

Replikering samt kritik af MRW
rapport fra 1992, efterfulgt af egen
tidsserie analyse for Danmark, Norge
og Sverige

Empirisk Rapport

Gruppe 1:

| | |
|---------------------------|----------|
| Morten Dahl Søndergaard | 20196760 |
| Patrick Nicko Printz | 20195998 |
| Andreas Victor Østergaard | 20193119 |

Vejleder: Sebastian Valdecantos

Januar 2021

Antal tegn: 71.565



| | |
|---|-----------|
| 1. INTRODUKTION TIL PROJEKT | 3 |
| 2. MODELGRUNDLAG FRA SOLOW | 4 |
| 3. INTRODUKTION TIL MANKIW ROMER AND WEIL 1992 | 7 |
| 4. MRW REPLIKATION UDEN HUMAN KAPITAL | 8 |
| 4.1 INTRODUKTION TIL ESTIMERING | 8 |
| 4.2 ESTIMERE UBEGRÆNSEDE MODEL | 9 |
| 4.3 ESTIMERING AF MODEL VED OPDELING AF LANDE | 10 |
| 4.4 ESTIMER PARAMETRENE FOR DEN BEGRÆNSEDE MODEL FOR HELE STIKPRØVEN OG DE TRE GRUPPER | 11 |
| 4.5 UDREGNING AF IMPLIED ALPHA FOR OPDELT I GRUPPER | 12 |
| 4.6 UDFØR DIAGNOSTICERING AF DEN UBEGRÆNSEDE MODEL FOR HELE STIKPRØVEN | 13 |
| 4.6.1 Grafisk test | 13 |
| 4.6.2 Test for Homo- og heteroskedasticitet | 15 |
| 4.6.3 RESET Test for misspecification | 16 |
| 4.6.4 Test for Normalitet | 17 |
| 5. MRW REPLIKATION MED HUMAN KAPITAL | 19 |
| 5.1 ESTIMERE UBEGRÆNSEDE MODEL | 19 |
| 5.2 ESTIMERING AF UBEGRÆNSEDE MODEL MED HUMAN KAPITAL, VED OPDELING AF LANDE | 20 |
| 5.3 ESTIMERE PARAMETRENE AF DEN BEGRÆNSEDE MODEL FOR HELE STIKPRØVEN, OECD, INTERMEDIATE OG NON-OIL | 20 |
| 5.4 TEST AF RESTRIKTIONERNE | 22 |
| 5.5 UDREGNING AF IMPLIED ALPHA OG IMPLIED BETA OPDELT I GRUPPER | 23 |
| 5.6 UDFØR DIAGNOSTICERING AF DEN UBEGRÆNSEDE MODEL FOR HELE STIKPRØVEN MED HUMAN KAPITAL | 25 |
| 5.6.1 Grafisk test | 25 |
| 5.6.2 Test for Homo- og Heteroskedasticitet | 26 |
| 5.6.3 RESET Test for misspecification | 27 |
| 5.6.4 Test for Normalitet | 28 |
| 6. OPSUMMERING AF REPLIKATION AF MRW 1992 | 29 |
| 7. KRITIK AF MRW OG EGEN TIDSSERIE ANALYSE | 30 |
| 7.1 KRITISK EVALUERING AF MRW | 30 |
| 7.2 HVAD VI GERNE VIL FINDE UD AF OG HVORDAN VI VIL FINDE UD AF DET | 31 |
| 7.3 REDEGØRELSE AF VORES DATA TIL TIDSSERIE ANALYSE | 32 |
| 7.4 VALG AF KRITERIE | 33 |
| 7.5 ESTIMERING AF PARAMETRE | 33 |
| 7.5.1 Cointegration og økonomisk teori | 33 |
| 7.5.2 ADF test for graden af integration | 34 |
| 7.5.3 Plot af difference serier | 39 |
| 7.5.4 Udførelse af Cointegrations test | 40 |

| | |
|---|-----------|
| 7.6 DIAGNOSTICERING TEST FOR DANMARK | 44 |
| 7.6.1 Grafisk test | 44 |
| 7.6.2 Test for autokorrelation | 45 |
| 7.6.3 ARCH test | 46 |
| 7.6.4 Test for homoskedasticitet | 47 |
| 7.6.5 Test for misspecifikation | 48 |
| 7.6.6 Normalitetstests | 48 |
| 7.6.7 Tjek af residuale | 49 |
| 7.6.8 Strukturelle brud | 50 |
| 7.7 DIAGNOSTICERINGSTEST FOR NORGE | 51 |
| 7.7.1 Grafisk test | 51 |
| 7.7.2 Test for autokorrelation | 52 |
| 7.7.3 ARCH test | 53 |
| 7.7.4 Test for homoskedasticitet | 53 |
| 7.7.5 Test for misspecifikation | 54 |
| 7.7.6 Normalitetstest | 54 |
| 7.7.7 Test af de residuale | 55 |
| 7.7.8 Strukturelle brud | 56 |
| 7.8 UDREGNING AF COINTEGRATED PARAMETRE | 56 |
| 8. KONKLUSION | 60 |
| 9. BIBLIOGRAFI | 61 |
| 10. BILAG | 62 |
| 10.1 DIAGNOSTICERINGS-TEST FOR MODELLERNE UDEN HUMAN KAPITAL | 62 |
| 10.2 DIAGNOSTICERINGS-TEST FOR MODELLERNE MED HUMAN KAPITAL | 65 |
| 10.3 DIAGNOSTICERINGSTEST FOR SVERIGE | 68 |
| 10.3.1 Grafisk test | 68 |
| 10.3.2 Test for autokorrelation | 69 |
| 10.3.3 Test for autoregressive conditional heteroskedasticitet (ARCH) | 70 |
| 10.3.4 Normalitetstest | 70 |
| 10.3.5 Test af residualer | 71 |
| 10.3.6 Strukturelle brud | 72 |

1. Introduktion til projekt

Dette projekt vil forsøge at teste Solow modellens empiriske grundlag, ved hjælp af en tidligere artikel udarbejdet af Mankiw Romer & Weil (MRW) 1992 (Romer, Mankiw, & Weil, 1992). Første del af dette projekt vil bestå af en replikering af resultaterne MRW i sin tid kom frem til, hvor der herunder vil blive gennemgået deres resultater og fortolkning af disse. Ydermere vil der blive udført en diagnosticering af modellerne brugt af MRW, som har til formål at belyse hvorvidt konklusionernes økonometriske grundlag er troværdigt. Diagnosticeringen vil tage udgangspunkt i test for Gauss-Markov antagelserne 1 til 5 er overholdt, samt antagelse nr. 6 om normalitet af fejledet. Diagnosticeringen vil resultere i en kritisk vurdering af analysen af MRW, hvor der vil blive sat fokus på problematikker som MRW er underlagt.

Hernæst vil der i projektets anden del blive udført en analyse af Danmark, Norge og Sveriges BNP pr. capita udvikling i sammenspil med investeringernes andel af BNP og variablen for befolkningstilvækst, teknologivækst og depreciering. Hertil vil der blive undersøgt hvorvidt der er en langsigtet ligevægt mellem disse og efterfølgende estimere påvirkningerne af befolkningstilvækst, teknologivækst, depreciering og investeringernes andel på BNP pr. capita niveauerne.

2. Modelgrundlag fra Solow

Solows vækstmodel beskriver den langsigtede vækststi for et land, givet eksogene værdier. Dette bliver gjort ved at analysere ændringer i output niveauet i en økonomi over tid, som er resultat af ændringer i befolkningstilvæksten, opsparingsraten og den teknologiske udvikling. Opsparingsraten og den teknologiske vækst er i modellen eksogent bestemt og samtidigt er det antaget at kapital og arbejdskraft bliver betalt deres marginalprodukt. Derved kan følgende Cobb-Douglas produktionsfunktion opstilles:

$$Y(t) = K(t)^\alpha (A(t)L(t))^{1-\alpha} \quad \text{Uden human kapital}$$
$$0 < \alpha < 1 \quad \text{Uden human kapital}$$

I produktionsfunktionen betegnes Y som output, K som kapital, L som arbejdskraft, A som teknologiniveauet og α som kapitalens andel af indkomsten.

Arbejdskraften og teknologiniveauet er antaget at vokste eksogent, således L vokster med n og A vokster med g . Af denne årsag vil antallet af effektive arbejdere, $A(t)L(t)$, vokste med $n + g$. Modellen antager, at der bliver investeret en konstant andel af outputtet og betegnes s . Hertil bliver k defineret som mængde af kapital pr. effektiv arbejdskraft ved $k = K/AL$, mens y defineres som niveauet af output pr. effektiv arbejdskraft ved $y = Y/AL$.

$$\dot{k} = sy(t) - (n + g + \delta)k(t) \quad \text{Uden human kapital}$$

Hvor δ betegnes som desprecieringsraten og er eksogent bestemt.

Dette kan blive omskrevet til følgende:¹

$$\dot{k} = sk(t)^\alpha - (n + g + \delta)k(t) \quad \text{Uden human kapital}$$

Den ovenstående formel indebærer at k konvergerer mod steady-state værdien, som betegnes k^* og kan blive opstillet med følgende formel:

$$k^* = [s/(n + g + \delta)]^{1/(1-\alpha)} \quad \text{Uden human kapital}$$

¹ Årsagen til at det kan omskrives er fordi $y = k^\alpha$ i solow-modellen

Steady-state for kapital-arbejdskraft ratioen er positivt relateret til raten for opsparing/investeringer og negativt relateret til raten for befolkningstilvæksten. Hertil beskæftiger Solow modellen sig med påvirkningerne fra opsparingsraten og befolkningstilvækstens på realindkomsten, hvorved man ved at substituere steady state niveauet for kapital pr. effektiv arbejder in i Cobb-Douglas produktionsfunktionen får:²

$$\ln \left[\frac{Y(t)}{L(t)} \right] = \ln A(0) + gt + \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln(s) - \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln(n + g + \delta) \quad \textbf{Uden human kapital}$$

Herved vil steady state niveauet for indkomst pr. capita være positivt påvirket af opsparingsraten og negativt påvirket af befolkningstilvæksten. Ifølge Solow vil $\alpha \approx 1/3$, altså vil kapitalens andel af indkomsten være omtrent en tredjedel^[ØB]

Udvidelse af Solow modellen i MRW

Produktionsfunktionen udvides til at inkludere human kapital (H) som produktionsfaktor hvorved produktionsfunktionen omskrives til:

$$Y(t) = K(t)^\alpha H(t)^\beta (A(t)L(t))^{1-\alpha-\beta} \quad \textbf{Med human kapital}$$

$$0 < \alpha + \beta < 1 \quad \textbf{Med human kapital}$$

Hvor β her er opdelt som humankapitalens andel af indkomsten, underforstået vil α derfor repræsenterer andelen for fysisk kapital.

Hertil omskrives også væksten i kapital pr. effektiv arbejder, hvorved der opdeles mellem fysisk kapital $k = K/AL$ og human kapital $h = H/AL$ pr. effektive arbejder. Hertil kan vækstraten i h og k skrives ved:

$$\dot{k}(t) = s_k y(t) - (n + g + \delta)k(t) \quad \textbf{Med human kapital}$$

$$\dot{h}(t) = s_h y(t) - (n + g + \delta)h(t) \quad \textbf{Med human kapital}$$

Hvor s_h er den investerede andel af indkomsten til humankapital og s_k er den investerede andel af indkomsten til fysisk kapital.

² Hertil skal nævnes at der også tilføjes logaritmen.

I denne fremstilling er det derfor antaget at humankapitalen deprecierer med samme rate som fysisk kapital. I modellen antages det samtidigt, at $\alpha + \beta < 1$, hvilket betyder der er et faldende afkast på kapital.³

Hertil opstilles steady state betingelserne for h og k ved:

$$k^* = \left(\frac{S_k^{1-\beta} S_h^\beta}{n + g + \delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} \quad \textbf{Med human kapital}$$

$$h^* = \left(\frac{S_k^\alpha S_h^{1-\alpha}}{n + g + \delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} \quad \textbf{Med human kapital}$$

Indsættes disse betingelser i produktionsfunktionen med human kapital, fås:

$$\ln \left[\frac{Y(t)}{L(t)} \right] = \ln A(0) + gt - \frac{\alpha - \beta}{1 - \alpha - \beta} \ln(n + g + \delta) + \frac{\alpha}{1 - \alpha - \beta} \ln(s_k) + \frac{\beta}{1 - \alpha - \beta} \ln(s_h) \quad \textbf{Med human kapital}$$

Der findes visse implikationer i Solow-modellen heriblandt, hvis landene har samme vækst i befolkningen, samme opsparingsrate og samme deprecieringsrate, så vil landene have samme steady state niveau, dermed vil landene konvergere mod hinanden og de lande længst fra steady state vil vokste mere. Modsat vil landene med forskellige opsparingsrater, have forskellige steady state punkter og dermed ikke konverger mod hinanden.

³ Hvis $\alpha + \beta = 1$, så vil der være konstant afkast på kapital.

3. Introduktion til Mankiw Romer and Weil 1992

MRW formåede i 1992 empirisk at bevise hvorledes opsparingsraten og populationsvæksten bestemmer steady state niveauet for indkomst pr. capita. I deres artikel er der blevet taget udgangspunkt i 121 lande, hvor dataet består af BNP i 1960 og 1985, væksten i BNP mellem 1960 og 1985, væksten i den arbejdsdygtige alder mellem 1960 og 1985⁴, investeringernes andel af indkomsten (I/Y) og School (som proxy for human kapital).

De 121 lande er derefter delt op efter lande, hvis primære indtægt ikke er råolieudvinding (Non-oil), lande hvis population i 1960 var mindre end 1 million eller hvis data havde fået en "D" rating af Summers og Heston⁵ (Intermediate) og OECD-lande hvor populationen var større end 1 million (OECD). På denne måde kan enkelte lande fremgå i flere grupper på samme tid.

MRW finder frem til, at den simple Solow-model empirisk kan forklare en stor del af variationen mellem landenes indkomst pr. capita niveauer. Samtidig med at deres resultater ser ud til at kunne forklare størstedelen af variationen, finder de frem til at Solows forudsigelser vedrørende den relative størrelse af parametrene, samt fortegnenes af disse, kan bekræftes empirisk. MRW estimere parametrene og finder frem til at opsparing og NGD empirisk set er statistisk ens med sidstnævnte værende negativ. Derfor konkludere MRW at Solows postulater vedrørende den relative forskel mellem opsparing og NGD er sandfærdig.

Til trods for at modellen kan forklare en stor del af variationerne i dataet og at estimerne har de samme fortegn postuleret af Solow, så finder MRW frem til, at estimerne er betydeligt større end antydnet af Solow. Dette kan ifølge MRW forklares ved at man i modellen har udeladt en variabel, hvilket de mener er human kapital. Derfor vælger MRW at udvide analysen ved senere at inkludere human kapital som en forklarende variabel for pr. capita indkomstniveauerne i de 121 lande.

Resultatet heraf viser, at ved inkludering af human kapital akkumulation vil estimerne stadig være positive for opsparingsraten og negativ for NGD, men forskellen er, at variationen i dataet forklares bedre i den udvidede Solow model, samtidig med at estimerne nu er reducerede sammenlignet med den simple Solow model.

⁴ Den arbejdsdygtige alder bliver i MRW defineret til at være 15-64

⁵ Summers og Heston har givet landes data "D" rating, for at kunne identificere lande hvis realindkomst er baseret på ekstremt få primære data: Dette betyder også at der er en større sandsynlighed for målefejl for disse lande

4. MRW Replikation uden Human Kapital

4.1 Introduktion til estimering

Eftersom at MRW benytter OLS til deres estimering af parametrene, er det nødvendigt at gennemgå de formelle krav til OLS, før vi kan genskabe deres analyse.

De formelle krav er kort sagt antagelser vedrørende modellen og dataene, som sikrer at estimerne er unbiased og at testene er korrekt udført. Hvis alle antagelser er opfyldt, vil man sige at modellen er BLUE, hvilket står for "Best Linear Unbiased Estimates". De første fire antagelser er nødvendige for at få unbiased estimer.

Antagelserne der skal være opfyldt, er de såkaldte Gauss-Markov (GM) antagelser nr. 1 til 5, samt 6. antagelse om normalitet.

- (1) Den første antagelse; er at modellen skal være lineær i parametrene. Dvs. at populationsmodellen skal kunne opstilles på følgende måde;

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + u$$

- (2) Den anden antagelse; er at stikprøven skal være tilfældigt udvalgt og af størrelsen n , samtidig med at den følger populationsmodellen i antagelse nr. 1.
- (3) Den tredje antagelse; er at der ikke må være perfekt kollinearitet i stikprøven. I stikprøven (Og derfor også i populationen) er ingen af de uafhængige variable konstante og der er ingen perfekte lineære forhold mellem de uafhængige variable.
- (4) Den fjerde antagelse; er at fejllede u har en betinget middelværdi på 0, givet enhver værdi af de uafhængige variable. Dette kan matematisk beskrives ved;

$$E(u|x_1, x_2, \dots, x_k) = 0$$

- (5) Den femte antagelse; er antagelsen om Homoskedasticitet, eller med andre ord at variansen af fejllede u er konstant, givet enhver værdi af de uafhængige variable. Matematisk kan dette fremstilles ved;

$$Var(u|x_1, x_2, \dots, x_k) = \sigma^2$$

Denne antagelse er brugt for at kunne udlede variansen af fejllede.

