^2 a 7.98 s).
- 9.10-9.68s:** Un periodo di sforzo relativamente stabile nella regione da -16 a -17 N/m^2 , segno di una costante torsione verso sinistra.
- 9.70-9.78s:** La tensione scende da -17.95 N/m^2 a -11.97 N/m^2 , coerente con il fatto che lo sterzo diventa più leggero quando l'auto incontra una variazione del fondo stradale e sperimenta un sovrasterzo transitorio.
- 9.80-9.98s:** Un forte aumento dello sforzo indica che il sovrasterzo è scomparso, Senna continua a sterzare a sinistra (-23.34 N/m^2).
- 10.50-10.58s:** Un'altra rapida correzione dello sterzo a sinistra (la tensione raggiunge -22.14 N/m^2).
- 10.80-11.08s:** L'aumento più ripido della tensione dello sterzo registrato nella telemetria. Continua a salire da -10.17 N/m^2 a 10.78 s fino a -26.93 N/m^2 a 11.08 s. Ciò corrisponde a un improvviso sforzo di sterzata (a sinistra) esercitato da Senna immediatamente prima di perdere il controllo.
- 11.10-11.28s:** C'è una costante elevata sollecitazione dello sterzo (tra -25.13 e -26.33 N/m^2) nel periodo critico durante il quale Senna perde il controllo. Non si verifica alcun calo improvviso della sollecitazione che possa indicare che lo sterzo si sia alleggerito sulle prime due buche.
- 11.30-12.38s:** Da questo punto in poi, la deformazione dello sterzo scende praticamente a zero (0.60 N/m^2) in una curva quasi quadratica.

La telemetria conferma dunque che, nonostante gli estremi sforzi correttivi del pilota, le caratteristiche instabili della vettura e le irregolarità del tracciato hanno reso inevitabile l'incidente fatale.

2.5. Analisi strutturale del piantone dello sterzo

2.5.1. Composizione e materiali

Il piantone dello sterzo della Williams FW16 era progettato in origine come un tubo metallico monoblocco lungo 910,2 mm. Dopo il Gran Premio del Brasile del 27 marzo 1994, Senna segnalò disagio nella posizione di guida: le nocche delle mani toccavano la parte superiore del telaio quando utilizzava il suo volante preferito, compromettendo l'ergonomia e la precisione di guida. Per risolvere il problema, Adrian Newey incaricò il team tecnico di abbassare il piantone dello sterzo di 2 mm. Tuttavia, questa soluzione si rivelò incompatibile con le direttive FIA; per adeguarsi al regolamento, si decise quindi di allungare il piantone, collocando il volante in una zona più ampia della scocca e facilitandone la presa da parte del pilota.

La modifica comportò il taglio del tubo originale e l'inserimento di una sezione intermedia a diametro ridotto, a una distanza di 685.5mm dall'estremità inferiore del piantone. Ne risultò un piantone diviso in tre parti: due sezioni estreme in acciaio T45 (diametro esterno 22.225 mm, spessore 0.9 mm) e una sezione centrale in acciaio EN14 (diametro esterno 18 mm, spessore 1.2 mm), tutte unite tramite saldatura. Questa soluzione introdusse gravi discontinuità geometriche e di materiale.

Il T45, materiale delle sezioni originali, è un acciaio al carbonio-manganese ad alta resistenza, pensato per applicazioni strutturali critiche. Presenta una resistenza allo snervamento di 620 MPa e a trazione di 750 MPa (la resistenza allo snervamento indica lo stress massimo che il materiale può sopportare prima di deformarsi permanentemente, mentre la resistenza a trazione rappresenta il carico massimo sostenibile prima della rottura), valori significativamente superiori all'EN14 (rispettivamente 340 MPa e 620 MPa). Quest'ultimo, pur avendo un maggiore contenuto di carbonio (0.19% contro 0.17% del T45), è penalizzato dalla minore presenza di manganese e da trattamenti termici diversi, risultando meno resistente. Si tenga presente che la resistenza all'urto dell'EN14 (55 J) supera quella del T45 (25 J), ma questo vantaggio è vanificato dalla drastica riduzione della sezione resistente nella zona di transizione tra i due materiali. Qui, il diametro passa da 22.225 mm a 18 mm, creando un punto di concentrazione degli sforzi particolarmente critico.

2.5.2. Analisi metallurgica: le prove del cedimento per fatica

L'analisi metallurgica fu condotta dall'Università di Bologna, più precisamente dal team diretto dal Professor Enrico Lorenzini e sotto la supervisione dei Professori Gian Paolo Cammarota e Angelo Casagrande. Lo studio ha evidenziato tipiche fratture da fatica. Tramite microscopia elettronica a scansione (SEM), si è rilevato che circa il 60% della superficie di rottura presentava striature di fatica, segno inequivocabile di un cedimento progressivo dovuto a sollecitazioni cicliche e non a una rottura istantanea per l'impatto. Il Professor Casagrande concluse che la cricca (termine che indica la frattura) era già presente e si era estesa prima della gara. Il Professor Cammarota segnalò anche difetti di

finitura superficiale: la lucidatura esterna era solo parziale, mentre l'interno non era stato trattato. Per una maggiore sicurezza, tutte le superfici di componenti critici dovrebbero essere lucidate a specchio per evitare microstrutture che possono fungere da innesco per rotture da fatica.

L'analisi strutturale ha individuato diversi difetti tecnici. Innanzitutto la riduzione di diametro ha diminuito in modo critico l'area resistente nel punto di massima sollecitazione: il passaggio da 22.225 mm a 18 mm ha introdotto un fattore di concentrazione degli sforzi elevato per geometria (spigoli vivi e raccordi insufficienti) e per transizione materiale. Il raggio di raccordo piccolo tra le sezioni ha ulteriormente aggravato la situazione: con un raggio ridotto lo stress locale tende a valori altissimi, facilitando l'innesto della rottura. L'impiego di tre materiali diversi, con proprietà chimiche e meccaniche non omogenee, ha generato ulteriori punti deboli nelle zone di saldatura. Infine, segni pronunciati di utensili di lavorazione su superfici esterne e interne hanno favorito la concentrazione degli sforzi, contribuendo a una situazione estremamente precaria dal punto di vista strutturale.

Dal punto di vista teorico, il tensore degli sforzi, denotato come $\boldsymbol{\sigma}$, rappresenta la grandezza fisica che descrive lo stato completo delle sollecitazioni interne in un punto materiale di un corpo sottoposto a carichi. Formalmente, il tensore degli sforzi può essere partizionato in una componente sferica (o idrostatica) e una deviatorica:

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_{\text{sph}} + \boldsymbol{\sigma}_{\text{dev}} = p\mathbb{1} + (\boldsymbol{\sigma} - p\mathbb{1}),$$

dove

$$p = \frac{1}{3}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}) = \frac{1}{3}\text{tr}(\boldsymbol{\sigma}) = \frac{1}{3}(\boldsymbol{\sigma} : \mathbb{1})$$

Si ha dunque $\boldsymbol{\sigma}_{\text{sph}}$ che rappresenta il tensore idrostatico (pressione media che agisce uniformemente in tutte le direzioni) e $\boldsymbol{\sigma}_{\text{dev}}$ il tensore deviatorico, che descrive le componenti di sforzo responsabili delle deformazioni differenziali (variazione di forma) e della propagazione delle cricche.

