Aufgabenblatt 10: Investitionstheoretische Kostenrechnung I

Aufgabe 10.1: Investitionstheoretische Kostenrechnung, Abschreibung
(Aufg. 6.2.2 im Übungsbuch)

Die Geschäftsleitung der Brauerei Benediktiner erwägt den Kauf eines neuen Sudkessels. Aus der Investitionsrechnung sowie der Kosten- und Erlösrechnung liegen folgende Daten des präferierten Modells vor: Die Anschaffungskosten des Sudkessels betragen $A = 50$, der Liquidationserlös $L = 75/(T+1)$. Es ist von einer konstanten Periodenbeschäftigung $y_t = \bar{y} = 6$ auszugehen. Ferner kann unterstellt werden, dass sich die laufenden Betriebs- und Instandhaltungskosten nach der Funktion $C = 0{,}3 \cdot t + 3 \cdot y_t + 0{,}12 \cdot Y_t$ verhalten (mit Y_t = kumulierte Beschäftigung in t). Aus der Investitionsrechnung ist bekannt, dass die optimale Nutzungsdauer $T^* = 10{,}3$ Jahre und der Kapitalwert des Anlageneinsatzes $K(T^*) = 297{,}74$ beträgt.

Jeweils nach Ablauf der Nutzungsdauer wird (unendlich lange) ein neuer Sudkessel mit denselben Kosten- und Zahlungswirkungen gekauft. Der Diskontierungssatz betrage $i = 0{,}1$. Die Abschreibung des Sudkessels soll nach dem investitionstheoretischen Ansatz der Kostenrechnung ermittelt werden.

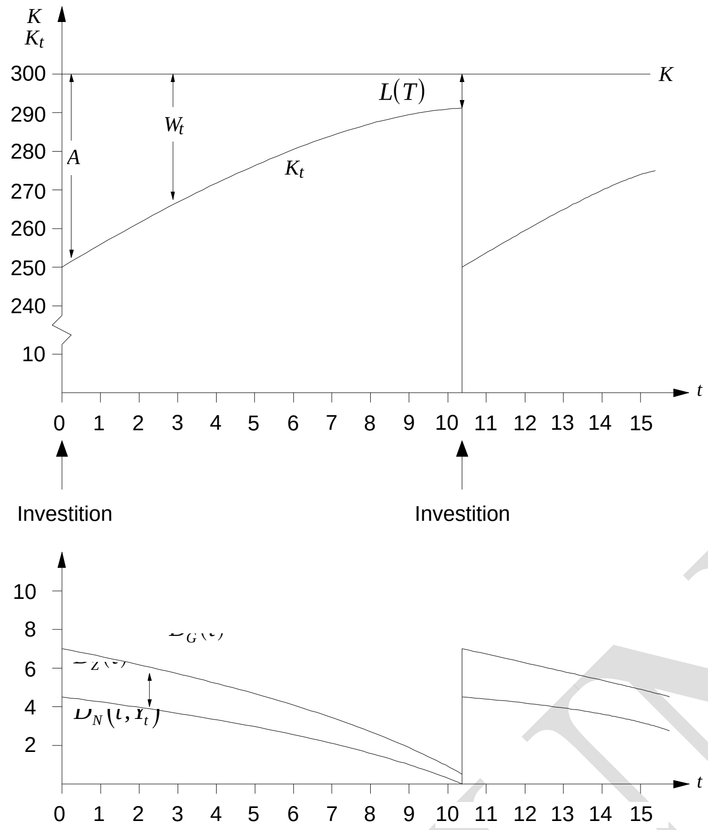
a) Beschreiben Sie verbal das Vorgehen bei der Bestimmung von Anlagenabschreibungen nach dem investitionstheoretischen Ansatz der Kostenrechnung. Nennen Sie vier Annahmen, die bei ihrer Berechnung zugrunde gelegt werden.

Anlagenabschreibung: Kapitalwertänderung des Anlageneinsatzes in jedem Zeitpunkt

Vorgehen:

1. Bestimmung des Kapitalwertes des Anlageneinsatzes als Kapitalwert der unendlichen Investitionskette $\rightarrow$ K
2. Bestimmung des Kapitalwertes des Anlageneinsatzes zu jedem Zeitpunkt t $\rightarrow$ K_t
3. Differenz der Kapitalwerte K und K_t entspricht dem Anlagenwert W_t
4. Die Wertänderung des Anlagenwertes entspricht der Gesamtabschreibung $D_G(t)$

Erläuterung der Zusammenhänge anhand folgender Folie aus der Vorlesung:



Annahmen:

1. sichere Erwartungen / Risikoneutralität des Entscheiders
2. Vorliegen einer unendlichen identischen Investitionskette, d.h. Anlagen mit gleichen Aus- und Einzahlungen werden immer wieder angeschafft und eingesetzt
3. kontinuierliche Funktionen / Verzinsung
4. kein technischer Fortschritt / Inflation
5. Der Kapitalwert des Anlageneinsatzes wird durch die Größen (A, C, T, L) bestimmt, direkte Zurechnung der Einzahlungen zu den Produkten $\rightarrow$ $K = K(A, C, T, L)$
6. Die Anschaffungsauszahlungen A sind konstant und fallen zum Anschaffungszeitpunkt 0 und zu den Ersatzzeitpunkten T an. $\rightarrow$ $A = const.$
7. In den Ersatzzeitpunkten erhält man für den Verkauf der alten Anlage einen Liquidationserlös L. Dieser ist nur vom Anlagenalter T beim Ersatz abhängig. $\rightarrow$ $L = L(T)$
8. Während der Nutzungsdauer fallen Betriebs- sowie Instandhaltungszahlungen C an. Die Funktion der Betriebs- und Instandhaltungszahlungen ist mehrvariablig, linear und monoton steigend, sie umfaßt neben den Zahlungen für Betriebsstoffe und verschleißbedingten Mehrverbrauch an Werkstoffen die Wartungs-, Reparatur- und sonstigen Instandhaltungszahlungen. Ihre Höhe ist bestimmt durch das Anlagenalter t, die Beschäftigung pro Periode (bzw. Zeitpunkt) y_t und die kumulierte Beschäftigung Y_t.

$$C(t, y_t, Y_t) = \alpha \cdot t + \beta \cdot y_t + \gamma \cdot Y_t$$

Diese Hypothese ist nicht empirisch bestätigt. Plausibel erscheint, daß z.B. bei Kraftfahrzeugen deren Alter, Fahrleistung in der Periode und bisheriger Kilometerstand näherungsweise bestimmend für Benzinverbrauch, Wartung, Reparaturen u.dgl. sind. Dennoch ist dieser Funktionsverlauf lediglich als erster Ansatz zu werten, der durch empirisch bestätigte Hypothesen für unterschiedliche Gebrauchsgüter zu ersetzen ist.

b) Bestimmen Sie die investitionstheoretische Abschreibung des Sudkessels in der ersten Periode. Hinweis: der Anlagenwert in $t = 0$ beträgt $W_0 = 50$.

Angaben:

$$A = 50 \qquad L = \frac{75}{T+1} \qquad \bar{y} = 6 \qquad C = 0{,}3 \cdot t + 3 \cdot y_t + 0{,}12 \cdot Y_t = C(t, y_t, Y_t)$$

Umrechnung:

$$C = 0{,}3 \cdot t + 3 \cdot (y_t = \bar{y}_t = 6) + 0{,}12 \cdot (Y_t = \bar{y}_t \cdot t = 6 \cdot t) = 0{,}3 \cdot t + 3 \cdot 6 + 0{,}12 \cdot 6 \cdot t = 18 + 1{,}02 \cdot t = C(t)$$

$$T^* = 10{,}3 \qquad K(T^*) = 297{,}74$$

Berechnung von K_t:

$$K_t = \left[\int_t^T C(s, y_s, Y_s) \cdot e^{-is} ds - L(T) \cdot e^{-iT} + K \cdot e^{-iT} \right] \cdot e^{it}$$

für $t = 1$

$$K_1 = \left[\int_{t=1}^{T=10{,}3} C(s) \cdot e^{-0{,}1 \cdot s} ds - L(T) \cdot e^{-0{,}1 \cdot 10{,}3} + K \cdot e^{-0{,}1 \cdot 10{,}3} \right] \cdot e^{0{,}1 \cdot 1}$$

Berechnung des Integrals:

$$\int_{t=1}^{T=10{,}3} C(s) \cdot e^{-0{,}1 \cdot s} ds = \int_{t=1}^{T=10{,}3} (18 + 1{,}02 \cdot s) \cdot e^{-0{,}1 \cdot s} ds$$

$$= \int_{t=1}^{T=10{,}3} \Big(18 \cdot e^{-0{,}1 \cdot s} + \underbrace{1{,}02 \cdot s \cdot e^{-0{,}1 \cdot s}}\Big) ds$$

Partielle Integration erforderlich;
Integrationsregel:

$$\int_a^b u(x) \cdot v'(x) dx = [u(x) \cdot v(x)]_a^b - \int_a^b v(x) \cdot u'(x) dx$$

$$= \int_{t=1}^{T=10,3} 18 \cdot e^{-0,1\cdot s}\, ds + \int_{t=1}^{T=10,3} \underbrace{s}_{u} \cdot \underbrace{1,02 \cdot e^{-0,1\cdot s}}_{v'}\, ds$$

$$= \int_{t=1}^{T=10,3} 18 \cdot e^{-0,1\cdot s}\, ds + \Big[s \cdot (-10,2) \cdot e^{-0,1\cdot s}\Big]_{t=1}^{T=10,3} - \int_{t=1}^{T=10,3} (-10,2) \cdot e^{-0,1\cdot s}\, ds$$