- (6) Den sjette og sidste antagelse; er normalitet af de residuale. I sammenhæng med antagelserne nr. 4 og nr. 5, vil man kunne sige at fejllede u er uafhængigt af de forklarende variable, har en middelværdi på 0 og en konstant varians. Med den 6. antagelse, vil man derfor kunne sige at fejllede er Normalfordelt. Dette kan beskrives matematisk ved:

$$u \sim N(0, \sigma^2)$$

Denne antagelse er vigtig, fordi det sikrer at t- og F-statistikken følger standardfordelingen for enhver stikprøve størrelse. Denne antagelse om normalitet er i særdeleshed vigtig for at kunne benytte hypotesetest, hvilket både vil blive benyttet til at se om estimerne er ens i størrelse og modsatrettede fortegn, samt at kunne udføre diagnosticering af modellen i MRW.

4.2 Estimere ubegrænsede model

Modellen der estimeres er:

$$\ln\left(\frac{Y}{L}\right) = a + \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln(s) - \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln(n + g + \delta) + \varepsilon$$

Hvor $g + d = 0.05$ og Jf. til Model grundlaget for Solow er det antaget at $\ln A(0) = a + \varepsilon$
 Dette er med udgangspunkt i datasættet MRW. Modellen estimeres vha. OLS i R.

Tabel 1

| | Estimering | Std. Error | T-værdi | P-værdi |
|-----------|--------------------|------------|----------------------|------------|
| (Skæring) | 9.629 | 1.65 | 5.84 | 6.1e-08*** |
| ln(s) | 1.478 | 0.163 | 9.06 | 8.3e-15*** |
| ln(NGD) | -0.457 | 0.584 | -0.78 | 0.44 |
| | $R^2 = 0.477$ | | $Adj. R^2 = 0.467$ | |
| | F-statistik = 47.4 | | P-værdi = 2.36e - 15 | |

Signif. Koder: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Efter udførelsen af den lineær regression, kan formelen altså skrives ved:

$$\ln\left(\frac{Y}{L}\right) = 9.629 + 1.478 \ln(s) - 0.457 \ln(n + g + \delta)$$

Derfor opnås samme resultat som i MRW, hvilket bekræfter at koefficienten for opsparing er positiv og koefficienten for $\ln(n + g + \delta)$ er negativ.

Dvs. eftersom modellen er en log-log model for alle parametre, skal det fortolkes således, at en 1% forøgelse af opsparingsraten vil påvirke output pr. arbejder med 1.478%. Samtidig vil en forøgelse

på 1% af $\ln(n + g + \delta)$ føre til et fald i output pr. arbejder på 0.457%. Her er det hovedsageligt befolkningstilvæksten som vil stå for denne forøgelse på 1%, eftersom det er antaget at deprecieringsraten og væksten i teknologi er konstante. Derfor vil en stigende befolkningstilvæksten sænke BNP pr. effektive arbejder. Det fremgår at opsparingsraten er statistisk signifikant, mens NGD ikke er signifikant. Overordnet kan det betragtes at estimaterne ikke strider imod Solows funktionelle form, eftersom fortegnede for estimaterne stemmer overens med forudsigelserne i Solow-modellen, men det fremgår dog, at størrelsen af estimaterne er større end hvad Solow postulerede.

4.3 Estimering af model ved opdeling af lande

Tabel 2

| | Non-oil | Intermediate | OECD |
|---------------------|-------------------------|-------------------------|-----------------------|
| (Skæring) | 5.4299 *** (1.5839) | 5.3459 *** (1.5431) | 0.0206 ** (2.5179) |
| $\ln(s)$ | 1.4240 *** (0.5634) | 1.3176 *** (0.1709) | 0.4999 (0.4339) |
| $\ln(NGD)$ | -1.9898 *** (0.5634) | -2.0172 *** (0.5339) | -0.7419 (0.8522) |
| R^2 | 0.6009 | 0.5989 | 0.1059 |
| $Adj. R^2$ | 0.5925 | 0.5878 | 0.0118 |
| Antal observationer | 98 | 75 | 22 |

Signif. Koder: 0 '****' 0.001 '***' 0.01 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

I tabellen fremgår parametrene opdelt for de tre grupper, non-oil, intermediate og OECD. Af tabellerne fremgår der tre vigtige pointer. For det første fremgår det, at parametrene for opsparing og NGD er nogenlunde de samme, men med modsatrettede fortegn, som postulerede af MRW og Solow. For det andet vil en stigning i opsparing påvirke output pr. capita positivt og en stigning i NGD påvirke output pr. capita negativt. For det tredje kan modellen forklare 59% af variationen af dataene for non-oil og intermediate, mens den kun kan forklare 1% af variationen for OECD-landene. At modellen har en lav forklaringssevne for OECD-landene er højest sandsynligt på baggrund af den lille stikprøvestørrelse for OECD, som kun består af 22 observationer, hvilket også kommer til udtryk eftersom både opsparingsraten og NGD variabelen begge fremstår som statistisk insignifikante for OECD landene. Dette står i kontrast til estimaterne for intermediate og non-oil, hvor det fremgår at både opsparingsraten og NGD er statistisk signifikante.

4.4 Estimer parametrene for den begrænsede model for hele stikprøven og de tre grupper

Begrænsningerne for denne model er at koefficienterne for opsparingsraten og NGD variabelen er ens i størrelse med NGD i negativt fortegn.

Tabel 3

| Hele stikprøven | | | | |
|-----------------------------------|-------------|------------|------------------------------|--------------|
| | Estimiering | Std. Error | t-værdi | Pr(> t) |
| Skæring | 7.047 | 0.134 | 52.64 | <2e - 16 *** |
| Restriktion | 1.347 | 0.141 | 9.54 | 6.6e-16 *** |
| <i>Adj. R² = 0.459</i> | | | <i>R² = 0.464</i> | |

| Non Oil | | | | |
|-----------------------------------|-------|-------|------------------------------|------------|
| Skæring | 6.872 | 0.121 | 57.0 | <2e-16 *** |
| Restriktion | 1.488 | 0.125 | 11.9 | <2e-16 *** |
| <i>Adj. R² = 0.593</i> | | | <i>R² = 0.597</i> | |

| Intermediate | | | | |
|-----------------------------------|-------|-------|------------------------------|-------------|
| Skæring | 7.093 | 0.146 | 48.7 | <2e-16 *** |
| Restriktion | 1.431 | 0.139 | 10.3 | 7.6e-16 *** |
| <i>Adj. R² = 0.586</i> | | | <i>R² = 0.592</i> | |

| OECD | | | | |
|------------------------------------|-------|-------|------------------------------|-----------|
| Skæring | 8.624 | 0.533 | 16.17 | 6e-13 *** |
| Restriktion | 0.554 | 0.365 | 1.52 | 0.15 |
| <i>Adj. R² = 0.0582</i> | | | <i>R² = 0.103</i> | |

Signif. Koder: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Ved estimeringen af den begrænsede model fremgår non oil og intermediate landendes restriktion statistik signifikante, mens OECD er insignifikant. Hertil testes der for hvorvidt koefficienterne er ens i størrelse med omvendt fortegn:

Nulhypotesen er her:

$$H_0: \ln(s) = -\ln(n + g + \delta)$$

Mod alternativ hypotesen:

$$H_1: \ln(s) \neq -\ln(n + g + \delta)$$

Tabel 4

| | Hele stikprøven | Non-oil | Intermediate | OECD |
|---------|-----------------|---------|--------------|------|
| P-værdi | 0.12 | 0.36 | 0.26 | 0.81 |

For hele stikprøven samt de tre grupper, kan vi ikke afvise nulhypotesen, hvilket betyder at koefficienterne er ens i størrelse og med omvendt fortegn.

4.5 Udregning af implied alpha for opdelt i grupper

Vi udregner implied alpha ved hjælp af følgende formel:

$$\alpha = \frac{C}{1 + C}$$

Hvor C er koefficienterne fra estimeringen af den begrænsede model.

Og vi får derfor alpha til at være:

Tabel 5

| | Non-oil | Intermediate | OECD |
|---------------|---------|--------------|------|
| Implied alpha | 0.6 | 0.59 | 0.36 |

Alpha afspejler kapitalens andel af nationalindkomsten. Dvs. at jo større værdi alpha har, desto større andel af den samlede indkomst er kapital. I Solow modellen antages det at alpha er 1/3, men som det fremgår af udregningerne, er alpha i det anvendte datasæt for henholdsvis non-oil, intermediate og oecd på 0,6 og 0,59 og 0,36, hvilket er en enorm afvigelse fra den ellers antaget værdi for non-oil og intermediate. Helt konkret betyder det, at kapitalens andel af indkomsten er

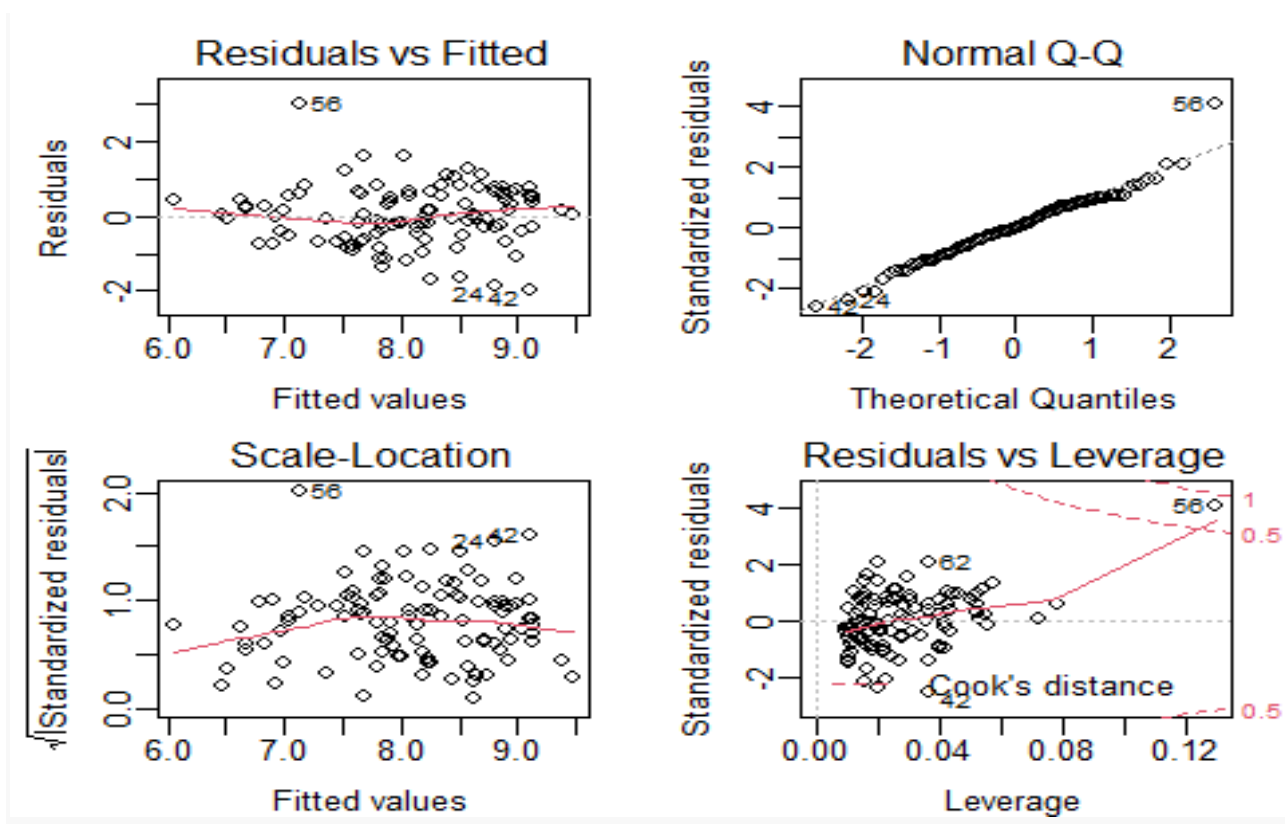
større end påpeget af Solow, hvilket er en af hovedårsagerne til at MRW vælger at inkludere human kapital.

4.6 Udfør diagnosticering af den ubegrænsede model for hele stikprøven

I dette afsnit vil der blive udført en diagnosticering af den simple MRW model, hvorved der vil blive undersøgt hvorvidt Gauss-Markov antagelserne overholdes, om der er tegn på misspecifikation og hvorvidt de residuale er normalfordelt.

4.6.1 Grafisk test

Figur 1



Residuals vs Fitted

I dette plot illustreres de residuale op i mod de fittede værdier for modellen uden human kapital. Årsagen til at vi udfører denne grafiske test er for at undersøge om GM 1 antagelsen bliver opfyldt, hvilket vil vise om parametrene er lineære. For at vi kan argumentere for at GM 1 bliver opfyldt, skal den røde linje i plottet følge den stiplede linje. Den stiplede linje viser en perfekt horisontal linje, hvilket vil betyde at parametrene er perfekt lineær, mens den røde viser gennemsnittet for residualernes værdi. Når vi her undersøger om den røde linje følger den stiplede linje, fremgår det

at den røde linje afviger fra den stiplede linje, men da det er minimalt, kan der argumenteres for, at parametrene er lineære.

Normal Q-Q

Det ovenstående plot viser også et normal Q-Q plot, hvor det illustreres om modellens residuale er normalfordelt, hvilket opfylder 6. antagelse om normalitet. Ud fra plottet, vil de residuale være normalfordelt hvis de følger den diagonale stiplede linje. Det kan observeres i det ovenstående plot, at de standardiserede residualer følger den stiplede linje meget tæt, bortset fra en observation 56. Derfor kan der i høj grad blive argumenteret for at modellens residuale er normalfordelt.

Scale-Location

Det ovenstående plot for Scale-Location, vil blive brugt til at observere om GM 5 antagelsen bliver opfyldt, hvilket vil give en idé om hvorvidt modellen er præget af heteroskedasticitet. For at kunne argumentere for dette, kan man tjekke for to ting i plottet, først kan man tjekke hvordan den røde linje udvikler sig gennem plottet. Hvis den røde linje er nogenlunde horisontal, så vil man kunne argumentere for, at modellen ikke er præget af heteroskedasticitet. Det andet man kan tjekke, er om der findes et klart mønster i hvordan residualerne er spredt i plottet, her skal residualerne være spredt tilfældigt, for at kunne argumentere at modellen ikke er præget af heteroskedasticitet. Når man tjekker for disse to ting i vores Scale-Location plot, vil der kunne blive argumenteret for at vores model kan være præget af heteroskedasticitet.

Residuals vs Leverage

Ovenstående plot viser residuals vs leverage, samt Cook's distance. Plottet bliver brugt til at vise om der er nogle observationer, som har en signifikant indflydelse på modellen. X-aksen viser leverage for hver observation, mens y-aksen viser standardiseret residuale for hver observation. Leverage referer til hvor meget koefficienterne i modellen vil ændre sig, ved fjernelsen af en enkelt observation, ved høj leverage, så har observationen en stor effekt på koefficienterne, og ved lav leverage, har observationerne en lille effekt. Standardiserede residualer referer til den standardiserede forskel mellem den forudsiger værdi og den faktiske værdi af en observation. Cook's distance bliver brugt til at undersøge om en observation har en signifikant indflydelse, da hvis en observation er uden for Cook's distance, så vil observationen have en signifikant effekt. I

vores ovenstående plot for residuals vs leverage kan det blive observeret, at observation 56 er udenfor Cook's distance og derfor vil det betyde at denne observation har en signifikant indflydelse.

4.6.2 Test for Homo- og heteroskedasticitet

BP-test

BP-testen tester hvorvidt GM antagelse nr. 5 om homoskedasticitet overholdes.

Mere formelt testes nulhypotesen:

$$H_0: Var[\varepsilon | \ln(s), \ln(n + g + \delta)] = \sigma^2$$

mod den alternative hypotese:

$$H_1: Var[\varepsilon | \ln(s), \ln(n + g + \delta)] \neq \sigma^2$$

For at udføre denne test bliver følgende formel benyttet:

$$u^2 = \delta_0 + \delta_1 x_1 + \delta_2 x_2 + \dots + \delta_k x_k + v$$

Hvis vi indsætter vores værdier, vil den være som følge:

$$u^2 = \delta_0 + \delta_1 \ln(s) + \delta_2 \ln(n + g + \delta) + v$$

I følgende tabel er BP-testen udført:

Tabel 6

| BP-test | For hele stikprøven | |
|-----------|---------------------|------------------|
| BP = 13.6 | Df = 2 | P-værdi = 0.0011 |

Efter at have udført BP-testen, fremgår det at p-værdien er 0.0011, hvilket betyder at vi kan afvise den tidligere opstillet nulhypotese på 1% signifikansniveau. Da vi kan afvise vores nulhypotese, så betyder dette at fejlledet ikke er uafhængigt af de forklarende variabler, og at modellen derfor er præget af heteroskedasticitet. Dette er det samme, som vores tidligere grafiske test for Scale-Location viste.