Questo partizionamento è fondamentale nello studio dei materiali metallici poiché permette di distinguere tra le sollecitazioni che influenzano la variazione di volume (idrostatiche) e quelle che causano deformazioni plastiche e fatica (deviatoriche). Nel caso del cedimento del piantone dello sterzo, è proprio il carico deviatorico, associato alle sollecitazioni cicliche e locali indotte dalle vibrazioni e dalle forze di sterzata, che ha causato la propagazione della cricca e la successiva rottura progressiva.

Le analisi non lasciano infatti spazio a dubbi: la causa principale dell'incidente è la rottura a fatica del piantone dello sterzo (Figure 2.7). Si tratta di un meccanismo di cedimento strutturale che si verifica in componenti sottoposti a sollecitazioni cicliche di ampiezza inferiore al limite di snervamento del materiale. A differenza delle rotture statiche, che avvengono per superamento immediato della resistenza ultima, la fatica provoca un deterioramento progressivo attraverso l'accumulo di danneggiamento microscopico nel tempo.

Il processo si sviluppa in tre fasi distinte: tutto parte in punti di concentrazione degli sforzi - difetti superficiali, variazioni geometriche, inclusioni o zone termicamente alterate - dove le tensioni locali superano la soglia critica del materiale. Durante la propagazione, la cricca si estende gradualmente ad ogni ciclo di carico, formando striature di fatica visibili solo al microscopio elettronico. Queste striature rappresentano l'avanzamento della cricca per ogni singolo ciclo di sollecitazione. La rottura finale si verifica quando la sezione resistente residua non è più sufficiente a sopportare il carico applicato.



Figure 2.7: Fotografia del piantone in prossimità della saldatura, *Motorsport.com*.

Imperfezioni superficiali, anche minime, possono ridurre drasticamente la resistenza a fatica, poiché fungono da siti preferenziali per l'innesto delle cricche. La superficie di frattura per fatica presenta caratteristiche distintive: una zona liscia dove la cricca si è propagata lentamente, con evidenti striature concentriche, e una zona rugosa corrispondente alla rottura finale improvvisa. Nel caso del piantone dello sterzo della FW16, l'analisi frattografica (studio delle superfici di frattura dei materiali per determinare le cause, la modalità e la direzione del cedimento) rivelò che il cedimento era iniziato ben prima dell'incidente e si era propagato progressivamente sotto l'azione delle sollecitazioni cicliche generate dalle forze di sterzata ripetute e dalle vibrazioni del telaio (accresciute dal design aerodinamico instabile, di cui si discute nel paragrafo successivo).

2.6. Analisi dell'aerodinamica e del sistema sospensivo come cause contribuenti all'incidente

2.6.1. L'aerodinamica e il diffusore della FW16

La rottura strutturale del piantone dello sterzo rappresentò la causa diretta del tragico incidente, come ampiamente discusso in precedenza. Tuttavia, l'analisi ingegneristica della Williams FW16 ha evidenziato che la configurazione aerodinamica instabile della monoposto contribuì significativamente alla perdita di controllo, amplificando gli effetti del cedimento meccanico.

La Williams FW16, pur essendo una delle monoposto più avanzate del periodo, presentava una sensibilità estrema nelle reazioni alle variazioni del flusso d'aria e dell'assetto del veicolo. Comprendere il ruolo dello stallo aerodinamico in questo contesto è essenziale

per interpretare il comportamento dinamico della vettura negli istanti che precedettero l'impatto.

Lo stallo aerodinamico rappresenta infatti uno dei fenomeni più critici nello studio della fluidodinamica applicata ai veicoli da competizione. In condizioni normali, il flusso d'aria che scorre sulle superfici aerodinamiche rimane aderente al contorno - secondo il principio noto come effetto Coandă, che descrive la tendenza di un fluido a seguire le curvature di una superficie - generando deportanza (o portanza) in modo stabile. Tuttavia, quando l'angolo d'attacco o la curvatura locale supera un determinato limite, il flusso si separa dalla superficie, causando una brusca perdita di deportanza e un improvviso aumento della resistenza aerodinamica. Questo fenomeno, noto appunto come stallo o separazione del flusso, può condurre a instabilità improvvise e difficilmente controllabili, specialmente in vetture che dipendono fortemente dal carico aerodinamico per mantenere l'aderenza al suolo (proprio come nel caso della FW16).

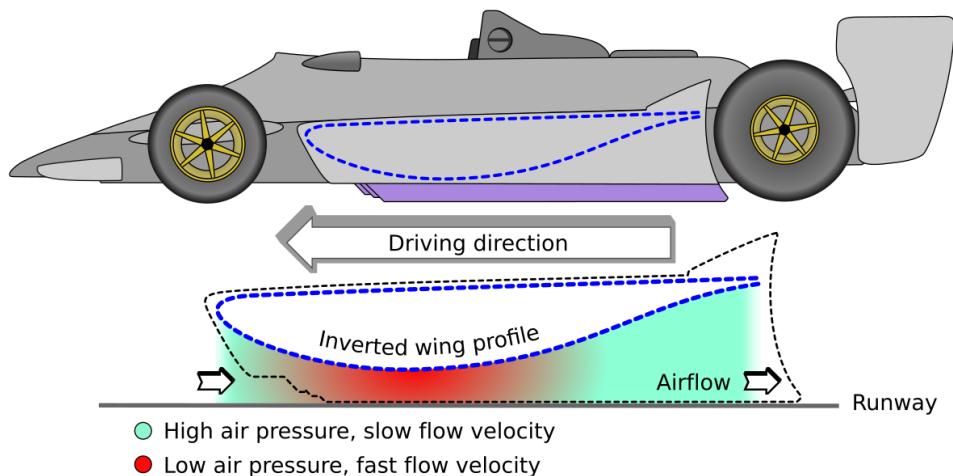


Figure 2.8: Funzionamento del diffusore in vetture a effetto suolo, *Medium.com*.

Nei veicoli a effetto suolo (Figure 2.8), il fondo della vettura è progettato per accelerare il flusso d'aria sottostante, generando una depressione che "risucchia" la monoposto verso il basso e aumenta la deportanza (zona rossa nella Figure 2.8 sopra riportata). Lo stallo aerodinamico, in questa tipologia di veicoli, può costituire una modalità di guasto catastrofica, poiché determina una perdita totale e improvvisa di deportanza, anziché una riduzione graduale. L'ingegnere Adrian Newey attribuì pertanto gran parte dell'instabilità della monoposto a un "violentissimo e catastrofico stallo del diffusore", le cui caratteristiche aerodinamiche rappresentarono uno dei principali fattori alla base della perdita di controllo della vettura.

2.6.2. Dinamiche di stallo del diffusore e implicazioni strutturali

I dati e le analisi presentati in questa sottosezione non riguardano direttamente la Williams FW16, ma illustrano parametri e fenomeni tipici di vetture da competizione a effetto suolo con caratteristiche aerodinamiche analoghe. Tali informazioni forniscono un quadro utile per comprendere le instabilità aerodinamiche che possono manifestarsi in condizioni limite di assetto e altezza da terra.

Il grafico seguente (Figure 2.9), realizzato tramite MATLAB[®], mostra l'andamento qualitativo tipico del coefficiente di deportanza C_z del diffusore al variare dell'altezza da terra (h/L , con h altezza nominale e L lunghezza nominale del fondo).

