Aufgabe 7

a) Die Fehlerterme sollten unabhängig und identisch normalverteilt sein. (1/2) (1/2) (1/2)

$\varepsilon_i \overset{uiv}{\sim} N(0,\sigma^2)$

b) $H_0: \beta_1 = 0 \quad H_1: \beta_1 \neq 0$ (1)

Der Wert der Teststatistik lautet $t = \frac{-0.0526558}{0.0121583} \approx -4.331$ (1)

Da $|t| = 4.33 > 2.026 = t_{0.975}(37)$ kann H_0 verworfen werden. (1/2) (1/2)

mit Begr. (1)

c) (i) Bestimmtheitsmaß R^2 und adjustiertes Bestimmtheitsmaß R^2_{adj} (1) (1)

(ii) Bei ungleicher Anzahl an Kovariablen kann nur das adjustierte Bestimmtheitsmaß verwendet werden. (1/2) (1/2)

(iii) Da das adjustierte Bestimmtheitsmaß für das große Model höher ist, würde man dieses Modell bevorzugen. (1) (1)

ii) R^2 wächst mit wachsender Anzahl an Kovariablen, unabhängig von deren Erklärungsgehalt. Daher für $p>1$ nur bei gleicher Anzahl von Kovariablen zu verwenden.

Claudia Czado, Stephan Haug

22. Juli, 11:00 - 12:30 Uhr

Allgemeine Hinweise: Bis auf einen nicht-programmierbaren Taschenrechner sind keine Hilfsmittel zugelassen. Lösungen sind ausschließlich in dieses **Lösungsblatt** einzutragen. Insgesamt sind 40 Punkte zu erreichen. Runden Sie numerische **Endergebnisse** auf **drei Nachkommastellen**. Runden Sie **keine Zwischenergebnisse**.

Tragen Sie Ihre Antworten in den dafür vorgesehenen Bereich (karierte Kästchen) ein. **Es werden nur diese Antworten bewertet.**

Name:	**Vorname:**	**Unterschrift:**
Matrikelnummer:		

1 alternative Lösung

Gesamtpunktzahl pro Aufgabe: (wird vom Korrektor ausgefüllt)

A.1	A.2	A.3	A.4	A.5	A.6	A.7	Σ

Gruppe A

Antworten:

Aufgabe 1

a) $\tilde{x}_{0.5} =$ 1,5 (1/2) $IQR =$ 2 (1/2) $Spw =$ 8 (1/2)

b) Linksteil (rechtsschief) (1)

Aufgabe 2

a) $H_0: \vartheta = 350$ ($\vartheta = \vartheta_0$) (1/2) $H_1: \vartheta \neq 350$ ($\vartheta \neq \vartheta_0$) (1/2)

b) $T(X_1, \ldots, X_n) =$ -3.183 (2)

c) Da $|T(\underline{x})| = 3.183 > 2.131 = t_{0.975}(15)$ wird H_0 zum Niveau 0.05 verworfen. (1/2) (1/2)

mit Begr. (1)

Aufgabe 3

a) F (1/2) b) F (1/2) c) W (1/2) d) W (1/2) e) F (1/2) f) W (1/2)

Aufgabe 4

a) Formelblatt liefert $f^{X_1}(x) = \frac{1}{\vartheta} \cdot 1\!\!1_{[-\vartheta,0]}(x)$

$\Rightarrow F^{X_1}(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\vartheta} \cdot 1\!\!1_{[-\vartheta,0]}(y)\,dy = \int_{-\vartheta}^{x} \frac{1}{\vartheta}\,dy = \frac{1}{\vartheta} y \Big|_{-\vartheta}^{x} = \left(\frac{x}{\vartheta}+1\right)$

1/2 1/2

b) Die Likelihoodfunktion lautet $L(\vartheta|x_1,\dots,x_n) = \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{\vartheta} 1\!\!1_{[-\vartheta,0]}(x_i) = \frac{1}{\vartheta^n} \cdot 1\!\!1_{[-\vartheta,0]}(x_{(1)})$ 1

L ist unstetig an der Stelle $-x_{(1)}$. An dieser Stelle ist der Wert gleich $\frac{1}{(-x_{(1)})^n} > 0$ und links davon ist L gleich 0. Da $\frac{1}{\vartheta^n}$ monoton fallend in ϑ ist, ist umso größer je kleiner ϑ ist. Da ϑ aber stets größer oder gleich $-x_{(1)}$ sein muss, ist $\hat{\vartheta}(x_1,\dots,x_n) = -x_{(1)}$ der Maximum-Likelihood-Schätzer. 1/2 1/2 1

c) $F^{-X_{(1)}}(x) = P(-X_{(1)} \le x) = P(X_{(1)} \ge -x) = P(X_1 \ge -x,\dots,X_n \ge -x) = P(X_1 \ge -x)^n$ 1/2 1/2 1/2

$= (1 - P(X_1 \le -x))^n = \left(1 - \left(\frac{-x}{\vartheta}+1\right)\right)^n = \left(\frac{x}{\vartheta}\right)^n$

1/2

d) $f^{-X_{(1)}}(x) = \frac{d}{dx} F^{-X_{(1)}}(x) = n \cdot \frac{x^{n-1}}{\vartheta^n} \cdot 1\!\!1_{(0,\vartheta)}(x)$

1

e) $E_\vartheta(\hat{\vartheta}) = E_\vartheta(-X_{(1)}) = \int x \cdot f^{-X_{(1)}}(x)\,dx = \int_0^{\vartheta} n \left(\frac{x}{\vartheta}\right)^n dx = \frac{n}{n+1}\left(\frac{x}{\vartheta}\right)^{n+1} \frac{1}{\vartheta}\Big|_0^{\vartheta}$

$= \frac{n}{n+1}\vartheta$ 1 1/2

Da $E_\vartheta(\hat{\vartheta}) \neq \vartheta$ ist $\hat{\vartheta}$ somit nicht erwartungstreu

1/2

Aufgabe 5

a) Die Teststatistik hat den Wert $T(x_1,\dots,x_{10}) = 6$. Da $6 < 8 = c_{0,095}$ kann die Nullhypothese nicht verworfen werden 1 1

$\hookrightarrow$ mit Begr. 1

p-Wert $= P(T \ge 6) = 1 - P(T \le 5)$
$= 1 - 0.623 = 0.377 > 0.05$

b) Der Fehler 1. Art tritt ein, wenn Ho fälschlicherweise verworfen wird. 1

c) 0.787 2

Aufgabe 6

schwache bis mittlere

a) $C_* =$ 0.138 1 Es liegt eine eher schwache Assoziation vor. 1/2

$H_0: p_{ij} = p_{i\bullet} \cdot p_{\bullet j} \quad \forall i,j$

b) Ho: Die Merkmal Alkoholkonsum und Reaktionszeit sind stoch. unabhängig. 1

c) Da $\chi^2 = 4.639 < 5.991 = \chi^2_{0.95}(2)$ kann Ho nicht verworfen werden. 1/2 1/2

$\hookrightarrow$ mit Begr. 1/2

(Bitte wenden)