White-testen

Vi benytter White-testen for at undersøge hvorvidt BP-testens resultater kan understøttes eller om der er modsigende beviser.

White-testen tester efter heteroskedasticitet ved at inkludere de kvadrerede versioner af de forklarende variable, samtidig med der inkluderes alle krydsprodukterne for de forklarende variable.

Derefter udføres der en F-test med nulhypotesen:

$$H_0: \text{homoskedasticitet}$$

Mod alternativ hypotesen:

$$H_1: \text{heteroskedasticitet}$$

Tabel 7

| Test for heteroskedasticitet | Hele stikprøven uden human kapital |
|------------------------------|------------------------------------|
| White-testen | P-værdi = 5.1411e-10 |

Det fremgår nu, at ved brug af white-testen opnås en p-værdi, som er lavere end 5 procent, hvilket betyder at vi kan konkludere at modellen er præget af heteroskedasticitet.

Dermed er vores tidligere observation for scale-location plottet nu blevet bekræftet af BP-test og White-test, og derfor kan der med sikkerhed siges at modellen er præget af heteroskedasticitet.

Hvilket betyder at GM antagelse nr. 5 om homoskedasticitet ikke bliver overholdt, hvorved variansen af fejleddet ikke er konstant og derfor vil standardfejlene være fejlagtige. Dette vil påvirke hypotesetest fremover, medmindre der korrigeres for det.

4.6.3 RESET Test for misspecification

RESET-testen tester for misspecifikation ved at tilføje de kvadrerede og kuberede værdier af de fittede værdier og ser hvorvidt disse er signifikante. Derfor vil modellen se således ud;

$$\log(GDP_{1985}) = \beta_0 + \beta_1 \log(s) + \beta_2 \log(n + g + \delta) + \gamma_1 \widehat{GDP}_{1985}^2 + \gamma_3 \widehat{GDP}_{1985}^3$$

Nulhypotesen lyder at:

$$H_0: \gamma_1 = \gamma_3 = 0$$

Eller med andre ord; at Modellen ikke er misspecifiserede.

Denne hypotese testes mod alternativhypotesen:

$$H_1: \gamma_1 \neq \gamma_2 \neq 0$$

Eller med andre ord, at modellen er misspecificerede.

Tabel 8

| RESET-Test | Hele stikprøven uden human kapital | | | |
|------------|------------------------------------|--------|----------|----------------|
| 1 | Res.df = 104 | | | |
| 2 | Res. Df = 102 | Df = 2 | F = 1.33 | P-værdi = 0.27 |

Signif. Koder: 0 '****' 0.001 '***' 0.01 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Testen viser at vi får en F-statistik på 1.33 og en tilhørende P-værdi på 27% hvilket vil sige vi ikke kan forkaste nulhypotesen. Derfor tyder RESET testen ikke på tegn af misspecifikation og kan dermed siges at opfange forholdet mellem BNP, opsparingsraten og NGD.

4.6.4 Test for Normalitet

Efter at have undersøgt normal Q-Q plottet, hvor det blev vurderet at dataet er normalfordelt, vil der nu blive udført tre normalitetstest, for at kunne give belæg for denne vurdering. Der vil blive udført Jarque Bera test, Shapiro-Wilks test og Kalmogorov-Smirnov test, for at tjekke normaliteten i dataet med disse test, vil der ved de to første test blive kigget på p-værdien, mens der for Kalmogorov-Smirnov test vil blive kigget på D-værdien, da hvis D-værdien er under en kritisk værdi, så vil denne test give belæg for at dataet er normalfordelt. Den kritiske værdi findes i en tabel, hvor den i vores eksempel vil være 0.12 for et 5% signifikansniveau. (Zaiontz, 2015)

Tabel 9

| Jarque Bera test | | |
|----------------------------|-----------------|------------------|
| H_0 : Normalfordelt | $\chi^2 = 11.3$ | P-værdi = 0.0036 |
| H_1 : Ikke normalfordelt | | |

| Shapiro-Wilks test | | |
|----------------------------|------------|-----------------|
| H_0 : Normalfordelt | $W = 0.98$ | P-værdi = 0.038 |
| H_1 : Ikke normalfordelt | | |

| Kalmogorov-Smirnov | | |
|------------------------------------|------------|--|
| H_0 : $D < \text{kritisk værdi}$ | $D = 0.07$ | Kritiske værdi på 5% signifikansniveau: 0.12 |
| H_1 : $D > \text{kritisk værdi}$ | | |

Ud fra ovenstående test har vi fået følgende p-værdier for Jarque Bera test er p-værdien 0.0036 og for Shapiro-Wilks test er p-værdien 0.038. For disse to test har vi altså fået belæg for vores tidligere vurdering af normalfordelingen, fordi begge test afviser nulhypotesen, hvorved konklusionen er at de residuale er normalfordelt. Hvis man kigger på D-værdien som Kalmogorov-Smirnov testen har givet, så er denne 0.07, hvilket er lavere end den kritiske værdi og derfor giver denne også belæg for at kunne konkludere, at datasættet er normalfordelt. Det betyder altså derfor at fejlleddet har en konstant varians og en middelværdi på nul, hvilket stemmer overens med vores formodning ud fra normal Q-Q plottet.

5. MRW Replikation med Human Kapital

5.1 Estimere ubegrænsede model

Human kapital akkumulation bliver nu inkorporeret i modellen. Ved at inkludere endnu en parameter i vores regressionsmodel vil man (potentielt) kunne forklare en større del af variationen i dataet. Den nye model inklusiv human-kapital akkumulation ser derfor således ud;

$$\ln\left(\frac{Y}{L}\right) = \alpha + \frac{\alpha}{1 - \alpha - \beta} \ln(s_k) - \frac{\beta}{1 - \alpha - \beta} \ln(s_h) - \frac{\alpha + \beta}{1 - \alpha - \beta} \ln(n + g + d) + \varepsilon$$

Tabel 10

| | Estimering | Std. Error | T-værdi | P-værdi |
|------------|--------------------|------------|--------------------|--------------------|
| (Skæring) | 10.1029 | 1.2815 | 7.88 | 3.7e-12*** |
| ln(s) | 0.7029 | 0.1554 | 4.52 | 1.7e-05 *** |
| ln(NGD) | -0.5806 | 0.4525 | -1.28 | 0.2 |
| ln(School) | 0.6857 | 0.0816 | 8.4 | 2.7e-13*** |
| | | | | |
| | $R^2 = 0.69$ | | $Adj. R^2 = 0.681$ | |
| | F-statistik = 75.6 | | | P-værdi = 2.36e-15 |

Signif. Koder: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Estimaterne viser fortsat at opsparingsraten har en positiv effekt på væksten i indkomst pr. capita, mens NGD variabelen fortsat har en negativ effekt. Den umiddelbare forskel findes her i magnituden af estimaterne; her fremgår det af ovenstående at en 1% forøgelse i opsparingsraten associeres med en stigning i indkomst pr. capita med 0.7% samt en forøgelse på 1% af NGD variabelen associeres med et fald i indkomst pr. capita med 0.58%. Derudover fremgår det, at en 1% forøgelse af parameteren school associeres med en stigning i indkomst pr. capita med 0.68%. Til sammenligning med Solow modellen betyder dette, at ved at inkludere akkumulation af human kapital i modellen vil effekten af en større andel fysisk kapital investeret være mindre end ved ikke at inkludere parameteren "school", samt en stigning i befolkningstilvæksten ses at være associeret med et større fald i indkomst pr. capita. Dette indikerer, at akkumulation af human kapital kan have været korreleret med NGD og opsparingsraten. Afslutningsvist fremgår det, at $Adj. R^2$ er højere i modellen med human kapital akkumulation, hvilket betyder, at en større del af variationen i dataene forklares ved at inkludere denne paramter.

5.2 Estimering af ubegrænsede model med human kapital, ved opdeling af lande

Tabel 11

| | Non-oil | Intermediate | OECD |
|---------------------|-------------------------|-------------------------|-----------------------|
| (Skæring) | 6.8444 *** (1.1774) | 7.7913 *** (1.1924) | 8.6369 ** (2.2143) |
| ln(s) | 0.6967 *** (0.1328) | 0.7004 *** (0.1506) | -0.2761 (0.3889) |
| ln(NGD) | -1.7452 *** (0.4159) | -1.4998 *** (0.4032) | -1.0755 (0.7560) |
| ln(School) | 0.6545 *** (0.0727) | 0.7305 *** (0.0952) | 0.7676 * (0.2933) |
| R^2 | 0.7856 | 0.7807 | 0.3524 |
| $Adj. R^2$ | 0.7788 | 0.7714 | 0.2444 |
| Antal observationer | 98 | 75 | 22 |

Signif. Koder: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Parentes under estimerer indikere standard error.

Det fremgår at opsparingsraten for non-oil lande og intermediate ligesom tidligere har en positiv effekt på indkomsten pr. capita, mens at denne ikke er tæt på at være lige så dominerende for OECD-landene - men dog stadig positiv. Derudover fremgår det, at NGD variabelen ligesom sidst også har en negativ effekt på indkomst pr. capita og størst for non-oil.

Opsparingsraten og NGD variabelen er statistiske signifikante for non-oil og intermediate, mens dette fortsat ikke er tilfældet for OECD. Ved at inkludere human-kapital akkumulation i modellen fremstår det heraf, at dette har en meget signifikant betydning på alle grupper og det fremgår også at effekten af henholdsvis opsparingsraten og NGD variabelen er markant mindre. Især forskellen i effekten af opsparingsraten har ændret sig markant efter at have inkluderet human kapital, samtidig med at NGD variabelen også har en mindre effekt. Derudover fremgår det, at den $Adj. R^2$ er betydelig større end regressionen uden human-kapital.

5.3 Estimere parametrene af den begrænsede model for hele stikprøven, OECD, intermediate og non-oil

Her vil der blive estimeret modellen for hele stikprøven, OECD, intermediate og non-oil med de følgende restriktioner:

1. $\log(I/Y) - \log (ng\delta)$
2. $\log(school) - \log (ng\delta)$

Estimaterne af den begrænsede model fremgår i følgende tabeller:

Tabel 12

| Hele stikprøven | | | | |
|-----------------------------------|------------|------------|------------------------------|--------------|
| | Estimering | Std. Error | t-værdi | P-værdi |
| Intercept | 8.0663 | 0.1584 | 50.92 | <2e - 16 *** |
| 1. restriktion | 0.5938 | 0.1407 | 4.22 | 5.3e-05 *** |
| 2. restriktion | 0.6901 | 0.0822 | 8.40 | 2.6e-13 *** |
| <i>Adj. R² = 0.676</i> | | | <i>R² = 0.682</i> | |

| Non Oil | | | | |
|-----------------------------------|--------|--------|------------------------------|-------------|
| Intercept | 7.8531 | 0.1400 | 56.08 | <2e-16 *** |
| 1. restriktion | 0.7383 | 0.1236 | 5.97 | 4.0e-08 *** |
| 2. restriktion | 0.6571 | 0.0725 | 9.06 | 1.7e-14 *** |
| <i>Adj. R² = 0.779</i> | | | <i>R² = 0.784</i> | |

| Intermediate | | | | |
|-----------------------------------|--------|--------|------------------------------|-------------|
| Intercept | 7.9962 | 0.1544 | 51.58 | <2e-16 *** |
| 1. restriktion | 0.7091 | 0.1377 | 5.15 | 2.2e-06 *** |
| 2. restriktion | 0.7330 | 0.0931 | 7.87 | 2.6e-11 *** |
| <i>Adj. R² = 0.775</i> | | | <i>R² = 0.781</i> | |

| OECD | | | | |
|-----------------------------------|-------|-------|------------------------------|-------------|
| Intercept | 8.716 | 0.466 | 18.70 | 1.1e-13 *** |
| 1. restriktion | 0.283 | 0.334 | 0.85 | 0.407 |
| 2. restriktion | 0.769 | 0.284 | 2.70 | 0.014 * |
| <i>Adj. R² = 0.284</i> | | | <i>R² = 0.352</i> | |

Signif. Koder: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

For den begrænsede model med human kapital, observeres det at begge restriktionerne er signifikante for alle grupper, på nær første restriktion i gruppen af OECD lande.

Dog forekommer det mere interessant at teste hvorvidt de nu tre inkluderede variable summere til nul, som postulerede at MRW model med human kapital.

5.4 Test af restriktionerne

Der vil i dette afsnit blive testet for restriktionerne, for hele stikprøven, non-oil, intermediate og OECD, hvor human kapital indgår i alle modellerne.

I modellen opstillet af MRW med human kapital, forudsiger modellen, at de tre koefficienter for $\ln(s)$, $\ln(school)$ og $\ln(n + g + \delta)$ skal summere til 0. For at teste hvorvidt dette stemmer overens med det, som kan observeres i det anvendte data, testes der for følgende hypoteser:

$$H_0 : \log(s) + \log(n + g + \delta) + \log(school) = 0$$

Mod den alternative hypotese:

$$H_1 : \log(s) + \log(n + g + \delta) + \log(school) \neq 0$$

For at kan afvise nulhypotesen skal p-værdien tjekkes ved de forskellige modeller, hvis det viser sig, at p-værdien er under vores signifikansniveau på 5 procent, så vil det være muligt for at afvise nulhypotesen. Følgende resultater af F-test:

Tabel 13

| Hele stikprøven med human kapital | | | | | | |
|-----------------------------------|---------------|------------|--------|-------------------|----------|----------------|
| Model 1 | Res. Df = 103 | RSS = 39.3 | | | | |
| Model 2 | Res. Df = 102 | RSS = 38.3 | Df = 1 | Sum of sq = 0.963 | F = 2.56 | P-værdi = 0.11 |

| Non-oil med human kapital | | | | | | |
|---------------------------|--------------|------------|--------|-------------------|----------|----------------|
| Model 1 | Res. Df = 95 | RSS = 24.4 | | | | |
| Model 2 | Res. Df = 94 | RSS = 24.2 | Df = 1 | Sum of sq = 0.192 | F = 0.74 | P-værdi = 0.39 |

| Intermediate med human kapital | | | | | | |
|--------------------------------|--------------|------------|--------|------------------------|----------|----------------|
| Model 1 | Res. Df = 72 | RSS = 14.7 | | | | |
| Model 2 | Res. Df = 71 | RSS = 14.7 | Df = 1 | Sum of sq = 0.00453 | F = 0.02 | P-værdi = 0.88 |

| OECD med human kapital | | | | | | |
|------------------------|--------------|------------|--------|------------------------|-------|----------------|
| Model 1 | Res. Df = 19 | RSS = 1.96 | | | | |
| Model 2 | Res. Df = 18 | RSS = 1.96 | Df = 1 | Sum of sq = 0.00147 | F = 0 | P-værdi = 0.97 |

P-værdien for de fire opstillede modeller er hhv. 0.11, 0.39, 0.88 og 0.97, hvilket betyder at p-værdien for alle modellerne er over vores signifikansniveau på 5 procent hvorved nulhypotesen ikke kan afvises. Af denne årsag er modellen MRW opstiller i overensstemmelse med at koefficienterne her statistiske summere til nul for alle tre grupper samt for hele stikprøven.