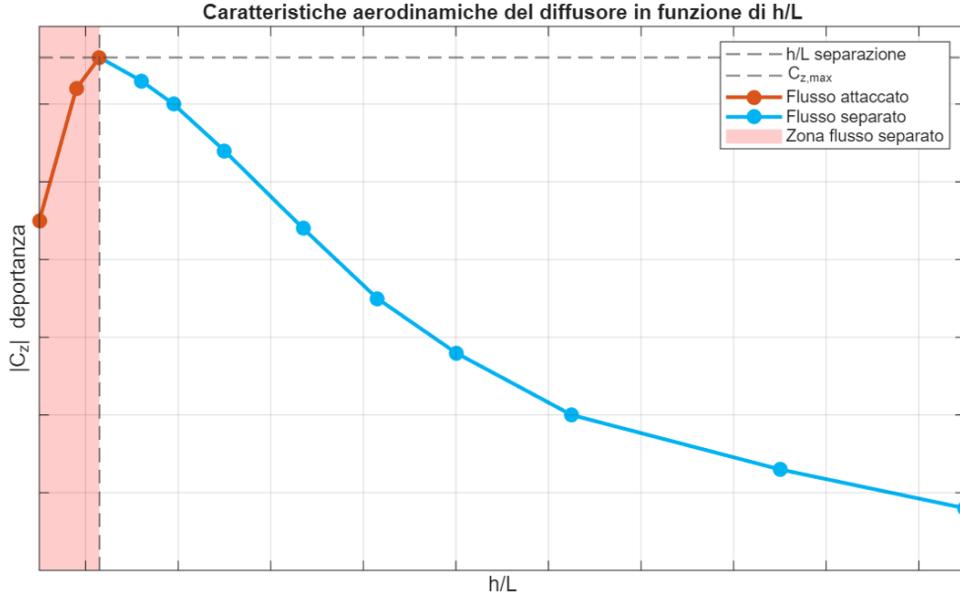


Figure 2.9: Variazione qualitativa dell'aerodinamica del diffusore con l'altezza da terra.

Il coefficiente di deportanza C_z rappresenta un parametro adimensionale che misura l'intensità della forza aerodinamica verticale (deportanza) generata dal veicolo rispetto alla pressione dinamica e alla superficie di riferimento. È definito come

$$C_z = \frac{F_z}{\frac{1}{2} \rho V^2 S}$$

dove F_z è la forza di deportanza, ρ la densità dell'aria, V la velocità del flusso e S la superficie aerodinamica di riferimento.

Nel grafico è riportato il valore assoluto del coefficiente di deportanza $|C_z|$ poiché, adottando un sistema di riferimento convenzionale con asse z orientato verso l'alto, la deportanza assume segno negativo.

In presenza di flusso aderente, l'incremento della depressione sotto la vettura genera deportanza elevata. Tuttavia, esiste una regione a basse altezze nella quale il flusso tende a separarsi, dando luogo a una condizione di flusso staccato e a un brusco calo del carico aerodinamico.

La sensibilità del diffusore rispetto all'altezza da terra è determinata da parametri quali l'angolo di rampa e il rapporto di espansione del condotto. Questi fattori governano il recupero di pressione e la capacità del flusso di rimanere aderente alle pareti interne del diffusore: configurazioni troppo spinte favoriscono la separazione del flusso, mentre configurazioni più conservative garantiscono maggiore stabilità, ma a scapito della massima deportanza ottenibile.

Quando lo stallo si innesca, il diffusore perde la maggior parte della propria efficacia, con conseguenze dinamiche potenzialmente gravi: variazioni improvvise di deportanza e oscillazioni verticali del veicolo possono insorgere in modo repentino. Nel grafico sopra riportato la zona di separazione del flusso - e dunque di stallo - è evidenziata in rosso per facilitarne la lettura.

Nella Williams FW16 l'instabilità aerodinamica indotta dallo stallo del diffusore provocava improvvise variazioni di deportanza e oscillazioni a bassa frequenza del veicolo, aumentando le sollecitazioni e le vibrazioni complessive della monoposto. Questo comportamento instabile aggravava ulteriormente la situazione del piantone dello sterzo, già compromesso da un difetto strutturale, contribuendo indirettamente al cedimento meccanico.

2.6.3. Il ruolo della sospensione della FW16

L'interazione tra fattori strutturali e aerodinamici non può essere analizzata senza considerare il ruolo determinante del sistema sospensivo, la cui impostazione contribuì ulteriormente a rendere la vettura instabile in condizioni limite. La FW16 disponeva di un assetto talmente rigido da ridurre quasi completamente la funzione tradizionale delle sospensioni, delegando la minima flessibilità verticale alla deformazione degli pneumatici. Questa configurazione, volta a massimizzare l'effetto suolo e l'efficienza aerodinamica del fondo, manteneva la monoposto il più possibile vicina al suolo, ma al contempo la rese estremamente sensibile a turbolenze, avvallamenti e irregolarità del tracciato, come quelle presenti nel Tamburello, curva affrontata ad altissima velocità il cui fondo irregolare poteva destabilizzare significativamente l'assetto.

In questo contesto, anche variazioni minime dell'altezza da terra potevano alterare in modo determinante il comportamento aerodinamico: un abbassamento eccessivo del telaio rischiava di bloccare o separare il flusso nel diffusore, causando stallo e perdita di deportanza, mentre un rialzo riduceva l'efficienza del carico aerodinamico complessivo. La pressione e la temperatura degli pneumatici giocavano quindi un ruolo cruciale. Il raffreddamento delle gomme riduceva la pressione interna e abbassava ulteriormente l'altezza da terra, come avvenne durante i giri percorsi dietro la safety car prima dell'incidente. Nel caso della FW16, anche pochi millimetri di variazione potevano modificare significativamente il regime di flusso sotto la vettura, avvicinandola a condizioni di stallo del diffusore. In una monoposto già compromessa dal cedimento strutturale del piantone dello sterzo, questa combinazione di fattori accentuava ulteriormente la perdita di controllo.



Figure 2.10: Vista posteriore del diffusore della FW16, carswp.com.

2.7. Aspetti legali e indagini giudiziarie

L'incidente di Ayrton Senna innescò immediatamente un'inchiesta giudiziaria condotta dalla Procura della Repubblica di Bologna, che aprì un procedimento penale per omicidio colposo ai sensi dell'articolo 589 del codice penale italiano. Il pubblico ministero Maurizio Passerini assunse la guida delle indagini, che si protrassero per anni a causa della complessità tecnica del caso e della necessità di consulenze specialistiche multiple.

Nel sistema giuridico italiano, quando un incidente stradale provoca lesioni gravi o la morte di una persona, si apre automaticamente la possibilità di una responsabilità penale, la cui sussistenza deve essere verificata dall'autorità giudiziaria. Nel caso specifico, la morte di un pilota durante una competizione sportiva poneva questioni giuridiche inedite riguardo la distinzione tra rischio accettato nell'attività sportiva e responsabilità per negligenza tecnica.

Nel 1997, a tre anni dall'incidente, furono formalmente rinvolti a giudizio sei imputati: Patrick Head (direttore tecnico della Williams), Adrian Newey (progettista capo), Frank Williams (proprietario del team), tre dirigenti dell'Autodromo di Imola e il direttore di gara Roland Bruynsraede. Le accuse si concentrarono principalmente sul team Williams per la modifica del piantone dello sterzo, ritenuta inadeguata e non sufficientemente testata, e sui responsabili del circuito per presunte carenze nelle misure di sicurezza. L'imputazione sosteneva che gli ingegneri della Williams avessero violato il principio di diligenza professionale richiesto dalla normativa italiana, eseguendo una modifica strutturale critica senza le necessarie verifiche di sicurezza e senza test di fatica preliminari. Secondo l'accusa, questa negligenza aveva determinato il cedimento del piantone e, conseguentemente, la morte di Senna.