$$= \Big[(-180) \cdot e^{-0,1\cdot s}\Big]_{t=1}^{T=10,3} + \Big[s \cdot (-10,2) \cdot e^{-0,1\cdot s}\Big]_{t=1}^{T=10,3} - \Big[102 \cdot e^{-0,1\cdot s}\Big]_{t=1}^{T=10,3}$$

$$= \Big[-180 \cdot e^{-0,1\cdot s} - 10,2 \cdot s \cdot e^{-0,1\cdot s} - 102 \cdot e^{-0,1\cdot s}\Big]_{t=1}^{T=10,3}$$

$$= -180 \cdot e^{-1,03} - 10,2 \cdot 10,3 \cdot e^{-1,03} - 102 \cdot e^{-1,03} - \left(-180 \cdot e^{-0,1} - 10,2 \cdot e^{-0,1} - 102 \cdot e^{-0,1}\right)$$

$$= \underbrace{-64,26 - 37,51 - 36,41}_{\boxed{\text{Integral(T)=-138,18}}} - \underbrace{(-162,87 - 9,23 - 92,29)}_{\boxed{\text{Integral(1)=-264,39}}} = 126,21$$

$\longrightarrow$ Vgl. hierzu nachfolgende Tabelle

$$K_1 = \left[126,21 - \frac{75}{10,3+1} \cdot e^{-0,1\cdot 10,3} + 297,74 \cdot e^{-0,1\cdot 10,3}\right] \cdot e^{0,1\cdot 1}$$
$$= [126,21 - 2,37 + 106,29] \cdot e^{0,1}$$
$$= [230,13] \cdot e^{0,1}$$
$$= \underline{\underline{254,33}}$$

⇨ Kapitalwerte K_t dieser Anlage für verschiedene Zeitpunkte t:

$\boxed{\text{Integral(T)-Integral(t)}}$ $\boxed{L(T) \cdot e^{-0,1\cdot T}}$ $\boxed{K \cdot e^{-0,1\cdot T}}$

t	Integral(T)	Integral(t)	Integral	L	K*e	K_t/e	K_t
0,00	-138,18	-282,00	143,82	2,37	106,30	247,74	247,74
1,00	**-138,18**	**-264,39**	**126,21**	**2,37**	**106,30**	**230,14**	**254,34**
2,00	-138,18	-247,58	109,40	2,37	106,30	213,33	260,56
3,00	-138,18	-231,58	93,40	2,37	106,30	197,32	266,36
4,00	-138,18	-216,38	78,20	2,37	106,30	182,12	271,69
5,00	-138,18	-201,97	63,79	2,37	106,30	167,72	276,52
6,00	-138,18	-188,35	50,17	2,37	106,30	154,09	280,78
7,00	-138,18	-175,49	37,31	2,37	106,30	141,24	284,41
8,00	-138,18	-163,38	25,19	2,37	106,30	129,12	287,36
9,00	-138,18	-151,98	13,79	2,37	106,30	117,72	289,54
10,00	-138,18	-141,27	3,08	2,37	106,30	107,01	290,88
10,30	-138,18	-138,18	0,00	2,37	106,30	103,93	291,10

Die Differenz der Kapitalwerte K und K_t kann als Anlagenwert W_t interpretiert werden. Die Anlagengesamtabschreibung D_G ergibt sich als Wertveränderung des Anlagenwertes:

t	K_t	W_t=K-K_t	D_G
0,00	247,74	50,00	**6,60**
1,00	254,34	43,40	6,22
2,00	260,56	37,18	5,80
3,00	266,36	31,38	5,34
4,00	271,69	26,05	4,83
5,00	276,52	21,22	4,26
6,00	280,78	16,96	3,64
7,00	284,41	13,33	2,94
8,00	287,36	10,38	2,18
9,00	289,54	8,20	1,34
10,00	290,88	6,86	0,22
10,30	291,10	6,64	

50,00 – 43,40

c) *Vergleichen Sie die investitionstheoretische Abschreibung mit der linearen Abschreibung nach der traditionellen Kostenrechnung.*

Höhe der linearen Abschreibungen nach traditioneller Kostenrechnung:

$$\frac{50-\frac{75}{10{,}3+1}}{10{,}3}=\frac{50-6{,}64}{10{,}3}=4{,}21 \Rightarrow$$ zunächst Unter- dann Überschätzung der investitionstheoretischen Abschreibung

Die lineare Abschreibung ist ein Grenzfall der investitionstheoretischen, wenn man die Zinsen vernachlässigt oder als eigene Kostenart verrechnet **<u>und</u>** bei den laufenden Anlagenzahlungen keine dynamischen Beziehungen auftreten oder diese durch den Ansatz von Durchschnittswerten geglättet sind. Insofern ist der investitionstheoretische Ansatz umfassender.