5.5 Udregning af implied alpha og implied beta opdelt i grupper

Vi udregner de implied α og implied β ved at bruge de to koefficienter for restriktionerne i den begrænsede model og indsætter dem følgende formel, som stammer fra brøken foran variablene i MRW opstillede model med human kapital:

$$c2 = \frac{\alpha}{1 - \alpha - \beta}$$

$$c3 = \frac{\beta}{1 - \alpha - \beta}$$

$$\alpha = \frac{c_2}{(c_2 + c_3 + 1)}$$

$$\beta = \frac{c_3}{c_2 + c_3 + 1}$$

Her er c_2 koefficienten for den 1. restriktion og c_3 er koefficienten for den 2. restriktion. Hvis disse indsættes i ovenstående formel, opnår α og β værdierne. Disse fremgår for de 3 grupper:

Tabel 14

| | Non-oil | Intermediate | OECD |
|---------------|---------|--------------|------|
| Implied alpha | 0.31 | 0.29 | 0.14 |
| Implied beta | 0.28 | 0.30 | 0.38 |

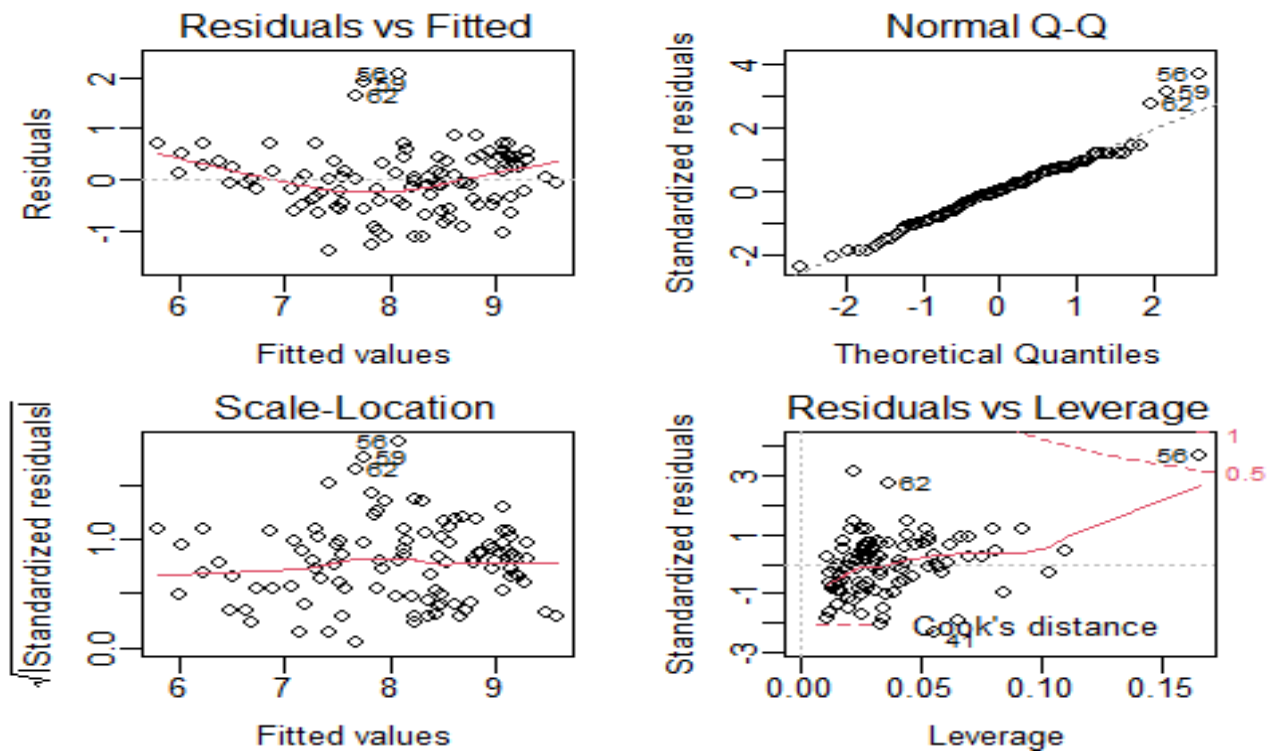
Som tidligere nævnt, så afspejler α kapitalens andel af nationalindkomsten. I modellen hvor der tages højde for akkumulation af human kapital inddrages β , som afspejler human kapitalens andel af indkomsten og af den grund vil α i denne model afspejle den fysiske kapitalens andel af indkomsten.

Det fremgår ud fra ovenstående at mængden af den fysiske kapital er henholdsvis 0.31 for non-oil og 0.29 for intermediate landene og 0.14 for OECD-landene. Dette betyder, at ved at inkludere human kapital akkumulation i modellen vil andelen af den fysiske kapital være mindre end for modellen uden human kapital akkumulation og derfor tættere på de 1/3 som der blev forudsagt i Solow-modellen. Samme forekommer for β , som er omtrent 1/3 for Non oil og intermediate, dog viser OECD at være mere upræcise i estimeringen af α og β , som eksempelvis for den fysiske kapitalens andel er halvt så stor som ellers antaget. Dog nævnes det i MRW at årsagen kan ske at være at koefficienterne for opsparingsraten og NGD ikke viser sig statistisk signifikante i estimeringen af modellen med human kapital.

5.6 Udfør diagnosticering af den ubegrænsede model for hele stikprøven med human kapital

5.6.1 Grafisk test

Figur 2



Residuals vs Fitted

I dette plot illustreres det at modellen viser tegn på ikke at være lineær i dets parametre. Årsagen er at den røde linje i det ovenstående plot ikke følger den stiplede linje, da den bevæger sig i intervallet $-0.5 - 0.5$. Derfor kan der være tegn på at GM antagelse nr. 1 ikke overholdes i modellen med human kapital.

Normal Q-Q

Størstedelen af plotsne følger den stiplede linje, hvorved der kan argumenteres for at de residuale er normalfordelt. I dette plot er der derfor overvejende argument for at modellens residuale overholder antagelse nr. 6 om normalitet, men vil senere blive testen af formelle test som eksempelvis Shapiro-Wilks test.

Scale-location

Hvis man observerer det ovenstående plot, så kan der argumenteres for at modellen ikke er præget af heteroskedasticitet, hvilket derfor overholder GM antagelse nr. 5. Til sammenligning med scale-location plottet uden human kapital i modellen, så kan det blive observeret at modellen med human kapital har en mere stabil rød linje, og derfor i en vis grad er præget mindre af heteroskedasticitet.

Residuals vs leverage

I ovenstående plot for residuals vs leverage kan det blive observeret, at observation 56 befinder sig uden for Cook's distance, ligesom tidligere, hvor modellen var uden human kapital. Dette betyder altså at efter tilføjelsen af human kapital, så kan der stadig blive argumenteret for at observation 56 har en signifikant indflydelse.

5.6.2 Test for Homo- og Heteroskedasticitet

BP-Testen

I BP-testen opstiller vi vores models residuale som en funktion af den uafhængige variable.

$$u^2 = \delta_0 + \delta_1 \ln(I/Y) + \delta_2 \ln(n + g + \delta) + \delta_3 \ln(s_k) + \delta_4 \ln(s_h) + v$$

Hertil testes der for hvorvidt de residuale er korrelerede med de uafhængige variable, hvorved hypoteserne er:

$$H_0: \delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \delta_4 = 0$$

Mod alternativ hypotesen:

$$H_0: \delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \delta_4 \neq 0$$

Resultaterne af BP-testen fremgår i nedenstående tabel:

Tabel 15

| BP-test | Hele stikprøven med human kapital | |
|-----------|-----------------------------------|------------------|
| BP = 13.4 | Df = 3 | P-værdi = 0.0038 |

BP-testen viser en p-værdi på 0.0038, hvilket betyder, at vi kan afvise nulhypotesen på et 5% signifikansniveau. Dette stemmer dog ikke overens med hvad vi kunne observere i den grafiske test med Scale-Location, da vi her kunne observere at modellen ikke er præget af heteroskedasticitet.

For at understøtte BP-testens konklusion om påfundet heteroskedasticitet, vælger vi at udfører White-testen for heteroskedasticitet.

White-testen

Derefter udfører der en White-test med nulhypotesen:

$$H_0: \text{homoskedasticitet}$$

Mod alternativ hypotesen;

$$H_1: \text{heteroskedasticitet}$$

Tabel 16

| Test for heteroskedasticitet | Hele stikprøven med human kapital |
|------------------------------|-----------------------------------|
| White-testen | P-værdi = 6.3699e-06 |

Efter udførelsen af White testen får vi p-værdi under 5%, hvilket vil sige at White testen konkludere at der er heteroskedasticitet.

Dermed, på baggrund af BP-testen, White-testen og Scale-location plottet, kan vi sige at der forekommer heteroskedasticitet i modellen. Dette vil ligesom i modellen uden Human kapital betyde, at antagelse nr. 5 om homoskedasticitet overtrædes, hvorved variansen af fejlledet ikke er konstant og derfor vil standardfejlene være fejlagtige. Dette vil påvirke hypotesetest i fremtiden, medmindre der korrigeres for det.

5.6.3 RESET Test for misspecification

Vi vil her benytte os af reset-test for at undersøge om modellen med human kapital er misspecificeret. For at udføre reset-testen tilføjer vi et kvadreret og cubed led af modellens fitted værdier, så modellen vil være:

$$y = \beta_0 + \beta_1 \log(s) + \beta_2 \log(n + g + \delta) + \beta_3 \log(\text{school}) + \gamma_1 \widehat{rgdpw}_{85}^2 + \gamma_2 \widehat{rgdpw}_{85}^3 + u$$

Nu kan vi opstille følgende nulhypotese og alternativ hypotese, for bagefter at bruge F-test for at undersøge om modellen er misspecificeret.

$$H_0: \gamma_1 = 0, \gamma_2 = 0$$

$$H_1: \gamma_1 \neq 0, \gamma_2 \neq 0$$

Tabel 17

| RESET-Test | Misspecifikation | Hele stikprøven med human kapital | | |
|------------|------------------|-----------------------------------|----------|--------------------|
| 1 | Res. df = 102 | | | |
| 2 | Res. df = 100 | Df = 2 | F = 7.28 | P-værdi = 0.0011** |

Signif. Koder: 0 '****' 0.001 '***' 0.01 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Vi kan nu ud fra ovenstående F-test afvise vores nulhypotese, på 1% signifikansniveau, da vores p-værdi er 0.0011 og dermed konkludere at modellen er misspecificeret. Dette betyder at vores model med human kapital ikke opfanger det korrekte forhold mellem den afhængige og de uafhængige variabler.

5.6.4 Test for Normalitet

Efter at kunne konkludere ud fra normal Q-Q plottet, at modellens residuale er overvejende normalfordelt, så vil der her blive foretaget test for normalfordeling, for bedre at kunne bakke normal Q-Q plottet op.

Der vil blive foretaget tre forskellige normalitetstest, Jarque Bera test, Shapiro-Wilks test og Kalmogorov-Smirnov test, årsagen til at foretage tre forskellige er for at have større belæg for at kunne konkludere om de residuale er normalfordelt.

Tabel 18

| Jarque Bera test | | |
|----------------------------|-----------------|-------------------|
| H_0 : Normalfordelt | $\chi^2 = 14.3$ | P-værdi = 0.00077 |
| H_1 : Ikke normalfordelt | | |

| Shapiro-Wilks test | | |
|----------------------------|-----------|------------------|
| H_0 : Normalfordelt | W = 0.966 | P-værdi = 0.0084 |
| H_1 : Ikke normalfordelt | | |

| Kalmogorov-Smirnov test | | |
|------------------------------------|------------|--|
| H_0 : $D < \text{kritisk værdi}$ | D = 0.0669 | Kritisk værdi på 5% signifikansniveau: |
| H_1 : $D > \text{kritisk værdi}$ | | 0.12 |

Efter at have udført de tre tests, fremgår det at p-værdien for Jarque Bera test og Shapiro-Wilks test hhv. er 0.00077 og 0.0084, hvilket betyder at vi ud fra disse kan afvise nulhypotesen og dermed konkludere at modellens residuale er normalfordelt. Kalmogorov-Smirnov test giver en D-værdi svarende til 0.0669, hvilket er lavere end den kritiske værdi 0.12, hvilket betyder at Kalmogorov-Smirnov testen konkluderer, at fejllædet i modellen har en konstant varians og middelværdi på nul.

6. Opsummering af replikation af MRW 1992

I første del af dette projekt, har formålet været at genskabe analysen af MRW, såvel deres analyse af den simple Solow model og deres udvidet analyse med human kapital. Implikationerne af denne del stemmer overens med MRW, hvorved konklusionerne derfor er efterlignet. Herved konkluderes der, at koefficienterne er statistisk ens med omvendt fortegn, samt at estimerne er større end antydnet af Solow og at inkluderingen af human kapital forklarer større andel af variationen mellem landende målt på $Adj. R^2$.

Dertil udføres der en diagnosticering af modellerne, med formålet at kunne bekræfte eller afkræfte hvorvidt modellens konklusioner er draget på baggrund af robust og oprigtigt økonometrisk grundlag. Hertil findes der tegn på overkrænkelse af Gauss-Markov antagelse nr. 5 vedrørende homoskedasticitet og misspecifikation af modellen med Human-Kapital. Heteroskedasticitet vil ikke påvirke OLS estimerne, men vil gøre at modellerne ikke længere er BLUE. Samtidig vil det påvirke standardfejlene, som kan påvirke konklusionerne vedrørende forskellige test af restriktioner, test af normalitet mm.

Overordnet kan det derfor blive konkluderet, at diagnosticeringen af analysen fremhæver flere problematikker ved analysens økonometriske fundament.

7. Kritik af MRW og egen tidsserie analyse

7.1 Kritisk evaluering af MRW

Ved en nærmere gennemgang af MRW analysen, blev der i diagnosticeringen af både modellen uden human kapital og med human kapital fremhævet nogle problematikker, som kan ske at påvirke resultaterne. Specielt eftersom der findes tegn på heteroskedasticitet i begge modeller og at modellen med human kapital ser ud til at være misspecificerede. Som nævnt i afsnittet om test for heteroskedasticitet ved begge modeller, vil heteroskedasticitet påvirke standardfejlene, hvilket vil påvirke de hypoteser som udføres i MRW.

Fælles for begge modeller er, at de påføres restriktioner om koefficienterne, som udsættes for test. Konklusionerne af disse test kan derfor være påvirket af eksistensen af heteroskedasticitet, hvilket eksempelvis for modellen uden humankapital kan påvirke hvorvidt man fejler i at afvise nulhypotesen om, at koefficienterne for opsparingsraten og NGD variabelen er ens i størrelse med omvendte fortegn. Heteroskedasticitet vil normaltvis gøre at ens p-værdier er mindre end de burde være, hvorved nogle variable muligvis kan findes mere signifikante end de egentligt er. Derfor kan deres argumentation vedrørende signifikant human kapital variable ske at være mindre signifikant end der argumenteres for i MRW.

Ved resettetsten for misspecifikation forsøger vi at korrigere for eksistensen af heteroskedasticitet, men finder stadigvæk tegn på at modellen med human kapital er misspecificeret. Testen her siger ikke noget om, hvad der gør at modellen er misspecificerede, men dette kan skyldes at der findes en anden ikke-lineær form for modellen som er bedre egnet til at beskrive dataene. Dette vil være en overtrædelse af GM antagelse nr. 1 om lineær parametre, hvilket også bliver indikeret ved Residuals vs. Fitted plottet. At MRW ikke nævner den fundet heteroskedasticitet og ikke undersøger hvorvidt deres model er misspecificerede, skal ses som en skarp kritik set i lyset af deres konklusion om at modellen med human kapital forklare en stor mængde af dataene målt på Adj. R^2 .

Samtidig kan man argumentere for at fortolkningen af resultaterne som MRW konkludere på baggrund af OECD resultaterne er utilstrækkelige, grundet den smalle stikprøvestørrelse. 22 observationer fremgår i OECD delen af stikprøven, hvorved estimerne her fremgår insignifikante for OECD. Dette illustreres også ved at α og β afviger meget for OECD sammenlignet med non oil og intermediate. Trods OECD prøven er smal, så er løsningen ikke en nem opgave eftersom stikprøven er baseret på et enkelt år.

En anden kritik kommer i form hvordan human kapital variablen er opgjort i MRW. I MRW er school variablen en proxy for human kapital. Deres proxy for human kapital er beregnet ud fra andelen af populationen mellem 12 til 17 år som er i hvad vi i Danmark vil kalde for ungdomsuddannelse, ganget med den del af befolkningen der er i den arbejdsdygtige skolealder fra 15 til 19 år. MRW erkender selv af der er et mismatch mellem år her, men påpeger at de ikke mener det vil have en signifikant betydning. Dog kan der stilles spørgsmålstejn hvorvidt deres proxy for human kapital er tilstrækkelig. At måle human kapital har længe været en særskilt opgave og flere løsninger til at måle det er blevet fremlagt. Eksempelvis en omkostningsbaserede løsning ved at se på hvor mange midler der er brugt på eksempelvis skole og samtidig også mulighedsomkostninger for studerende. (Liu & Fraumeni, 2014)

Fordelen ved sådan løsning er at de i de fleste landes tilfælde er nemt at finde frem til. Ulempen er dog at der er svært at skelne mellem forbrug på human kapital aktiviteter og investeringer i det. Overordnet kan derfor argumenteres for at MRW proxy for human kapital muligvis ikke forekommer tilstrækkelig, men på den anden side er alternativerne ikke problemfrie.

7.2 Hvad vi gerne vil finde ud af og hvordan vi vil finde ud af det

I denne del vil vi gerne besvare:

- Er der et forhold mellem I/Y og Y/L , NGD og Y/L i Danmark, Norge og Sverige?
- Hvor stor effekt har I/Y og NGD hver på Y/L i de tre lande?

For at vi kan undersøge om der er et forhold mellem variablerne, vil der blive udført cointegration test. Hvis der findes cointegration, vil det være muligt at opstille en ECM-model og dermed svare på, hvilken effekt variablerne har på Y/L . Før vi kan finde cointegration mellem variablerne, skal vi først udføre en ADF- og PP-test for unit root, hvor formålet er at definere graden af integration, således vi ved hvilken cointegrations test vi skal benytte.