Il processo si aprì formalmente nel 1997 presso il Tribunale di Imola e si caratterizzò per la straordinaria complessità tecnica delle perizie presentate. La difesa del team Williams sostenne inizialmente che il piantone si fosse rotto a causa dell'impatto e non prima di esso, negando quindi qualsiasi nesso causale tra la modifica strutturale e l'uscita di pista. Nel dicembre 1997, la sentenza di primo grado assolse tutti gli imputati con formula piena (*"il fatto non sussiste"*), ritenendo che non fossero state raccolte prove sufficienti per dimostrare il nesso causale tra la modifica del piantone e l'incidente. Il giudice riconobbe l'esistenza di dubbi ragionevoli sulla dinamica esatta dell'evento, applicando il principio fondamentale del diritto penale secondo cui *"in dubio pro reo"*. Il pubblico ministero Passerini presentò appello contro la sentenza assolutoria, introducendo nuove perizie tecniche e l'analisi telemetrica digitalizzata condotta dal CINECA (analizzata nel *Paragrafo 2.4.*). Questa fase processuale si rivelò decisiva: i dati telemetrici sincronizzati con le riprese video della camera *on board* dimostrarono in modo inequivocabile che il volante aveva subito un movimento anomalo prima dell'impatto, confutando la tesi difensiva. Nel maggio 2005, la Corte d'Appello di Bologna ribaltò la sentenza di primo grado, riconoscendo che il cedimento del piantone dello sterzo era avvenuto prima dell'impatto e costituiva quindi la causa primaria dell'incidente. Tuttavia, la Corte applicò la prescrizione del reato, dichiarando estinto il procedimento per decorso del termine di undici anni previsto dalla legge italiana per il reato di omicidio colposo.

La Corte di Cassazione nel giudizio definitivo confermò la ricostruzione tecnica dell'appello: il cedimento strutturale del piantone dello sterzo modificato fu riconosciuto come causa

determinante dell'uscita di pista. La Suprema Corte stabilì che le prove scientifiche - in particolare l'analisi frattografica e i dati telemetrici - erano inequivocabili nel dimostrare l'esistenza di una cricca da fatica preesistente che aveva portato al cedimento durante l'attraversamento della curva Tamburello. Tuttavia, la Cassazione confermò l'impossibilità di procedere penalmente a causa della prescrizione, evidenziando un aspetto critico del sistema giuridico italiano: la durata eccessiva dei processi tecnici complessi può portare all'estinzione dei reati prima che si giunga a una sentenza definitiva. Questo aspetto generò un dibattito significativo sulla necessità di riformare i termini di prescrizione per i reati che richiedono perizie tecniche approfondite.

2.8. Conclusioni e sviluppi successivi

L'incidente di Ayrton Senna rappresenta un punto di svolta nella storia dell'ingegneria applicata alla sicurezza in Formula 1. Le analisi strutturali e aerodinamiche condotte negli anni successivi hanno permesso di chiarire le cause dell'incidente, ma soprattutto hanno stimolato una profonda revisione normativa e progettuale.

Tra le innovazioni più significative si annovera il sistema HANS (*Head and Neck Support*, Figure 2.11), che limita i traumi al collo collegando casco e spalle del pilota. In caso di impatto, il dispositivo blocca il movimento della testa e trasferisce l'energia al tronco. Altre novità riguardano i cockpit rinforzati con materiali ad alta resistenza, pensati per offrire una protezione maggiore, e l'introduzione di standard più severi per i materiali compositi, come la fibra di carbonio. La FIA ha inoltre aumentato il numero dei crash test, con l'obiettivo di garantire un livello di sicurezza sempre più elevato.

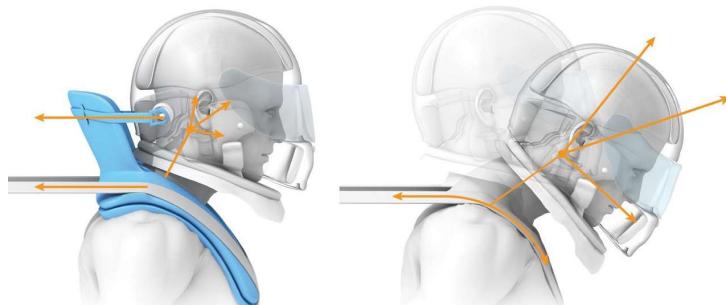


Figure 2.11: Funzionamento del sistema HANS, *LiveGP.it*.

Anche la trasformazione dei circuiti rappresenta un ulteriore e decisivo aspetto degli sviluppi successivi alla tragedia di Imola. La curva Tamburello, teatro dell'incidente di Senna, è stata completamente ridisegnata per ridurre le velocità e aumentare le aree di fuga, segnando l'inizio di una nuova concezione della sicurezza in pista. Sotto la supervisione di Charlie Whiting, figura centrale della FIA e tra i principali artefici della modernizzazione dei regolamenti tecnici e di sicurezza in Formula 1, l'evoluzione dalle tradizionali trappole di ghiaia alle vie di fuga asfaltate ha segnato un cambiamento di filosofia: l'obiettivo non è più soltanto dissipare l'energia degli incidenti, ma controllare e prevenire gli impatti. L'introduzione delle barriere deformabili *TecPro* (Figure 2.12), insieme ai sistemi di monitoraggio biometrico in tempo reale dei piloti, ha ulteriormente innalzato gli standard di protezione, trasformando la sicurezza da elemento reattivo a

principio guida dell'ingegneria dei circuiti.



Figure 2.12: Le innovative barriere TecPro in azione, *AutoHebdo.com*.

Da un punto di vista tecnico, l'incidente spinse i progettisti, tra cui lo stesso Adrian Newey, a riflettere profondamente sulla relazione tra rigidità strutturale, sensibilità aerodinamica e risposta dinamica del veicolo. L'attenzione si spostò gradualmente verso soluzioni in grado di ridurre i rischi derivanti da eccessiva rigidezza meccanica e dai fenomeni di "stallo da effetto suolo". Ciò portò all'introduzione di sospensioni più progressive e tolleranti alle variazioni di carico.

In questo contesto, verifiche strutturali periodiche e una manutenzione accurata dei componenti divennero parte integrante del processo di sicurezza, garantendo che le prestazioni e la protezione offerte dai materiali e dalle soluzioni ingegneristiche fossero mantenute nel tempo e riducendo il rischio di cedimenti imprevisti.

A distanza di oltre trent'anni, il lascito tecnico e umano dell'incidente del campione brasiliano si manifesta in ogni monoposto moderna: ogni componente, dal piantone dello sterzo alla cellula di sopravvivenza, è il risultato di una catena evolutiva nata da quell'evento. Il weekend di Imola '94 ha trasformato la Formula 1 da disciplina caratterizzata da rischi accettabili a laboratorio d'avanguardia per la sicurezza veicolare, rappresentando il tributo più duraturo e significativo alla memoria di Ayrton Senna.

La sicurezza non rappresenta più un vincolo, ma un parametro progettuale primario. L'approccio multidisciplinare tra ingegneria strutturale, aerodinamica e biomeccanica è diventato oggi lo standard nella progettazione automobilistica da competizione, estendendo i suoi benefici in maniera concreta e duratura anche al settore civile.

