

## DAP2 – Heimübung 9

Ausgabedatum: 29.05.2013 — Abgabedatum: 07.06.2013

### Abgabe:

Für Ihre Abgabe verwenden Sie bitte das beigegefügte Blatt als Deckblatt. Fügen Sie, falls nötig, weitere Blätter hinzu. Schreiben Sie unbedingt immer Ihren vollständigen Namen, Ihre Matrikelnummer und Ihre Gruppennummer auf Ihre Abgaben!

Beachten Sie:

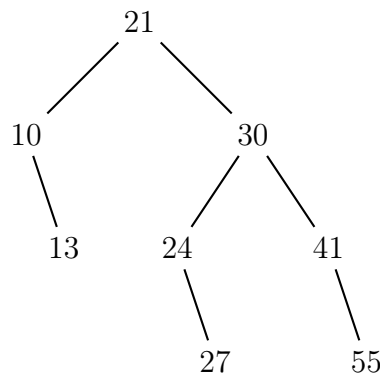
Beweise sind nur dort notwendig, wo explizit danach gefragt wird. Eine Begründung der Antwort wird allerdings *immer* verlangt.

Die Heimübungen dürfen in Gruppen von maximal drei Studierenden abgegeben werden. Die gemeinsame Bearbeitung in solchen Gruppen ist ausdrücklich erwünscht.

---

### Aufgabe 9.1 (5 Punkte): AVL-Bäume

Gegeben sei der folgende binäre Suchbaum  $T$ :



1. Verifizieren Sie, dass  $T$  ein AVL-Baum ist.
2. Fügen Sie die Schlüssel 15, 50, 29, 12 in der genannten Reihenfolge in den Baum  $T$  so ein, dass die AVL-Eigenschaft erhalten bleibt. Geben Sie den AVL-Baum nach jeder Operation an. Geben Sie außerdem an, an welchen Knoten und in welche Richtung rotiert wird.
3. Löschen Sie in  $T$  die Schlüssel 10, 27 und 41 in der genannten Reihenfolge. Geben Sie wiederum den AVL-Baum nach jeder Operation an und geben Sie außerdem an, an welchen Knoten und in welche Richtung rotiert wird.

4. Beschreiben Sie eine Familie von AVL-Bäumen, in der eine einzige Löschoption eine Folge von  $\Theta(\log n)$  Rotationen nach sich ziehen kann.

**Aufgabe 9.2 (5 Punkte):** AVL-Bäume

1. Geben Sie die Implementierung einer Funktion

`Positionssuche(T, k)`

in Pseudocode an, die für eine natürliche Zahl  $k$  einen Knoten mit dem  $k$ -größten der im AVL-Baum  $T$  enthaltenen Schlüssel bestimmt. Ist ein solcher nicht vorhanden, so soll **nil** zurückgegeben werden. Versuchen Sie eine Worst-Case Laufzeit von  $O(\log n)$  zu erreichen, wenn  $n$  die Anzahl der im AVL-Baum enthaltenen Knoten ist. Die Worst-Case Laufzeit ist in jedem Fall anzugeben und zu begründen.

**Hinweis:** Sie dürfen die Knoten der AVL-Bäume um geeignete Zusatzinformationen erweitern. Dabei sollten Sie alle von einer solchen Modifikation betroffenen Operationen entsprechend anpassen.

2. Veranschaulichen Sie die Arbeitsweise Ihrer Implementierung anhand des AVL-Baumes  $T$  aus Aufgabe 8.1 für den fünftgrößten Schlüssel, d.h. für den Aufruf `Positionssuche(T,5)`.