Hvis der findes cointegration mellem variablerne i landene, vil der blive foretaget en ARDL bounds test, for at finde den bedste model, som gøres ved at beregne AIC-scoren for forskellige modeller, hvor forskellen vil være antal lags og om der indgår skæring og/eller trend. Når vi har fundet den bedste model, vil det være muligt at opstille en ECM model ud fra denne model. Med en opstillet ECM model vil vi kunne besvare hvor stor effekt I/Y har på Y/L og hvor stor effekt NGD har på Y/L , samt beregne hvor lang tid der vil gå, før Y/L er tilbage på sit niveau igen, hvis der skulle opstå et eksogent chok. Til sidst vil vi foretage en diagnosticeringstest af vores ECM model, for

hvert land, for at tjekke om der er problemer i modellen, herunder er tjek om der er normalfordeling, autokorrelation, ARCH adfærd mm..

7.3 Redegørelse af vores data til tidsserie analyse

Der vil i dette afsnit blive redegjort for vores data, som der vil blive brugt til at løse tidligere stillet spørgsmål. For at kunne besvare spørgsmålene, skal vi bruge data for BNP (Y), antal beskæftigede (L), investeringer (I) og NGD - variabelen. Det har været muligt for os at hente det meste data fra Penn World Table (PWT) 10.0 (Feenstre, Inklaar, & Timmer, 2021), dataet som vi har kunnet hente fra PWT er Y og L i tidsperioden 1950 - 2019. Med dataet for Y og L har vi kunnet definere BNP pr. capita (Y/L). NGD - variabelen har vi beregnet ved brug af dataet for L, samt antagelsen om at $g + \delta = 0.05$, dermed får vi følgende formel for beregning af NGD:

$$NGD_t = \left(\frac{L_t - L_{t-1}}{L_{(t-1)}} \right) + 0.05$$

Dataet for NGD er beregnet i perioden 1951 - 2019, årsagen til at vi ikke har kunnet få år 1950 med her, er fordi vi skal bruge data for året før i beregningen af variabelen. Derfor vil vores data for resten af opgaven være for perioden 1951 - 2019. For at finde den sidste variabel, som der skal bruges til at besvare vores spørgsmål, skal vi have beregnet investeringerne for hver periode. Til dette bruger vi en regnskabsidentitet for kapital (K), som kan blive opstillet på følgende måde:

$$K_t = K_{(t-1)} + I_{(t)} - \delta \cdot K_{t-1}$$

Herefter isoleres I, så vi får følgende formel til beregning af I:

$$K_t - K_{t-1} + \delta \cdot K_{t-1} = I_t$$

For at beregne I, skal vi altså bruge data for K og deprecieringsraten (δ), data for dem har vi hentet fra PWT 10.0, og herefter har det så været muligt at foretage beregningen af I, og til sidst få den sidste variabel, ved en simpel beregning for at finde investeringernes andel af BNP (I/Y).

7.4 Valg af kriterie

Vi vil til udførelsen af ADF-test og til at finde den bedst mulige cointegration model, benytte os af Akaike Information Criterie (AIC). AIC er et maximum likelihood estimatet, som i vores ADF-test vil blive brugt til at finde det antal lags, som egner sig bedst til vores model. Mens det til valg af vores cointegration model, vil blive brugt til at finde ud af om der skal indgå skæring og/eller trend i modellen, samt antal lags i modellen.

Når vi skal finde den bedste cointegration model, så skal vi beregne AIC-scoren, og den bedste model, vil så være den med den laveste score. AIC-scoren bliver beregnet med følgende formel:

$$AIC = -2 \ln(L) + 2K$$

Hvor K er antallet af degrees of freedom og L er likelihood estimatet.

Derfor vil der blive beregnet AIC-scoren for flere modeller, for bagefter at sammenligne den beregne score for hver model med de andre modeller. Et alternativ til AIC kriteriet vil være Bayesian Information Criterie (BIC), som for det meste vil finde frem til det samme som AIC, forskellen er at BIC tager højde for antal observationer. Derfor vil man med BIC kriteriet have den risiko, at underfitte ens model, mens man ved brug af AIC har risikoen at man kan overfitte ens model. Men da vi har med et større datasæt at gøre, så vil der være en lavere risiko med AIC end ved BIC.

7.5 Estimering af parametre

7.5.1 Cointegration og økonomisk teori

Cointegration er en statistisk metode til at undersøge hvorvidt der findes korrelation mellem flere variable på lang sigt. Metoden benyttes for at se på hvordan og om der er langsigtede parametre eller ligevægt mellem ens variable. Det hjælper os derfor med at undersøge hvorvidt vi kan se en langsigtede relation mellem Y/L, I/Y og NGD-variablen over tid. I overensstemmelse med hovedformålet for denne del af projektet, er metoden derfor brugbar til at be- eller afkræfte hvorvidt vi kan se en langsigtede relation mellem variablene for Danmark, Norge og Sverige.

For at teste for cointegration er der hovedsageligt to metoder, ARDL bounds testen og Engle-Granger testen. Hertil vil ARDL bounds testen fungere hvis vores tidsserier er integreret af forskellig orden, mens Engle-Granger testen vil benyttes hvis tidsserierne er integreret af samme orden. Hvis der påvises at være cointegration mellem variablene, er formålet herefter at kunne

opstille en model og se på hvordan sammenhængen mellem variablene ser ud. Dette vil ske efter vi har testet for cointegration.

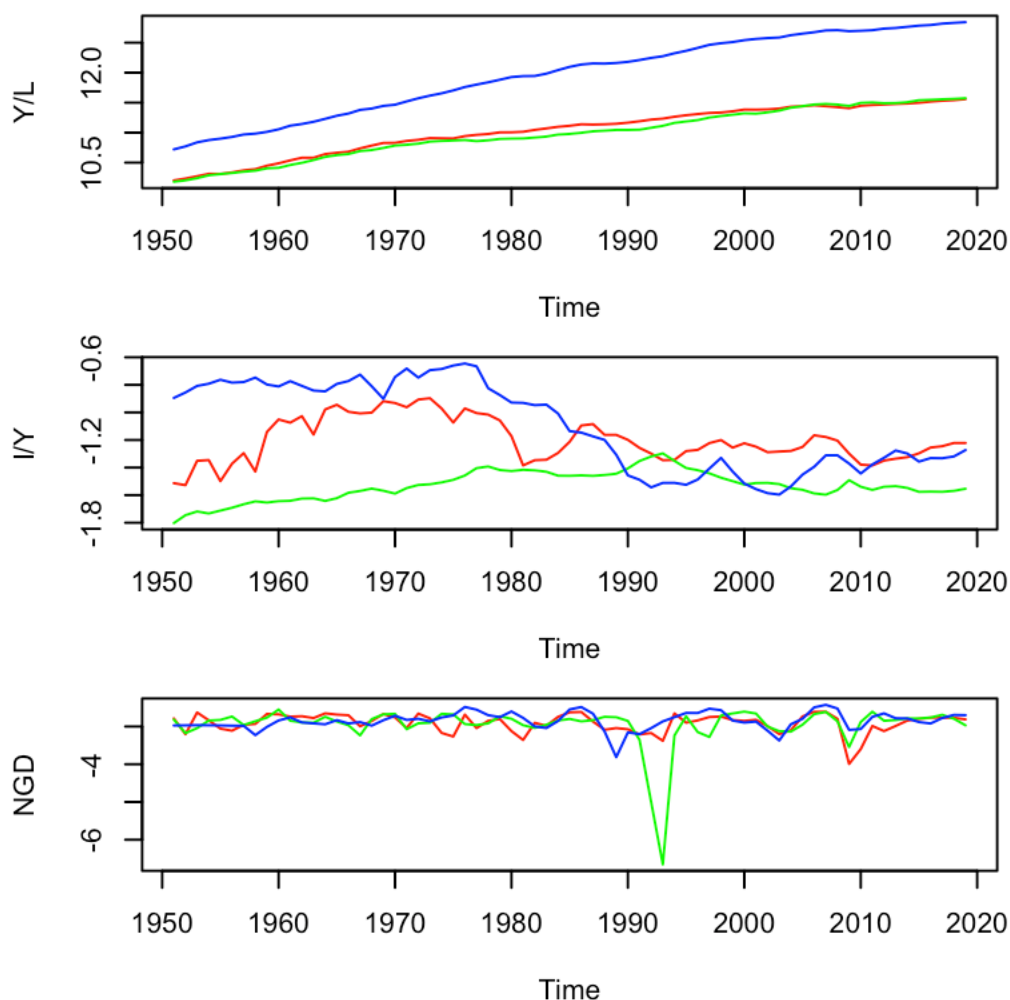
Forinden at kunne teste for en langsigtet relation, skal vores forventning om cointegration dog understøttes af generel økonomisk teori.

I dette empiriske projekt vil der blive testet for cointegration mellem Y/L , I/Y og NGD-variablerne, dette bliver gjort, da der menes at være et forhold mellem disse på længere sigt. Eftersom Y/L er defineret som indkomst pr. capita er dette derfor bestemt på baggrund af hele indkomsten i økonomien og antallet af arbejdere. Da indkomsten bestemmes ud fra alle goder og services produceret i et land vil investeringsomfanget antages at have en positiv effekt på den økonomiske vækst. Årsagen til dette er, at investeringerne indgår som en komponent i en økonomis aggregeret efterspørgsel og derfor vil en stigning i investeringernes andel af indkomsten teoretisk have en effekt på produktionen på kortsigt såvel som lang sigt for en økonomis indkomst. NGD's negative påvirkning på Y/L opstår i det, at hvis antallet af arbejdere stiger, så vil Y/L alt andet end lige falde, det samme hvis δ stiger, så vil dette påvirke produktionen negativt, da maskinerne vil miste noget af deres værdi, mens teknologivæksten, g , vil muligvis give en stigning i Y/L .

7.5.2 ADF test for graden af integration

ADF testen har til formål at definere graden af integration for variablene, hvilket skal bruges til at vælge hvilken metode der skal benyttes for at teste for cointegration. For at give et generelt indblik i hvorvidt vores variable er stationære i levels, plottes herunder de 3 variable for DK (rød), SWE (grøn) og NOR (blå):

Figur 3



Hertil fremgår det tydeligt, at Y/L har en tydelig trend for alle tre lande, hvorved serien kan argumenteres for ikke at være stationær i levels. For I/Y fremgår det for Sverige at der er et skift i middelværdien og muligvis tegn på opadgående trend efter 1990. Ved I/Y for Norge, fremgår denne som det tætteste på stationær af de tre lande, men kan muligvis også argumenteres for at variere for meget om en middelværdi, som afviger fra nul. Samme gælder her for Danmark.

NGD variabelen kan i de tre lande argumenteres for at være stationær i levels, eftersom at de alle ser ud til at variere omkring en middelværdi på nul, med en overvejende ens varians. Dog skal der for Sverige lægges mærke til det store udsving omkring 1993. Opsummerende kan sige at Y/L og I/Y for de tre lande ikke fremgår stationære, mens NGD kan argumenteres for at være stationær i levels for de tre lande. Dog udsættes variablene herunder for en mere formel test i form af ADF og PP-test for unit root.

Valg af lags er udvalgt efter AIC informationskriterierne, hvilket er udført automatisk.

Tabel 19

| Danmark | | | | |
|------------------------------|---|--|--|-------------------------------------|
| Variable i Levels | | | | |
| Version | Kritiske værdier | Y/L | I/Y | NGD |
| Uden trend & uden skæring | 10%: -1,61 5%: -1,95 1%: -2,6 | 4.5844 Ikke stationær | -0.8073 Ikke stationær | -0.4906 Ikke stationær |
| Uden trend & med skæring | 10%: -2,58 5%: -2,89 1%: -3,51 | -3.8871 Stationær | -2.7407 Ikke stationær | -5.2071 Stationær |
| Med trend & med skæring | 10%: -3,15 5%: -3,45 1%: -4,04 | -1.5411 Ikke stationær | -3.2294 Ikke stationær | -5.3714 Stationær |
| PP TEST | H_0 : Ikke stationær H_1 : Stationær | P-værdi: 0.9602 Ikke stationær | P-værdi: 0.4108 Ikke stationær | P-værdi: < 0.01 Stationær |
| Variable i første difference | | | | |
| Uden trend & uden skæring | 10%: -1,61 5%: -1,95 1%: -2,6 | -2.4494 Ikke stationær* | -6.7596 Stationær | Betragtet stationær i levels |
| Uden trend & med skæring | 10%: -2,58 5%: -2,89 1%: -3,51 | -4.4119 Stationær | -6.7114 Stationær | Betragtet stationær i levels |
| Med trend & med skæring | 10%: -3,15 5%: -3,45 1%: -4,04 | -5.6991 Stationær | -6.7056 Stationær | Betragtet stationær i levels |
| PP TEST | H_0 : Ikke stationær H_1 : Stationær | P-værdi: < 0.01 Stationær | P-værdi: < 0.01 Stationær | Betragtet stationær i levels |

Note. Stjerne (*) indikerer afvisning af nulhypotese på 5% signifikansniveau fremfor ellers anvendt 1%

Hertil kan det ses, at ADF testen for graden af integration, indikere at Y/L og I/Y først er stationær i første ordens difference, hvilket også bekræftes af PP testens resultater. Herved vil Y/L og I/Y betragtes som $I(1)$.

Herimod vil *NGD* være betragtet som $I(0)$, eftersom den findes stationær ved ADF testen med drift, trend og ved PP testen.

Tabel 20

| Sverige | | | | |
|------------------------------|---|--|--|-------------------------------------|
| Variable i Levels | | | | |
| Version | Kritiske værdier | Y/L | I/Y | NGD |
| Uden trend & uden skæring | 10%: -1,61 5%: -1,95 1%: -2,6 | 4.3997 Ikke stationær | -0.6753 Ikke stationær | -0.769 Ikke stationær |
| Uden trend & med skæring | 10%: -2,58 5%: -2,89 1%: -3,51 | -2.3881 Ikke stationær | -2.1034 Ikke stationær | -5.3672 Stationær |
| Med trend & med skæring | 10%: -3,15 5%: -3,45 1%: -4,04 | -1.8688 Ikke stationær | -1.7232 Ikke stationær | -5.3538 Stationær |
| PP TEST | H_0 : Ikke stationær H_1 : Stationær | P-værdi: 0.8449 Ikke stationær | P-værdi: 0.8363 Ikke stationær | P-værdi: < 0.01 Stationær |
| Variable i første difference | | | | |
| Uden trend & uden skæring | 10%: -1,61 5%: -1,95 1%: -2,6 | -2.4618 Ikke stationær* | -5.7554 Stationær | Betragtet stationær i levels |
| Uden trend & med skæring | 10%: -2,58 5%: -2,89 1%: -3,51 | -4.5548 Stationær | -5.7776 Stationær | Betragtet stationær i levels |
| Med trend & med skæring | 10%: -3,15 5%: -3,45 1%: -4,04 | -5.0312 Stationær | -6.1406 Stationær | Betragtet stationær i levels |
| PP TEST | H_0 : Ikke stationær H_1 : Stationær | P-værdi: < 0.01 Stationær | P-værdi: < 0.01 Stationær | Betragtet stationær i levels |

Note. Stjerne (*) indikerer afvisning af nulhypotese på 5% signifikansniveau fremfor ellers anvendt 1%

I ovenstående tabel fremgår det, at ADF testen for graden af integration, indikerer at Y/L og I/Y

først er stationær i første ordens difference, hvilket også bekræftes af PP testens resultater. Herved vil Y/L og I/Y betragtes som $I(1)$.

Herimod vil *NGD* være betragtet som $I(0)$, eftersom den findes stationær ved ADF testen med drift, trend og ved PP testen.