Appendice

Si riporta in seguito il codice MATLAB® implementato per realizzare la *Parte I* del progetto: la divisione in paragrafi e la numerazione delle immagini coincidono con quanto riportato nel resto del documento.

```
%% Parte I - Problema della deformazione (Immagine 2D e 3D)

clear; close all; clc

% - IMMAGINE 2D (francobollo: 1 giugno 1981 - Aereo MB 339 Aermacchi)
% - IMMAGINE 3D (cubo colorato)

%% 1.2. Le grandi deformazioni

%% 1.2.1. Funzione piazzamento

% Carico l'immagine del francobollo e la converto in scala di grigi
% (configurazione di riferimento/Lagrangiana)
img = imread('francobollo.tiff');
img_gray = rgb2gray(img);
img_gray = im2double(img_gray);
[rows, cols] = size(img_gray);

% Definisco la matrice di gradiente di spostamento H
eta = 1.5; % Valore elevato: grande deformazione
H = [0.75 -0.62; 0.27 0.54];

% Calcolo il gradiente del piazzamento (deformation gradient) F secondo la
% teoria: F = I + eta*H
F = eye(2) + eta * H;

% Trovo i nuovi vertici dell'immagine dopo la deformazione: applico la
% trasformazione ai quattro vertici dell'immagine per determinare le
% dimensioni della nuova griglia deformata
corners = [1, cols, cols, 1;
           1, 1, rows, rows];
new_corners = F * corners;
x_min = floor(min(new_corners(1,:)));
x_max = ceil(max(new_corners(1,:)));
y_min = floor(min(new_corners(2,:)));
y_max = ceil(max(new_corners(2,:)));

% Creo la griglia della nuova immagine deformata (configurazione corrente/
% Euleriana)
[Xq, Yq] = meshgrid(x_min:x_max, y_min:y_max);

% Applico la placement map inversa: ogni pixel della griglia deformata
% viene riportato nella posizione originale
coords_deform = [Xq(:)'; Yq(:)'];
orig_coords = F \ coords_deform; % per motivi di efficienza computazionale,
% non si inverte direttamente la matrice col comando inv(F)
```

```

% (computazionalmente oneroso)
% ma si risolve invece il sistema lineare associato col comando "\",
% utilizzando cosi' metodi diretti/iterativi per la risoluzione del sistema
% lineare.
%
% Verra' utilizzato questo approccio in tutto il codice.
% Alternativamente se si vuole invertire esplicitamente la matrice si
% procede, per esempio, come segue:
% invF = inv(F);
% orig_coords = invF * coords_deform;

Xorig = reshape(orig_coords(1,:), size(Xq));
Yorig = reshape(orig_coords(2,:), size(Yq));

% L'interpolazione bilineare dei valori di grigio (interp2) calcola il
% valore deformato dell'immagine, mapping inverso: da punti nella
% configurazione corrente (Euleriana) a corrispondenti punti di
% configurazione di riferimento.
% Valori fuori dominio sono saturati a 0.97 per simulare lo sfondo chiaro.
img_transform_full = interp2(1:cols, 1:rows, img_gray, Xorig, Yorig, ...
    'linear', 0.97);

% Visualizzo a confronto l'immagine originale e quella deformata
% Figure 1.2: Effetto delle grandi deformazioni - caso 2D

figure(1);

subplot(1,2,1);
imshow(img_gray, []);
title('Francobollo Originale');
xlabel('X'); ylabel('Y'); grid on;
axis on; xticks(0:100:cols); yticks(0:100:rows);

subplot(1,2,2);
imshow(img_transform_full, 'XData', [x_min x_max], 'YData', [y_min y_max]);
title(['Francobollo - Grande Deformazione (\eta = ' num2str(eta) ')']);
xlabel('x'); ylabel('y'); grid on;
axis on; xticks(-300:150:1500); yticks(0:150:900);

% CAMPO VETTORIALE DI SPOSTAMENTO (CASO 2D):

% Scelgo un passo ampio per ridurre il numero di vettori e facilitare la
% visualizzazione
step = 50;
% Genero una griglia regolare sulla configurazione originale, includendo
% anche l'ultimo bordo
[X_grid, Y_grid] = meshgrid([1:step:cols, cols], [1:step:rows, rows]);
% Dispongo le coordinate originali come vettori 2xN per applicare la
% trasformazione
coords_X = [X_grid(:); Y_grid(:)];
% Applico il gradiente di piazzamento F per ottenere le nuove coordinate
% deformate
coords_x = F * coords_X;
% Estraggo le coordinate di partenza (punti originali)
X_start = coords_X(1, :);
Y_start = coords_X(2, :);

```

```

% Estraggo le coordinate di arrivo (punti deformati)
X_end = coords_x(1, :);
Y_end = coords_x(2, :);

% Calcolo i vettori spostamento
Sx_sample = X_end - X_start;
Sy_sample = Y_end - Y_start;

% Calcolo la norma (magnitudine) di ogni vettore per la
% visualizzazione colorata
mag = sqrt(Sx_sample.^2 + Sy_sample.^2);
cmap = jet(256);
mag_vec = mag(:);
mag_range = max(mag_vec) - min(mag_vec);
color_idx = round(1 + (mag_vec - min(mag_vec)) / mag_range * 255);
color_idx = max(min(color_idx, 256), 1);

% Calcolo i vertici deformati dell'immagine
corners = [1, cols, cols, 1; 1, 1, rows, rows];
new_corners = F * corners;

% Fisso i limiti del plot includendo anche i vertici dell'immagine
% deformata
all_X_deformed = [X_end, new_corners(1,:)];
all_Y_deformed = [Y_end, new_corners(2,:)];
x_min_plot = floor(min(all_X_deformed));
x_max_plot = ceil(max(all_X_deformed));
y_min_plot = floor(min(all_Y_deformed));
y_max_plot = ceil(max(all_Y_deformed));

% Figure 1.3: Campo di spostamento - caso 2D

figure(2)

hold on;
for k = 1:length(X_start)
    col = cmap(color_idx(k), :);
    quiver(X_start(k), Y_start(k), Sx_sample(k), Sy_sample(k), 0, ...
        'Color', col, 'LineWidth', 1.5, 'MaxHeadSize', 5);
end
hold off;

% Impostazioni per una visualizzazione ottimale del grafico
set(gca, 'YDir', 'reverse');
xlabel('x');
ylabel('y');
title(['Francobollo - Campo Vettoriale di Spostamento ' ...
    '(\eta = ' num2str(eta) ')']);
colormap(cmap);
cbar = colorbar;
cbar.Label.String = 'Magnitudine spostamento';
grid on;
axis([x_min_plot x_max_plot y_min_plot y_max_plot]);

% Ogni vettore viene disegnato con colore variabile (colormap jet) in base