Tabel 22

| Norge | | | | |
|------------------------------|---|--|--|-------------------------------------|
| Variable i Levels | | | | |
| Version | Kritiske værdier | Y/L | I/Y | NGD |
| Uden trend & uden skæring | 10%: -1,61 5%: -1,95 1%: -2,6 | 3.4375 Ikke stationær | 0.2552 Ikke stationær | -0.4564 Ikke stationær |
| Uden trend & med skæring | 10%: -2,58 5%: -2,89 1%: -3,51 | -2.8645 Ikke stationær | -1.1776 Ikke stationær | -5.0791 Stationær |
| Med trend & med skæring | 10%: -3,15 5%: -3,45 1%: -4,04 | 0.1466 Ikke stationær | -1.6873 Ikke stationær | -5.1558 Stationær |
| PP TEST | H_0 : Ikke stationær H_1 : Stationær | P-værdi: > 0.99 Ikke stationær | P-værdi: 0.8021 Ikke stationær | P-værdi: < 0.01 Stationær |
| Variable i første difference | | | | |
| Uden trend & uden skæring | 10%: -1,61 5%: -1,95 1%: -2,6 | -2.0623 Ikke stationær* | -5.6085 Stationær | Betragtet stationær i levels |
| Uden trend & med skæring | 10%: -2,58 5%: -2,89 1%: -3,51 | -3.9932 Stationær | -5.6505 Stationær | Betragtet stationær i levels |
| Med trend & med skæring | 10%: -3,15 5%: -3,45 1%: -4,04 | -5.0066 Stationær | -5.6125 Stationær | Betragtet stationær i levels |
| PP TEST | H_0 : Ikke stationær H_1 : Stationær | P-værdi: < 0.01 Stationær | P-værdi: < 0.01 Stationær | Betragtet stationær i levels |

Note. Stjerne (*) indikerer afvisning af nulhypotese på 5% signifikansniveau fremfor ellers anvendt 1%

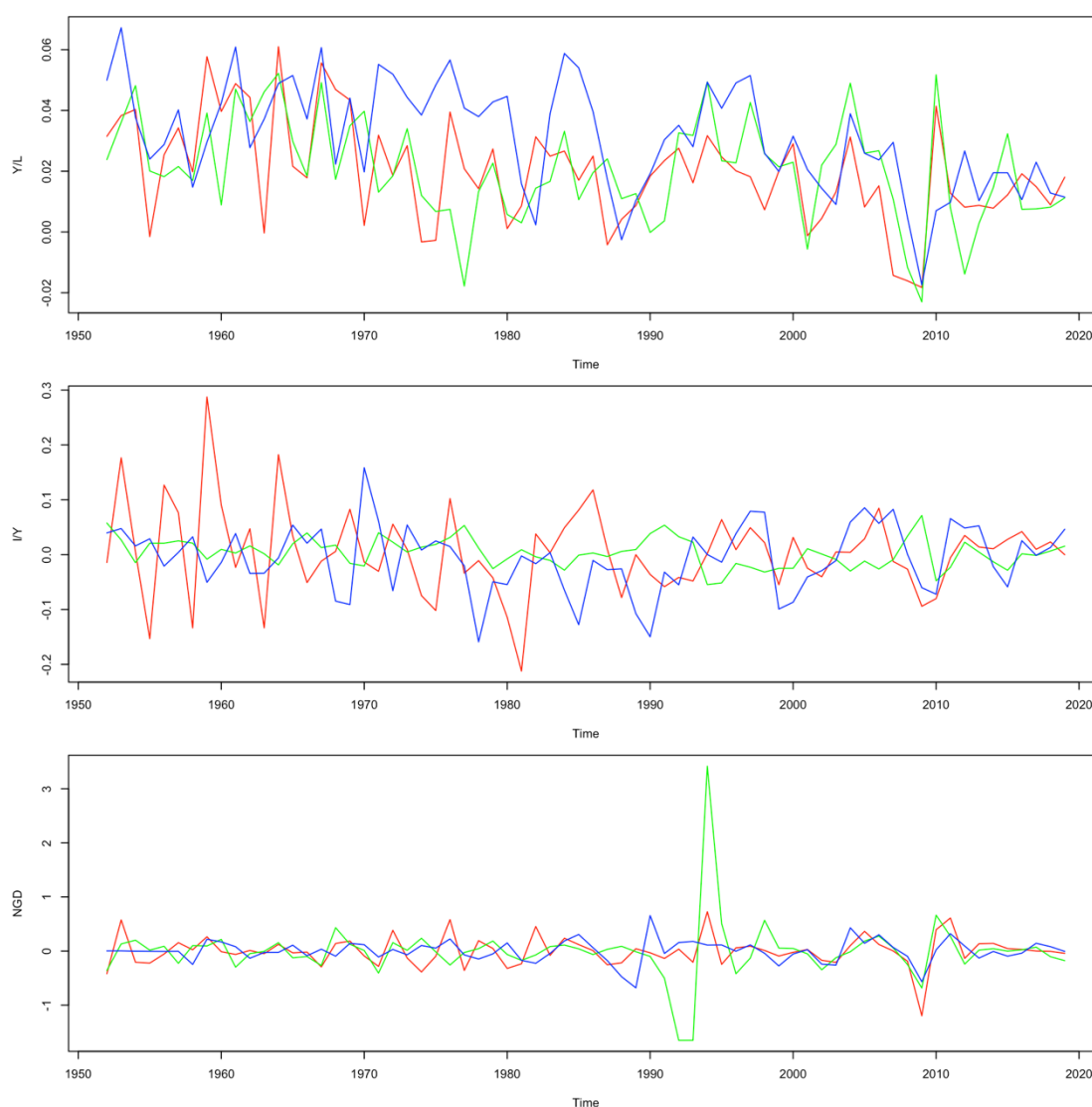
Hertil fremgår det, at ADF testen for graden af integration, indikere at Y/L og I/Y først er stationær

i første ordens difference, hvilket også bekræftes af PP testens resultater. Dog skal der her tages i mente at ADF testen af første ordens difference uden trend og uden skæring af Y/L , resultere i at serien først er stationær på 5% signifikansniveau. Dog med opbakning fra PP-testen vil Y/L og I/Y betragtes som stationære ved første orden difference og er derfor $I(1)$.

Herimod vil NGD være betragtet som $I(0)$, eftersom den findes stationær ved ADF testen med drift, trend og ved PP testen.

7.5.3 Plot af difference serier

Figur 4



I plottet her af de serierne i første ordens difference, kan ADF- og PP-testens resultater bekræftes yderligere. Y/L ser markant mere stationære ud end I/Y , dog kan der måske argumenteres for

trend i Norges Y/L, dog viser ADF- og PP-testen ikke dette. I/Y ser også meget mere stationær ud i første difference, her er det dog Danmark som kan siges at have store udsving i denne.

Trods NGD-variablen findes stationær i levels, er dens difference serie dog plottet, hvorved det kan fremgår, at denne er meget tæt på at være perfekt stationær.

7.5.4 Udførelse af Cointegrations test

Måden vi vælger at benytte AIC scoren på til valg af ECM model i denne opgave, er ved at opstille de normalt anvendte to lags, ved årlig data, af hver uafhængige variabel og derefter opstille tre modeller; Første model med trend og skæring, anden model kun med skæring og sidste model uden skæring og uden trend. Hertil udregner AIC scores for disse, hvorefter antallet af lags reduceres og AIC igen er beregnet for de tre versioner af modellen. På baggrund af alle AIC scorerne, vælger vi dernæst de tre bedste (mindste AIC score) modeller, hvorefter de hver testes for cointegration.

Danmark

Herunder fremgår AIC scorerne for Danmarks model med henholdsvis 0, 1 og 2 lags ved de tre versioner af modellen, med trend og skæring, kun med skæring og uden skæring og uden trend.

I tabellen er markeret de tre bedste modeller hvorefter deres rang forekommer i parentes til højre.

Tabel 22

| AIC score for Danmark | | | |
|----------------------------|----------------------|----------------------|-----------|
| Model: | 0 lag | 1 lag | 2 lags |
| Med trend og med skæring | -387.455 (2) | -384.1842 | -375.0085 |
| Uden trend og med skæring | -389.2537 (1) | -385.7223 (3) | -376.582 |
| Uden trend og uden skæring | -382.9588 | -379.0652 | -375.0562 |

I tabellen fremgår det at modellen med som baseret på AIC er bedst, er modellen uden trend og med skæring og med 0 lags af I/Y og NGD. Dernæst kommer modellen med trend og med skæring og 0 lags og sidst modellen med skæring og uden trend med 1 lag af I/Y og NGD.

Ved hver af disse modeller er udført en F-test for at teste den samlede nulhypotese:

$$H_0: \theta_1 = \phi_1 = \phi_2 = 0$$

Ingen Cointegration

$$H_1: \theta_1 \neq \phi_1 \neq \phi_2 \neq 0$$

Cointegration

Denne F-tests F-statistik skal sammenlignes med (Pesaran, Shin, & Smith, 2001), hvor der fremgår en øvre og nedre grænse, hvor F-statistikken her skal være over den øvre grænse for at afvise nulhypotesen. Er F-statistikken i mellem er testen inkonklusiv og er F-statistikken under kan nulhypotesen ikke forkastes og konklusionen er ingen cointegration.

I tabellen herunder fremgår F-statistikken af F-testen, de 10 procents kritiske værdier og konklusionen om hvorvidt der findes cointegration eller ej. Det skal noteres at modellen der fortsættes ned til udregning af de langsigtede påvirkninger og udførelse af diagnostisering er den model, som er markeret.

Tabel 23

| Danmark | | | |
|--|---------------|----------------------------|----------------------|
| Model: | F-statistik | Kritiske værdi (10%) | Konklusion: |
| 1 lag uden trend og med skæring | 5.5606 | Case 3: 3.17 - 4.14 | Cointegration |
| 0 lag med trend og med skæring | 1.9953 | Case 5: 4.19 - 5.06 | Ingen cointegration |
| 0 lag uden trend og med skæring | 7.8319 | Case 3: 3.17 - 4.14 | Cointegration |

I tabellen fremgår det at modellen modeller uden trend og med skæring både med 0 og 1 lag, viser cointegration mellem variablene med 10% signifikans. Dog fremgår det også at modellen som på baggrund af AIC karakteriseres som den anden bedste model ikke viser cointegration.

Modellen som på baggrund af både vores økonomisk teoretiske forståelse og AIC kriteriene vælges at arbejde videre med, er derfor modellen med 0 lags uden trend og med skæring.

Sverige

For Sverige opstilles samme kriterier og vurderingsgrundlag for valget af model.

Tabel 24

| AIC score for Sverige | | | |
|----------------------------|-----------|----------------------|----------------------|
| Model: | 0 lag | 1 lag | 2 lags |
| Med trend og med skæring | -434.9974 | -451.0188 | -451.58 |
| Uden trend og med skæring | -433.691 | -452.5966 (3) | -453.3993 (1) |
| Uden trend og uden skæring | -430.3008 | -450.9307 | -452.7002 (2) |

Tabel 25

| Sverige | | | |
|----------------------------------|-------------|----------------------|---------------------|
| Model: | F-statistik | Kritiske værdi (10%) | Konklusion: |
| 2 lag med trend og med skæring | 0.9711 | Case 5: 4.19 - 5.06 | Ingen cointegration |
| 2 lag uden trend og uden skæring | 2.8174 | Case 1: 2.17 - 3.19 | Uidentificerbar |
| 1 lag uden trend og med skæring | 2.4329 | Case 3: 3.17 - 4.14 | Ingen cointegration |

For Sveriges vedkommende er de 3 bedste modeller hver testet for cointegration, hvorved konklusionen af alle er at der ikke kan påvises cointegration mellem variablene. Dette strider imod den økonomiske teori om at der bør være en langsigtet relation mellem disse variable, men muligvis kan denne relation ikke påvises i vores valgte tidsperiode. Af denne årsag, at der ikke kan påvises cointegration mellem Y/L, I/Y og NGD, vælger vi derfor at undlade at udregne de langsigtet parametre for Sverige, da disse ikke vil give mening uden cointegration.

Tabel 26

| AIC score for Norge | | | |
|----------------------------|----------------------|----------------------|-----------|
| Model: | 0 lag | 1 lag | 2 lags |
| Med trend og med skæring | -388.8109 (1) | -386.0335 (3) | -377.9631 |
| Uden trend og med skæring | -388.2408 (2) | -384.6122 | -375.398 |
| Uden trend og uden skæring | -384.4674 | -381.6381 | -375.7596 |

Tabel 27

| Norge | | | |
|--|---------------|----------------------------|----------------------|
| Model: | F-statistik | Kritiske værdi (10%) | Konklusion: |
| 1 lag med trend og med skæring | 0.7714 | Case 5: 4.19 - 5.06 | Ingen cointegration |
| 0 lag uden trend og med skæring | 4.5386 | Case 3: 3.17 - 4.14 | Cointegration |
| 0 lag med trend og med skæring | 0.9188 | Case 3: 3.17 - 4.14 | Ingen cointegration |

For Norges vedkommende, kan der påvises cointegration på 10% signifikans for den anden bedste model, baseret på AIC, hvor der er 0 lags og en skæring, men ingen trend. Forskellen mellem AIC scorerne for den bedste model, som var med trend, og anden bedste model uden trend, var meget lav, sammen med den økonomiske teoretiske forståelse af relation mellem disse variable, vælger vi derfor at gå videre med modellen med 0 lags uden trend og med skæring. Til denne model påvises der cointegration, hvilket stemmer overens med vores forståelse af relationen. Af denne årsag vælger vi senere hen at estimere de langsigtede parametre og udfører diagnosticering på denne model.

Af denne årsag får vi defineret samme ECM model for Danmark og Norge:

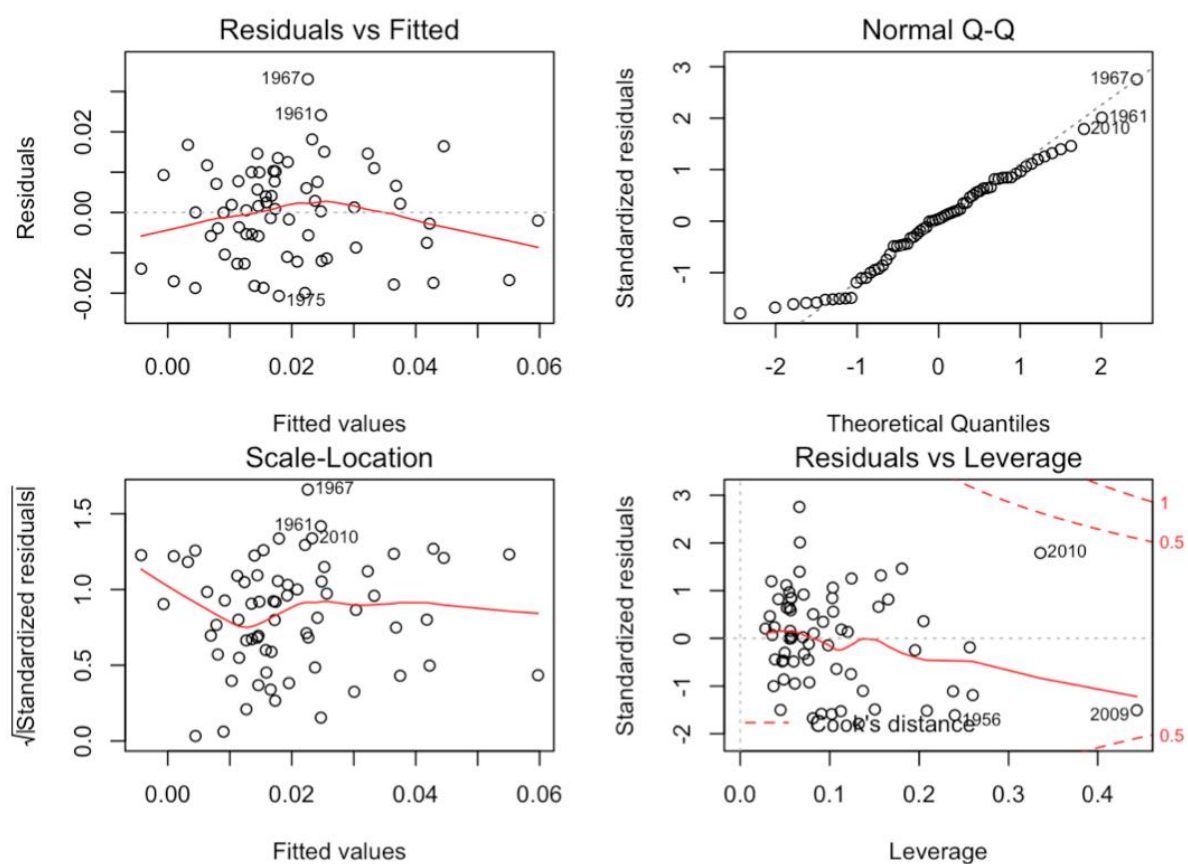
$$\Delta Y/L_t = \beta_i \Delta Y/L_{t-1} + \alpha_i \Delta I/Y_t + \gamma_i \Delta NGD_t + \theta_1 Y/L_{t-1} + \mu + \phi_1 I/Y_{t-1} + \phi_2 NGD_{t-1} + \varepsilon_t$$

I næste afsnit vil der udføres en diagnostisering af Danmarks model med nul lags med skæring og uden trend, samtidig med Norges model med nul lags uden trend og med skæring, da disse påvises at indikere cointegration. Efter diagnostiseringen og evt. finjustering af modellerne, vil der beregnes for de langsigtede påvirkninger af I/Y og NGD på Y/L.

7.6 Diagnosticering test for Danmark

7.6.1 Grafisk test

Figur 5



Residuals vs fitted

Residuals vs fitted plottet bruges til at undersøge hvorvidt de residuale har et lineært mønster. Det kan i vores plot for Danmark blive observeret, at den røde streg ikke er særlig horisontal og derfor kan der blive argumenteret for at residualerne ikke er lineære i vores model for Danmark.

Normal Q-Q

Der kan i normal Q-Q plottet blive observeret, at residualerne er på eller nær den diagonale stiplede linje, der er dog nogle få observationer, som afviger fra den stiplede linje, men ikke nok til at man kan argumenter, at disse ikke er normalfordelt. Der kan derfor overordnet blive argumenteret for at residualerne i modellen for Danmark er normalfordelt.

Scale-Location

I ovenstående plot af Scale-location kan det blive observeret, at den røde linje varierer forholdsvis meget, samt at residualerne mest er spredt ud i starten af plottet, så kan der blive argumenteret for at modellen kan være præget af heteroskedasticitet.

Residuals vs leverage

I plottet for residuals vs leverage kan det blive observeret, at der ikke er nogle observationer i modellen for Danmark, som har en signifikant indflydelse, da der ikke er nogen udenfor cook's distance. Der kan dog blive observeret, at observationerne for 2009 og 2010 afviger fra de andre og har en højere leverage, hvilket betyder, at de to har en større indflydelse end de andre observationer.

7.6.2 Test for autokorrelation

For at der kan undersøges hvorvidt vores data er autokorreleret, benyttes følgende 3 tests; Box-Pierce Q statistik, Ljung.BOX LB-statistik og Breusch-Godfrey test. Autokorrelation forekommer når en variabel er korreleret med sig selv gennem flere tidsperioder. Det vil sige, at fejleddet i tidsserien overføres fra en tidsperiode til en anden. Hvis der tilføjes lag til vores uafhængige variabel og der viser sig at være autokorrelation betyder dette, at vores estimerer er inkonsistente.

Tabel 28

| Test | Chi-squared og DF | P-værdi |
|--|-------------------|---------|
| Box-Pierce Q-Statistik <i>H₀ : Ingen autokorrelation</i> <i>H₁ : Autokorrelation</i> | 10.176 og 12 | 0.6005 |
| Ljung-Box LB-Statistik <i>H₀ : Ingen autokorrelation</i> <i>H₁ : Autokorrelation</i> | 11.986 og 12 | 0.4468 |
| Breusch- Godfrey test <i>H₀ : Ingen autokorrelation</i> <i>H₁ : Autokorrelation</i> | 12.229 og 12 | 0.4275 |

Eftersom p-værdierne på tværs af alle tests er langt over 0.05 kan nulhypotesen ikke afvises og ud fra disse tests tyder det ikke på, at der forekommer autokorrelationen i vores model, altså at vores nulhypotese der er, at der ikke er autokorrelation, ikke kan afvises. Det betyder, at de residuale er “white noise” som angiver en stokastisk tilfældig proces hvor middelværdien er 0 og variansen er konstant.

7.6.3 ARCH test

ARCH tendenser i modellen vil betyde at variansen i modellen vil være afhængig af tiden. Det vil med andre ord være det samme som heteroskedasticitet, altså at variansen i modellen vil være betinget af forklarende variable eller de residuale i tidligere perioder. Hertil tester vi for autokorrelationen i de kvadrerede residuale, for at undersøge hvorvidt vores modeller udleder ARCH tendenser.

Tabel 29

| Test | P-værdi |
|---|---------|
| Box-Ljung test $H_0 : \text{Ingen autokorrelation}$ $H_1 : \text{Autokorrelation}$ | 0.6523 |
| Box-Pierce-test $H_0 : \text{Ingen autokorrelation}$ $H_1 : \text{Autokorrelation}$ | 0.7474 |

Det ses at begge tests viser, at nulhypotesen ikke kan afvises på et 5% signifikansniveau, hvilket betyder at der heller ikke her kan findes evidens for at der skulle forekomme autokorrelation i modellens kvadrede residuale.

7.6.4 Test for homoskedasticitet

Ligesom tidligere i opgaven testes der for homoskedasticitet. Der testes for om de residuale er korrelerede med den uafhængige variable ved at opstille modellen således:

$$u^2 = \sigma_0 + \sigma_1 \ln(Y/L) + \sigma_2 \ln(I/Y) + \sigma_3 (ngd) + v$$

Og der testes for følgende nulhypotese:

$$H_0: \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 0$$

$$H_1: \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 \neq 0$$

Ved at køre testen for Danmark fås følgende resultater:

Tabel 30

| | | |
|-------------|--------|-------------------|
| BP-test | | |
| BP = 10.646 | DF = 6 | P-værdi = 0.09997 |

Hvor det ud fra testen fremgår, at p-værdien er større end 0,05, hvilket betyder at vi ikke kan afvise nulhypotesen på et 5% signifikansniveau og modellen derfor er homoskedastisk.

7.6.5 Test for misspecifikation

Nulhypotesen lyder at,

$$H_0: \gamma_1 = \gamma_2 = 0$$

Eller med andre ord, at modellen ikke er misspecificerede.

Denne hypotese testes mod alternativhypotesen

$$H_1: \gamma_1 \neq \gamma_2 \neq 0$$

Eller med andre ord, at modellen er misspecificerede.

Tabel 31

| Test | P-værdi |
|------------|---------|
| RESET test | 0.1562 |

Kan på et 5% signifikansniveau ikke afvise nulhypotesen, hvilke betyder at vores model ikke er misspecificeret og derved tager højde for det den bør, hvilket skal forstås således at modellen er modellen er god til at opfange forholdet mellem Y/L, I/Y og NGD.

7.6.6 Normalitetstests

Der testes her hvorvidt de residuale i ECM-modellen er normalfordelt ved hjælp af følgende to tests:

Tabel 32

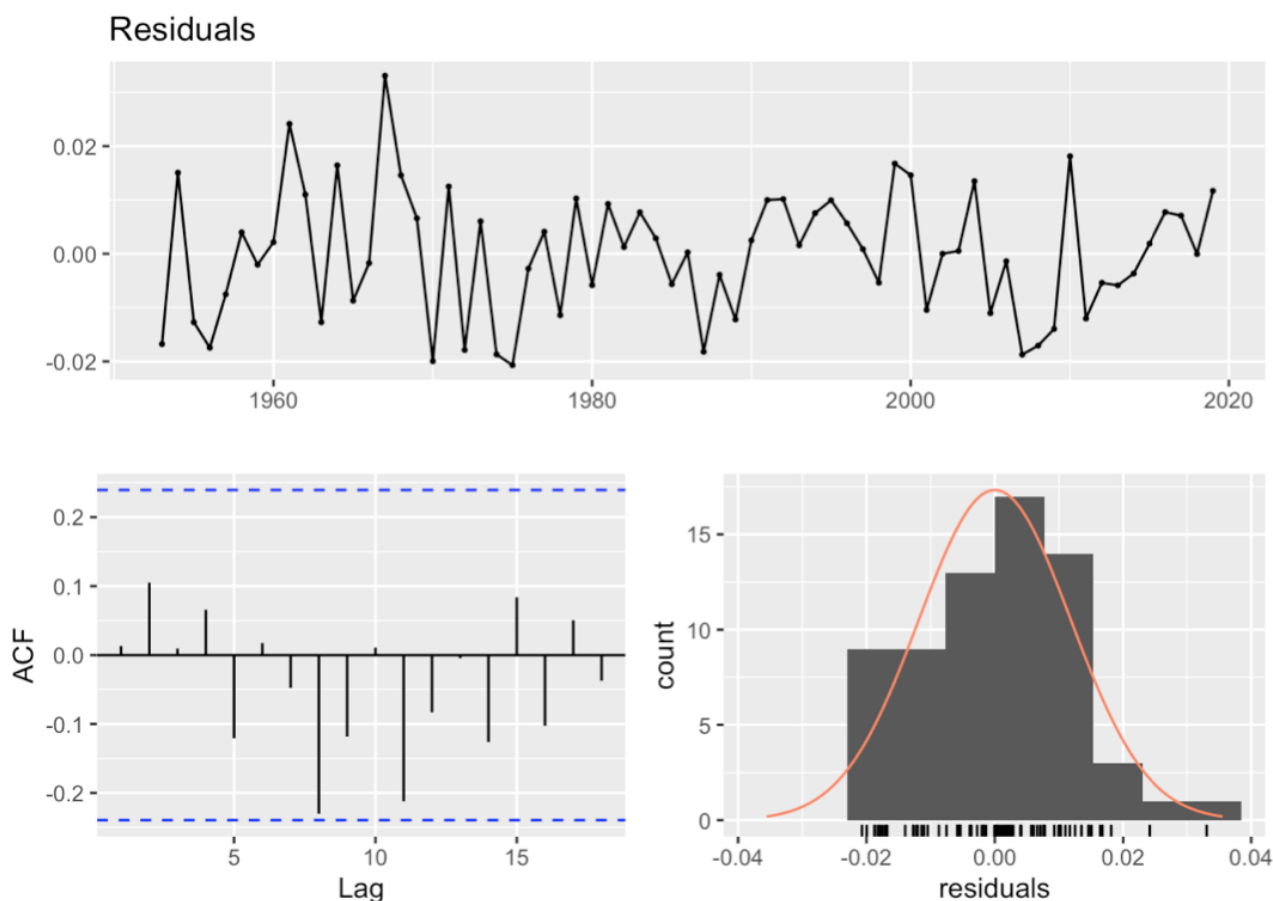
| Tests | P-værdi |
|----------------------------|---------|
| Jarque-Bera test | |
| $H_0 : Normalfordelt$ | 0.7092 |
| $H_1 : Ikke normalfordelt$ | |
| Shapiro-Wilk test | |
| $H_0 : Normalfordelt$ | 0.2632 |
| $H_1 : Ikke normalfordelt$ | |

Hvor det fremgår at begge tests har en tilhørende p-værdi er på henholdsvis 0.7092 og 0.2632, hvilket er over vores signifikansniveau som vi har sat til at være 5%. Nulhypotesen kan derfor ikke forkastes, hvilket betyder at de residuale i Danmarks ECM-model er normalt-fordelt.

På baggrund af de tidligere tests kunne vi konkludere, at de residuale i ECM-modellen for Danmark både er normalfordelt og at der ikke er tegn på autokorrelation. Modellen lider ej heller af heteroskedastictet eller er misspecificeret. I det efterfølgende afsnit vil der vises et plot af de residuale, et ACF-plot og et histogram for at gøre det muligt at visualisere resultaterne af de test der blev foretaget tidligere.

7.6.7 Tjek af residuale

Figur 6



I dette første plot der viser hvordan de residuale er fordelt over tid. Det ses at variationen af de residuale er forholdsvis konstant, hvorfor variansen heraf kan antages at være nogenlunde konstant.

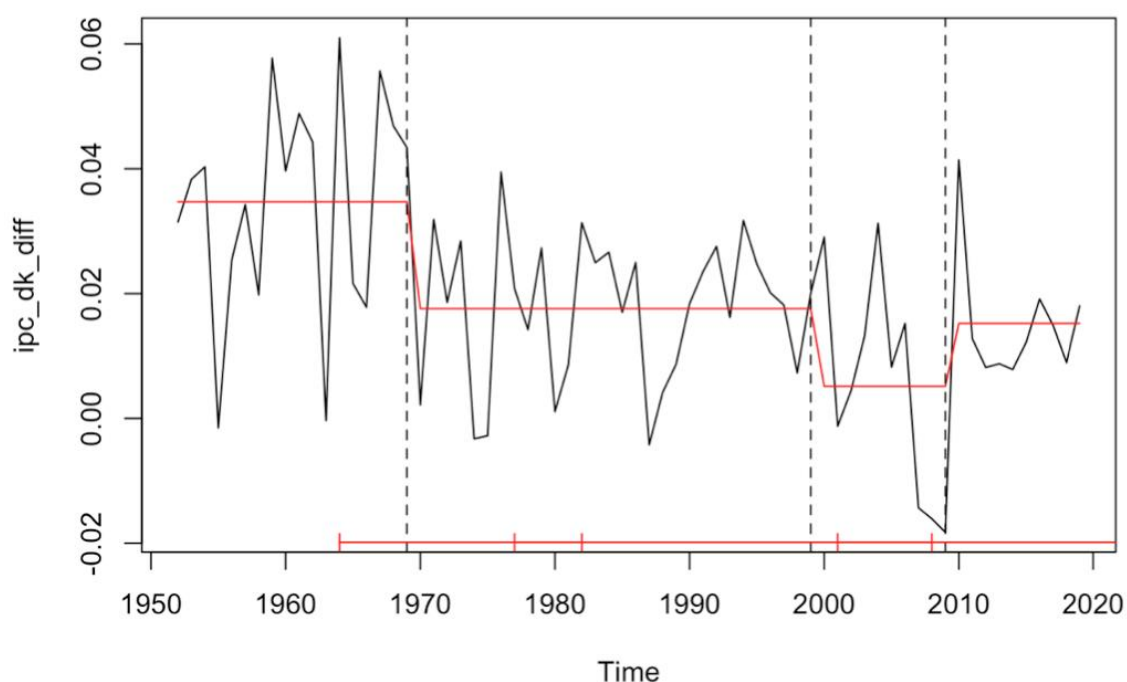
Enkelte steder stikker de dog en smule ud, hvilket vi vil se nærmere på i næste plot.

ACF-testen bruges til at kunne se om der er autokorrelation. Vi har allerede konkluderet fra tidligere tests, at dette ikke var tilfældet og dette kommer også til udtryk her eftersom de sorte streger er indenfor de blå linjer. Hvis en eller flere sorte streger lå udenfor de blå linjer ville de pågældende lags være statistisk signifikante fra nul og vores residuale ville ikke være “white noise”. Til sidst fremgår histogram over de residuale. Begge tests giver udtryk for at dataene overordnet er normalfordelte, hvilke også kan ses på plottet, til trods for at begge haler afviger en smule fra den teoretiske normalfordelte klokkeform.

7.6.8 Strukturelle brud

I sidste afsnit blev der fremvist et plot over de residuale gennem tiden. I dette afsnit fremhæves de strukturelle brud fra plottet.

Figur 7



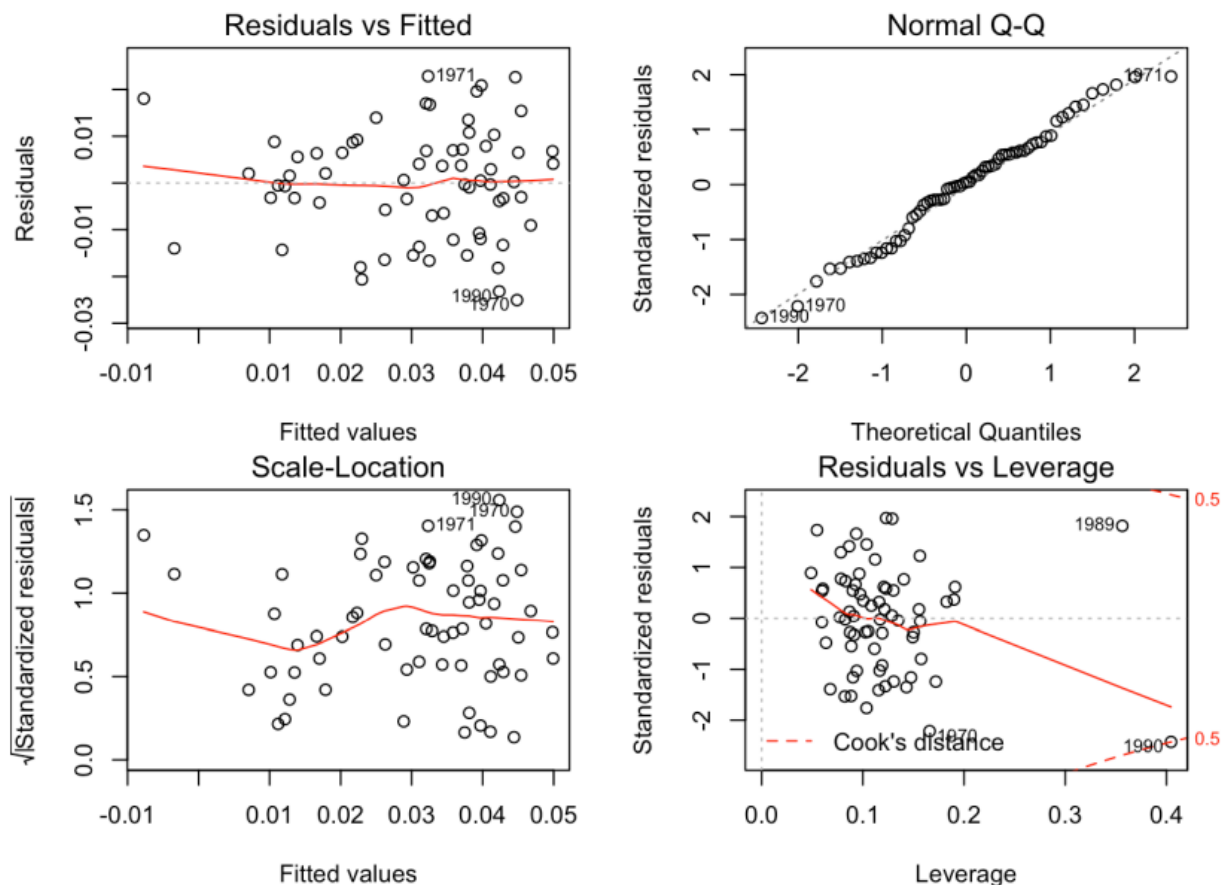
Plottet fremhæver strukturelle brud, hvor den røde linje repræsenterer middelværdien der ændrer sig efter et brud forekommer. Det observeres at største brud sker omkring 1970, det næste omkring år 2000 og det tredje omkring år 2010. Der vil derfor senere blive inkluderet dummy variabler i disse perioder.