```

```

% alla sua magnitudine, facilitando cosi' l'identificazione visiva delle
% zone di maggiore o minore deformazione.

%% 1.2.2. Decomposizione polare

% La decomposizione polare scomponete il deformation gradient F nella matrice
% di stiramento U e nella matrice di rotazione R. Questa separazione
% chiarisce la natura della deformazione e del movimento rigido.

U = sqrtm(F' * F);

cornersU = U * corners;
x_minU = floor(min(cornersU(1,:)));
x_maxU = ceil(max(cornersU(1,:)));
y_minU = floor(min(cornersU(2,:)));
y_maxU = ceil(max(cornersU(2,:)));

[XqU, YqU] = meshgrid(x_minU:x_maxU, y_minU:y_maxU);
invmapU = U \ [XqU(:)'; YqU(:)'];
XorigU = reshape(invmapU(1,:), size(XqU));
YorigU = reshape(invmapU(2,:), size(YqU));

img_U = interp2(1:cols, 1:rows, img_gray, XorigU, YorigU, 'linear', 0.97);

R = F / U; % Risolve R*U = F
cornersR = R * corners; % analogamente a quanto detto prima, anche qui e'
% possibile non invertire esplicitamente la matrice U e risolvere il
% sistema lineare associato tramite metodi diretti attraverso il comando
% MATLAB \ (numericamente piu' efficiente)
x_minR = floor(min(cornersR(1,:)));
x_maxR = ceil(max(cornersR(1,:)));
y_minR = floor(min(cornersR(2,:)));
y_maxR = ceil(max(cornersR(2,:)));

[XqR, YqR] = meshgrid(x_minR:x_maxR, y_minR:y_maxR);
invmapR = R \ [XqR(:)'; YqR(:)'];
XorigR = reshape(invmapR(1,:), size(XqR));
YorigR = reshape(invmapR(2,:), size(YqR));

img_R = interp2(1:cols, 1:rows, img_gray, XorigR, YorigR, 'linear', 0.97);

% Figure 1.4: Decomposizione polare destra (R ed U)

figure(3)

subplot(1,3,1);
imshow(img_gray, []);
title('Francobollo Originale');
xlabel('X'); ylabel('Y'); grid on;
axis on; xticks(0:100:cols); yticks(0:100:rows);

subplot(1,3,2);
imshow(img_U, 'XData', [x_minU x_maxU], 'YData', [y_minU y_maxU]);
title('Francobollo - solo U');
xlabel('x'); ylabel('y'); grid on;
axis on; xticks(-150:150:1500); yticks(-150:150:750);

```

```

subplot(1,3,3);
imshow(img_R, 'XData', [x_minR x_maxR], 'YData', [y_minR y_maxR]);
title('Francobollo - solo R');
xlabel('x'); ylabel('y'); grid on;
axis on; xticks(-200:100:900); yticks(0:100:600);

%% 1.2.3. Rotazione pura

gamma = deg2rad(30);
F_rot = [cos(gamma), -sin(gamma); sin(gamma), cos(gamma)];

corners_rot = F_rot * corners;
x_minRot = floor(min(corners_rot(1,:)));
x_maxRot = ceil(max(corners_rot(1,:)));
y_minRot = floor(min(corners_rot(2,:)));
y_maxRot = ceil(max(corners_rot(2,:)));
[XqRot, YqRot] = meshgrid(x_minRot:x_maxRot, y_minRot:y_maxRot);
invmapRot = F_rot \ [XqRot(:)'; YqRot(:)'];
XorigRot = reshape(invmapRot(1,:), size(XqRot));
YorigRot = reshape(invmapRot(2,:), size(YqRot));
img_rot = interp2(1:cols, 1:rows, img_gray, XorigRot, YorigRot, ...
    'linear', 0.97);

% Figure 1.5: Rotazione pura - caso 2D (gamma = 30 gradi)

figure(4);

subplot(1,2,1);
imshow(img_gray, []);
title('Francobollo Originale');
xlabel('X'); ylabel('Y'); grid on;
axis on; xticks(0:100:cols); yticks(0:100:rows);

subplot(1,2,2);
imshow(img_rot, 'XData', [x_minRot x_maxRot], 'YData', [y_minRot y_maxRot]);
title('Francobollo - Rotazione Pura (\gamma = 30^circ)');
xlabel('x'); ylabel('y'); grid on;
axis on; xticks(-200:100:600); yticks(0:100:600);

%% 1.2.4. Misurare la deformazione

% Calcolo del tensore di deformazione finita di Green-Lagrange (E)
% Definito come  $E = 1/2 * (F' * F - I)$ , misura la variazione di lunghezza
% al quadrato tra la configurazione deformata e quella di riferimento
% (configurazione Lagrangiana).
E = 1/2 * (F' * F - eye(2));
% Definisce una fibra materiale unitaria T nella configurazione di
% riferimento
% Qui ad esempio una fibra verticale lungo l'asse Y
T = [0; 1];

% Calcola l'allungamento di Green-Lagrange nella direzione della fibra T.
% Questa e' la componente di deformazione finita secondo E:
epsilon_diretta = T' * E * T; % risultante deformazione di Green-Lagrange
% nella direzione di T

```

```

% La deformazione nominale (o ingegneristica), che corrisponde all'allungamento
% relativo (l - L) / L, si calcola a partire da epsilon_diretta:
epsilon_nominale = sqrt(1 + 2 * epsilon_diretta) - 1;

% Con i valori di grande deformazione (a esempio epsilon_diretta = 1.5705):
% Il calcolo fornisce: epsilon_nominale = sqrt(1 + 2 * 1.5705) - 1 = 1.0349
% Questo corrisponde a una deformazione relativa del 103.49% lungo la
% fibra T.

%% 1.3. Le piccole deformazioni

%% 1.3.1. Teoria linearizzata

eta_small = 0.05; % valore molto contenuto del parametro eta
F_small = eye(2) + eta_small * H;

new_corners_small = F_small * corners;
x_minS = floor(min(new_corners_small(1,:)));
x_maxS = ceil(max(new_corners_small(1,:)));
y_minS = floor(min(new_corners_small(2,:)));
y_maxS = ceil(max(new_corners_small(2,:)));

[XqS, YqS] = meshgrid(x_minS:x_maxS, y_minS:y_maxS);
invmapS = F_small \ [XqS(:)', YqS(:')];
XorigS = reshape(invmapS(1,:), size(XqS));
YorigS = reshape(invmapS(2,:), size(YqS));

img_small = interp2(1:cols, 1:rows, img_gray, XorigS, YorigS, 'linear', ...
0.97);

% Figure 1.6: Effetto delle piccole deformazioni

figure(5);

subplot(1,2,1);
imshow(img_gray, []);
title('Francobollo Originale');
xlabel('X'); ylabel('Y'); grid on;
axis on; xticks(0:100:cols); yticks(0:100:rows);

subplot(1,2,2);
imshow(img_small, 'XData', [x_minS x_maxS], 'YData', [y_minS y_maxS]);
title(['Francobollo - Piccola Deformazione (\eta = ' num2str(eta_small) ...
')']);
xlabel('x'); ylabel('y'); grid on;
axis on; xticks(0:100:cols); yticks(0:100:rows);

%% 1.3.2. Decomposizione additiva

% La decomposizione additiva (nel caso di piccole deformazioni) scomponete
% il gradiente di spostamento H_add in una parte simmetrica (epsilon,
% deformazione lineare) e una antisimmetrica/emisimmetrica (W, rotazione
% infinitesimale).

% Calcola il gradiente di spostamento per piccole deformazioni

```

```

H_add = eta_small * H;

% Decomposizione in parte simmetrica (epsilon) e antisimmetrica (W)
epsilon = 0.5 * (H_add + H_add'); % Parte simmetrica: rappresenta la
% deformazione pura (epsilon, strain tensor)
W = 0.5 * (H_add - H_add'); % Parte antisimmetrica: rappresenta
% la rotazione infinitesimale (W, spin tensor)

% Ricostruzione delle matrici di trasformazione associate a epsilon e W
F_epsilon = eye(2) + epsilon; % Trasformazione pura di strain
F_W = eye(2) + W; % Trasformazione pura di rotazione

corners_epsilon = F_epsilon * corners; % Nuova posizione dei vertici
x_minE = floor(min(corners_epsilon(1,:)));
x_maxE = ceil(max(corners_epsilon(1,:)));
y_minE = floor(min(corners_epsilon(2,:)));
y_maxE = ceil(max(corners_epsilon(2,:)));

% Crea la griglia della nuova immagine deformata da epsilon
[XqE, YqE] = meshgrid(x_minE:x_maxE, y_minE:y_maxE);

% Applica la placement map inversa: mappatura dalla configurazione
% deformata a quella originale
invmapE = F_epsilon \ [XqE(:)', YqE(:')];
XorigE = reshape(invmapE(1,:), size(XqE));
YorigE = reshape(invmapE(2,:), size(YqE));

% Interpolazione lineare dei valori di grigio sull'immagine originale
img_epsilon = interp2(1:cols, 1:rows, img_gray, XorigE, YorigE, 'linear', ...
    0.97);

% Ripeto la medesima operazione per la rotazione pura W
corners_W = F_W * corners;
x_minW = floor(min(corners_W(1,:)));
x_maxW = ceil(max(corners_W(1,:)));
y_minW = floor(min(corners_W(2,:)));
y_maxW = ceil(max(corners_W(2,:)));
[XqW, YqW] = meshgrid(x_minW:x_maxW, y_minW:y_maxW);
invmapW = F_W \ [XqW(:)', YqW(:')];
XorigW = reshape(invmapW(1,:), size(XqW));
YorigW = reshape(invmapW(2,:), size(YqW));
img_W = interp2(1:cols, 1:rows, img_gray, XorigW, YorigW, 'linear', ...
    0.97);

% Visualizzazione comparata delle due componenti
% Figure 1.7: Decomposizione additiva (epsilon e W)

figure(6);

subplot(1,3,1);
imshow(img_gray, []);
title('Francobollo Originale');
xlabel('X'); ylabel('Y'); grid on;
axis on; xticks(0:100:cols); yticks(0:100:rows);

subplot(1,3,2);

```

```

imshow(img_epsilon, 'XData', [x_minE x_maxE], 'YData', [y_minE y_maxE]);
title('Francobollo - solo \epsilon');
xlabel('x'); ylabel('y'); grid on;
axis on; xticks(0:100:cols); yticks(0:100:rows);

subplot(1,3,3);
imshow(img_W, 'XData', [x_minW x_maxW], 'YData', [y_minW y_maxW]);
title('Francobollo - solo W');
xlabel('x'); ylabel('y'); grid on;
axis on; xticks(0:100:cols); yticks(0:100:rows);

%% 1.3.3. Misurare la deformazione

% Calcolo del tensore di deformazione finita di Green-Lagrange (E)
% Definito come  $E = 1/2 * (F' * F - I)$ , misura la variazione di lunghezza
% al quadrato tra la configurazione deformata e quella di riferimento
% (configurazione Lagrangiana).
E_small = 1/2 * (F_small' * F_small - eye(2));

% Definisce una fibra materiale unitaria T nella configurazione di riferimento
% Qui ad esempio una fibra verticale lungo l'asse Y
T = [0; 1];

% Calcola la deformazione diretta della fibra T, valutando l'allungamento
% relativo secondo la forma quadratica  $\epsilon_{\text{diretta}} = T' * E * T$ 
epsilon_diretta_small = T' * E_small * T; % pari a circa 0.0278
% Nel caso di piccole deformazioni, come spiegato nella teoria, la misura
% di deformazione diretta ( $\epsilon_{\text{diretta\_small}}$ ) e' molto vicina
% (approssima) la misura di deformazione nominale/ingegneristica
% ( $\epsilon_{\text{nominale\_small}}$ ).

% La misura di deformazione nominale, espressa come allungamento relativo:
epsilon_nominale_small = sqrt(1 + 2 * T' * E_small * T) - 1;
% Se  $\epsilon_{\text{diretta\_small}} = 0.0278$ , allora  $\epsilon_{\text{nominale\_small}}=0.0275$ .
% Questo corrisponde a una deformazione relativa del 2.75% lungo la fibra T.

% MISURA SCORRIMENTO ANGOLARE:

% Definisco due fibre materiali iniziali mutuamente ortogonali:
T_alpha = [1; 0];
T_beta = [0; -1];

% Calcolo lo scorrimento angolare con l'ipotesi di piccole deformazioni:
gamma_alpha_beta_rad = 2 * T_alpha' * epsilon * T_beta;
gamma_alpha_beta_deg = rad2deg(gamma_alpha_beta_rad);
% Lo scorrimento angolare risulta pari a 1.0027 gradi.

cos_theta = sin(gamma_alpha_beta_rad);
theta_finale = acosd(cos_theta);
% L'angolo finale tra le fibre sara' dunque equivalente a 88.9973 gradi.

%% 1.4. Il caso tridimensionale

clear; clc;

% Creo una griglia regolare di punti nello spazio 3D (configurazione di

```

```

% riferimento/Lagrangiana)
n = 90;
[x, y, z] = meshgrid(linspace(1, n, n), linspace(1, n, n), linspace(1, n, n));

% Definisco una funzione scalare sui punti del cubo
V = x + y + z; % funzione "cubo colorato"

% Definisco i vertici del cubo
verts = [1 1 1; n 1 1; n n 1; 1 n 1; 1 1 n; n 1 n; n n n; 1 n n]';

% Definisco gli spigoli del cubo come coppie di indici nei vertici
edges = [1 2; 2 3; 3 4; 4 1; % base inferiore
          5 6; 6 7; 7 8; 8 5; % base superiore
          1 5; 2 6; 3 7; 4 8]; % verticali

% Figure 1.8: Effetto delle grandi deformazioni - caso 3D

figure(7);

% Plot cubo originale:
subplot(1,2,1);
% Visualizzo tutti i punti del cubo come nuvola colorata (scatter3)
scatter3(x(:), y(:), z(:), 10, V(:), 'filled'); hold on;
% Disegno i bordi neri del cubo (spigoli) per una migliore visualizzazione
for i = 1:size(edges,1)
    plot3(verts(1,edges(i,:)), verts(2,edges(i,:)), verts(3,edges(i,:)), ...
           'k', 'LineWidth', 4);
end
colormap(cool);
xlabel('X'); ylabel('Y'); zlabel('Z');
title('Cubo 3D Originale');
axis equal tight vis3d;
axis([0 180 0 180 -10 130]);
grid on; xticks(0:30:180); yticks(0:30:180); zticks(-10:30:130);
view(3); hold off;

% GRANDI DEFORMAZIONI (CASO 3D):

% Definisco la matrice di gradiente di spostamento H (3x3)
% H rappresenta il gradiente del campo di spostamento tridimensionale:
% H(i,j) = derivata della componente i-esima dello spostamento rispetto
% alla coordinata j
% In questo esempio, H e' scelta direttamente per simulare una deformazione
% generica. Non deriva da un campo di spostamento esplicito, ma e' una
% scelta numerica/didattica
eta = 4.4; % Intensita' della deformazione (valore elevato per evidenziare
% l'effetto)
H = [0.1 0.05 0.02;
      0.04 0.15 0.03;
      0.01 -0.02 0.08];

% Calcolo il deformation gradient F = I + eta*H
F_def = eye(3) + eta * H;

% Applico la deformazione a tutti i punti del cubo (configurazione deformata/
% Euleriana)

```

```

coords_def = F_def * [x(:)'; y(:)'; z(:)'];
Xdef = coords_def(1,:)';
Ydef = coords_def(2,:)';
Zdef = coords_def(3,:)';

% Applico la stessa deformazione ai vertici del cubo per disegnare i bordi
% in nero per una migliore visualizzazione (spigoli)
verts_def = F_def * verts;

% Plot cubo deformato:
subplot(1,2,2);
scatter3(Xdef, Ydef, Zdef, 10, V(:), 'filled'); hold on;
for i = 1:size(edges,1)
    plot3(verts_def(1,edges(i,:)), verts_def(2,edges(i,:)), ...
           verts_def(3,edges(i,:)), 'k', 'LineWidth', 4);
end
colormap(cool);
xlabel('x'); ylabel('y'); zlabel('z');
title(['Cubo 3D - Grande Deformazione (\eta = ' num2str(eta) ')']);
axis tight equal vis3d;
axis([0 180 0 180 -10 130]);
grid on; xticks(0:30:180); yticks(0:30:180); zticks(-10:30:130);
view(3); hold off;

% CAMPO VETTORIALE DI SPOSTAMENTO (CASO 3D):

n = 7;
[x, y, z] = meshgrid(linspace(1,80,n), linspace(1,80,n), linspace(1,80,n));
coords = [x(:)'; y(:)'; z(:)'];

% Calcolo spostamenti
s = eta * H * coords;
s_x = reshape(s(1,:), size(x));
s_y = reshape(s(2,:), size(y));
s_z = reshape(s(3,:), size(z));

% Colore proporzionale alla magnitudine (norma euclidea) dello spostamento:

% Calcolo la magnitudine di ciascun vettore
magnitude = sqrt(s_x(:).^2 + s_y(:).^2 + s_z(:).^2);

% Normalizzazione per la colormap:
mag_norm = (magnitude - min(magnitude)) / (max(magnitude) - min(magnitude));
cmap = jet(256);
color_idx = round(1 + mag_norm * 255);
color_idx(color_idx < 1) = 1;
color_idx(color_idx > 256) = 256;

% Figure 1.9: Campo di spostamento - caso 3D

figure(8);

hold on;
for k = 1: numel(s_x)
    col = cmap(color_idx(k), :);
    quiver3(x(k), y(k), z(k), s_x(k), s_y(k), s_z(k), 0, ...

```

```

        'Color', col, 'LineWidth', 1.3);
end
hold off;
xlabel('X'); ylabel('Y'); zlabel('Z');
title(['Cubo 3D - Campo vettoriale di spostamento (\eta = ' num2str(eta) ')']);
colormap(cmap); view([135 30]);
cbar = colorbar;
cbar.Label.String = 'Magnitudine spostamento';
axis equal tight vis3d;
set(gca, 'XTickLabel', []);
set(gca, 'YTickLabel', []);
set(gca, 'ZTickLabel', []);
grid on;
view(3); hold off;

% ROTAZIONE PURA (CASO 3D):

% Definisco la matrice di rotazione attorno all'asse Z
gamma = deg2rad(45);
Rz = [cos(gamma), -sin(gamma), 0;
       sin(gamma), cos(gamma), 0;
       0,           0,           1];

n = 90;
[x, y, z] = meshgrid(linspace(1, n, n), linspace(1, n, n), linspace(1, n, n));

% Applico la rotazione a tutti i punti del cubo
coords_rot = Rz * [x(:)'; y(:)'; z(:)'];
Xrot = coords_rot(1,:)';
Yrot = coords_rot(2,:)';
Zrot = coords_rot(3,:)';

% Applico la stessa rotazione ai vertici del cubo per disegnare i bordi
% in nero per una migliore visualizzazione (spigoli)
verts_rot = Rz * verts;

% Figure 1.10: Rotazione pura - caso 3D (\gamma = 45 gradi)

figure(9);

subplot(1,2,1);
% Visualizzo tutti i punti del cubo come nuvola colorata (scatter3)
scatter3(x(:), y(:), z(:), 10, V(:), 'filled'); hold on;
% Disegno i bordi neri del cubo per una migliore visualizzazione (spigoli)
for i = 1:size(edges,1)
    plot3(verts(1,edges(i,:)), verts(2,edges(i,:)), verts(3,edges(i,:)), ...
          'k', 'LineWidth', 4);
end
colormap(cool);
xlabel('X'); ylabel('Y'); zlabel('Z');
title('Cubo 3D Originale');
axis equal tight vis3d;
axis([-1 139 -1 139 -1 91]);
grid on; xticks(0:30:140); yticks(0:30:130); zticks(0:30:90);
view(3); hold off;

```

```

subplot(1,2,2);
scatter3(Xrot, Yrot, Zrot, 10, V(:), 'filled'); hold on;
for i = 1:size(edges,1)
    plot3(verts_rot(1,edges(i,:)), verts_rot(2,edges(i,:)), ...
    verts_rot(3,edges(i,:)), 'k', 'LineWidth', 4);
end
colormap(cool);
xlabel('x'); ylabel('y'); zlabel('z');
title('Cubo 3D - Rotazione Pura (\gamma = 45^\circ)');
axis equal tight vis3d;
axis([-70 70 -1 139 -1 91]);
grid on; xticks(-60:30:60); yticks(0:30:130); zticks(0:30:90);
view(3); hold off;

```


Bibliografia e Sitografia

- Fedele R., *Percorsi di Meccanica Strutturale*, Società Editrice Esculapio, Prima edizione, 2023.
- Newey A., *How to Build a Car: The Autobiography of the World's Greatest Formula 1 Designer*, HarperCollins, 2017.
- Zustak M., *Tamburello*, 2014.
- Porcar Galan L., *Study of the functioning and importance of diffusers in Formula 1 cars*, Universitat Politècnica de Catalunya, 2020.
- Ratti M, *Design, Ottimizzazione e Produzione di un Componente Aerodinamico ad Effetto Suolo per Vettura Monoposto a Ruote Scoperte*, Università di Bologna, 2020.
- Villa N., *Progettazione di un kit aerodinamico per una vettura da Formula Student*, Politecnico di Milano, 2014.
- Pivato E., *L'aerodinamica delle vetture di Formula 1*, Università degli Studi di Padova, 2014.
- Cefis N., *Lezione di Fondamenti di Meccanica Strutturale: Introduzione agli stati di sforzo*, 04 Novembre 2025.
- Youson M., Formula 1, *Imola '94 and the legacy of improved safety*, 2020.
- Doyle M., ABC News, *Ayrton Senna, Roland Ratzenberger and how San Marino changed Formula 1*, 2024.
- Motorsport.com: Piola G., *How Ayrton Senna's death changed Formula 1 forever*, 2020; Nugnes F., *F1/Senna: ecco cosa ha svelato chi fece le analisi del piantone rotto*, 2025.
- Arcari Z., FUnoAnalisiTecnica.com, *La deportanza*, 2019.
- Arcari Z., Virgilio Motori, *F1, Senna a Imola: incidente, retroscena e dubbi*, 2024.
- Scribd, *Vehicle Instabilities from Morphing Surfaces, Ayrton Senna, Senna telemetry*
- Wikipedia, *Williams FW16, Death of Ayrton Senna, 1994 San Marino Grand Prix, 1994 Formula One World Championship*.
- Metal Zenit, *T45 Steel: Properties and Key Applications Overview*.
- Proformance Metals, *T45 Steel Tube Specification*.
- Steel0, *EN14 Steel Specification*.
- NeuralConcept, *Stress concentration: mitigating risk factors in design engineering*.
- La Gazzetta dello Sport, *Senna, la storia del processo per la sua morte*, 2024.
- Al Assistenza Legale, *Incidenti stradali: rapporti tra processo penale e processo civile*, 2024.