7.7 Diagnosticieringstest for Norge

Da vores data både omfatter Danmark, Norge og Sverige vil der i dette afsnit blive foretaget samme diagnosticeringstests for Norge for at forsikre os om, at denne model også er brugbar.

7.7.1 Grafisk test

Figur 8



Residuals vs Fitted

Der kan i ovenstående plot for residuals vs leverage observeres, at den røde linje følger den stiplede linje meget nøje, hvilket er et godt tegn på at parametrene i modellen for Norge er lineære.

Normal Q-Q

I plottet for normal Q-Q kan det observeres, at de residuale følger den diagonale stiplede linje meget tæt, hvilket betyder at afvigelser er minimale. Af den grund kan der argumenteres for, at de residuale i modellen for Norge er normalfordelt. Normalfordelingen vil ligesom senere blive testet nærmere.

Scale-location

Der kan i dette plot blive observeres, at den røde linje er horisontal, men dog varierer en smule. Udover dette kan det også observeres, at der ikke fremkommer et mønster i hvor de residuale er placeret. Der kan derfor blive argumenteret for, at modellen for Norge ikke er præget af heteroskedasticitet, hvorved dette senere vil blive be- eller afkræftet.

Residuals vs Leverage

I dette plot fremgår der en observation, som er udenfor cook's distance. Denne observation er for året 1990, og der kan af den grund argumenteres for, at denne observation kan have en signifikant indflydelse på de resultater, som vi finder frem til for modellen.

Vi vil nu føre nogle flere test, for både at blive bekræftet i observationer af plotsene og for at undersøge om modellen skulle indeholde andre problemer. Der vil blive foretaget test for autokorrelation, ARCH, normalitet, strukturelle brud og til sidst vil residualerne blive tjekket vha. tre plots.

7.7.2 Test for autokorrelation

Testene som bliver brugt for at undersøge for autokorrelation, er Box-Pierce Q-statistik, Ljung-Box LB-statistik og Breusch-Godfrey test.

Tabel 33

| Test | P-værdi |
|--|---------|
| Box-Pierce Q-statistik H_0 : ingen autokorrelation H_1 : autokorrelation | 0.7062 |
| Ljung-Box LB-statistik H_0 : ingen autokorrelation H_1 : autokorrelation | 0.5661 |
| Breusch-Godfrey test H_0 : ingen autokorrelation H_1 : autokorrelation | 0.4807 |

Ud fra ovenstående tabel fremgår p-værdierne som der blev fundet i de tre forskellige tests. Det kan ud fra disse p-værdier konkluderes, at nulhypotesen ikke kan afvises og derfor fremgår der ingen autokorrelation i modellen for Norge.

7.7.3 ARCH test

Der vil her blive foretaget to typer af ARCH-test, for at kunne være mere sikker i konklusionen, om der forekommer autokorrelation i variansen af de residuale.

Tabel 34

| Test | P-værdi |
|--|---------|
| Box-Ljung test (box) H_0 : Ingen autokorrelation H_1 : Autokorrelation | 0.3383 |
| Box-Ljung test (Ljung) H_0 : Ingen autokorrelation H_1 : Autokorrelation | 0.2202 |

Det fremgår nu i ovenstående tabel med resultaterne, at nulhypotesen ikke kan blive afvist og derfor forekommer der ingen autokorrelation i vores kvadrede residuale i modellen. Dette betyder altså at modellen ikke er påvirket af ARCH, og derfor kan det blive konkluderet at modellen er homoskedasticitet.

7.7.4 Test for homoskedasticitet

Ligesom tidligere i opgaven benyttes BP testen til at se om modellen for Norge lider af homoskedasticitet.

Tabel 35

| BP-test | | |
|-------------|---------|------------------|
| BP = 12.234 | DF = 11 | P-værdi = 0.3463 |

Hvor det ud fra testen fremgår, at p-værdien er større end 0,05, hvilket betyder at vi ikke kan afvise nulhypotesen på et 5% signifikansniveau og modellen derfor er homoskedastisk.

7.7.5 Test for misspecifikation

Nulhypotesen lyder at,

$$H_0: \gamma_1 = \gamma_2 = 0$$

Eller med andre ord; at Modellen ikke er misspecifikation.

Denne hypotese testes mod alternativhypotesen

$$H_1: \gamma_1 \neq \gamma_2 \neq 0$$

Eller med andre ord, at modellen er misspecificerede.

Tabel 36

| Test | P-værdi |
|------------|---------|
| RESET test | 0.6967 |

Det fremgår at p-værdien er 0.6967 og derfor kan vi ikke afvise nulhypotesen på et 5% signifikansniveau, hvilket betyder at modellen for Norge ikke er misspecificeret.

7.7.6 Normalitetstest

Der vil her blive foretaget Jarque-Bera test og Shapiro-Wilk test for at kunne konkludere om de residuale i modellen for Norge er normalfordelt og dermed undersøge om vi kan bekræfte tidligere observation af Normal Q-Q.

Tabel 37

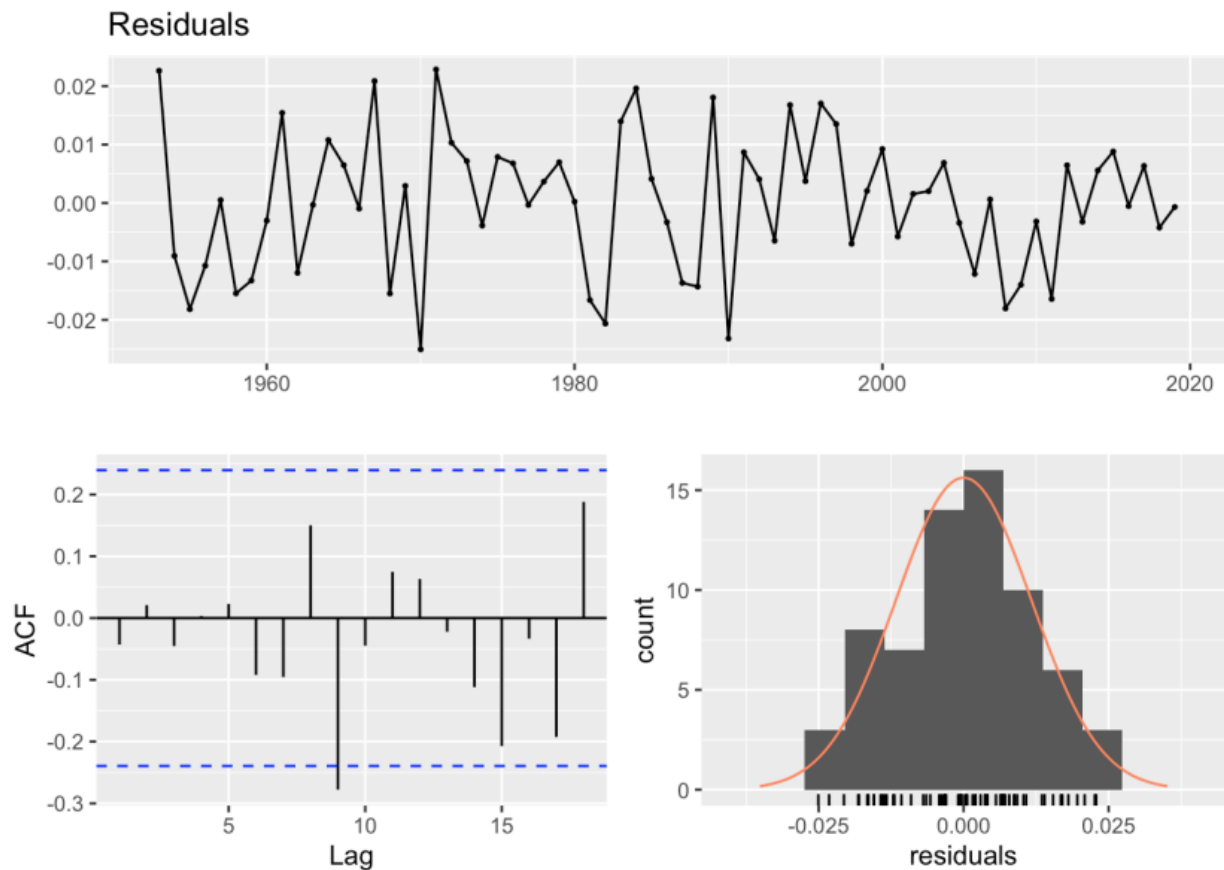
| Test | P-værdi |
|--|---------|
| Jarque-Bera test $H_0 : normalfordelt$ $H_1 : ikke normalfordelt$ | 0.5393 |
| Shapiro-Wilk test $H_0 : normalfordelt$ $H_1 : ikke normalfordelt$ | 0.3976 |

Ud fra ovenstående tabel fremgår resultaterne af Jarque-Bera test og Shapiro test. Det kan ud fra p-værdierne blive konkluderet, at nulhypotesen ikke kan blive afvist og derfor kan vi bekræfte tidligere observation af Normal Q-Q, at de residuale i modellen for Norge er normalfordelt.

7.7.7 Test af de residuale

Efterfulgt af diagnosticerings-testene vil der ligesom sidst opstilles plots for de residuale, ACF-plot og et histogram. Formålet er stadig at give et visuelt billede af hvordan de residuale fordeler sig.

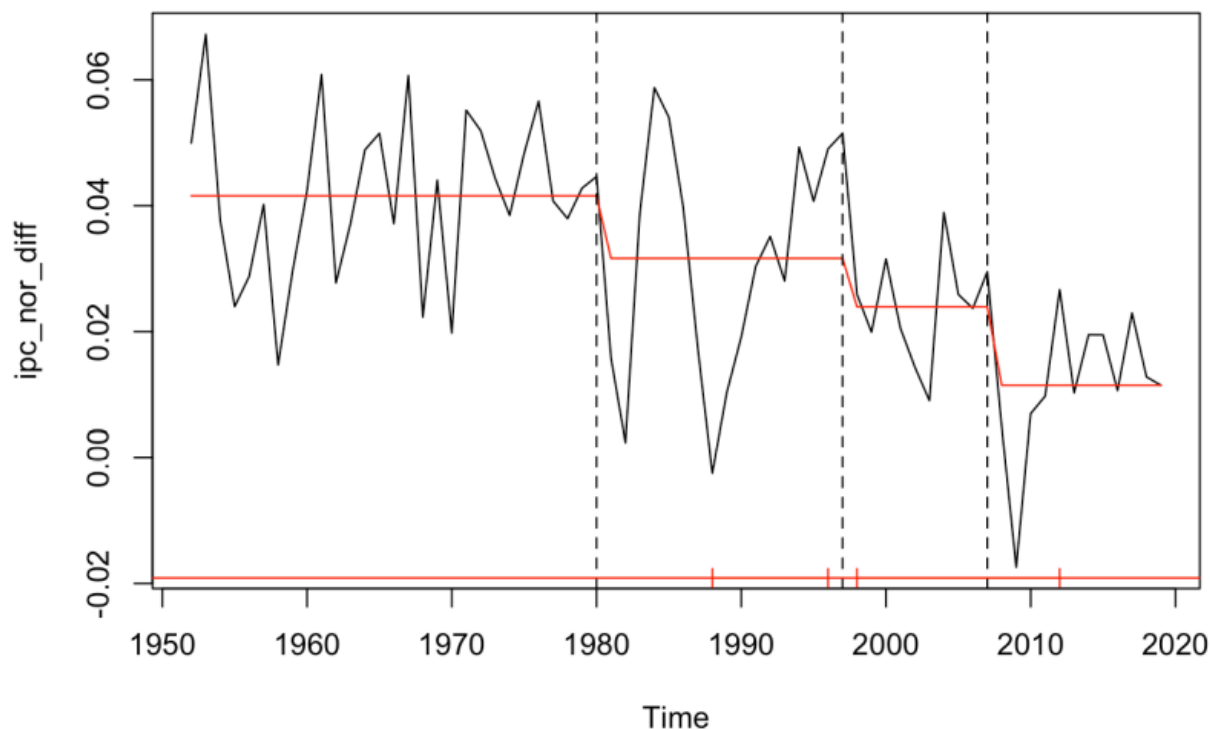
Figur 9



Det observeres på ovenstående plot for de residuale for Norge varierer meget og derfor vil der højst sandsynligt også kunne blive fundet nogle strukturelle brud. Udover dette problem, fremgår der ikke nogen signifikante problemer ved de to andre plots, da ACF-plottet først viser autokorrelation ved lag ni, og vi i vores model bruger nul lags. Den sidste grafiske test, plottet i nederst højre hjørne, viser heller ikke nogen problemer, da den viser at modellen ligesom tidligere konkluderet, at den er normalfordelt.

7.7.8 Strukturelle brud

Tabel 10



I ovenstående plot fremgår der tre strukturelle brud, hvor det kan aflæses at der sker et niveauskifte for middelværdien i modellen. Første strukturelle brud opstår i 1980, hvor der sker et fald i niveauskiftet, som yderligere falder i 1997 og 2007.

7.8 Udregning af cointegrated parametre

Efter at have opstillede vores ARDL-model med ECM elementet, testet for cointegration og udført en diagnosticering af disse, er konklusionen at det er nødvendigt at inkludere dummy variable for Danmark og Norge, før de langsigtede påvirkninger beregnes.

For Danmarks vedkommende inkluderes en dummy for perioderne 2008-2009, 2000-2001 og 1969-1970. For Norges vedkommende inkluderes der dummy for perioderne 2007, 1996-1997 og 1979.

Hertil estimeres de langsigtede parametre ved at benytte formlerne:

$$I/Y \text{ påvirkning på } Y/L = -\frac{\phi_1}{\theta_1}$$

$$NGD \text{ påvirkning på } Y/L = -\frac{\phi_2}{\theta_1}$$

Danmark

For Danmark estimeres ECM modellen med følgende variabler:

Tabel 38

| Parameter | Estimat | P-værdi |
|------------------------|-----------|--------------------|
| Skæring (μ) | 0.157485 | 0.011222* |
| $\Delta Y/L_{t-1}$ | 0.064631 | 0.558640 |
| $\Delta I/Y_t$ | 0.117713 | $3.75e - 05^{***}$ |
| ΔNGD_t | -0.001309 | 0.884861 |
| $Y/L_{t-1} (\theta_1)$ | -0.016203 | 0.000983*** |
| $I/Y_{t-1} (\phi_1)$ | 0.019081 | 0.110946 |
| $NGD_{t-1} (\phi_2)$ | -0.021580 | 0.026393* |
| Dummy | -0.008206 | 0.026393 |

Signif. Koder: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Hertil benyttes ovenstående formler for udregning af de langsigtede påvirkninger.

Eftersom modellen er en Log-Log model, vil det betyde at en 1% stigning i investeringernes andel vil øge BNP pr. arbejder med 1.18% på lang sigt. Samtidig vil det betyde at en 1% stigning i NGD variablen vil reducere BNP pr. arbejder med -1.33%.

Hertil stemmer de estimerede langsigtede påvirkninger overens med vores økonomisk teoretiske forståelse, ved at investeringernes andel påvirker BNP pr. arbejder positivt på lang sigt og at en stigning i NGD variablen påvirker BNP pr. arbejder negativt på lang sigt.

Bemærkelsesværdigt er det dog, at I/Y_{t-1} ikke er signifikant på 10%, hvilket indikerer at investeringernes andel i tidligere periode ikke har en signifikant indflydelse på BNP pr. arbejder i nuværende periode. Hertil kan det argumenteres for at ECM modellen for Danmark muligvis er misspecificerede, eftersom at det er bredt accepteret at investeringernes andel af BNP er en signifikant positiv indflydelse på et lands indkomst.

Vi udregner samtidig Speed of adjustment, som indikerer hvor hurtigt BNP pr. arbejder finder tilbage til den langsigtede ligevægt ved et eksogent stød. Denne udregnes ved at inkludere de residuale i perioden $t - 1$ fra den langsigtede model $\frac{Y}{L} = \frac{I}{Y} + NGD + \varepsilon_t$ som erstatning for de langsigtede parametre Y/L_{t-1} , I/Y_{t-1} og NGD_{t-1} og derefter estimere modellen ved OLS.

Resultaterne heraf er opskrevet i følgende tabel:

Tabel 39

| Parameter | Estimat | P-værdi |
|-------------------------------|-----------|--------------------|
| <i>Skæring</i> | 0.020100 | $6.91e - 11^{***}$ |
| $\Delta Y/L_{t-1}$ | -0.001979 | 0.984205 |
| $\Delta I/Y_t$ | 0.083133 | 0.000378*** |
| ΔNGD_t | 0.009552 | 0.146838 |
| <i>Dummy</i> | -0.007086 | 0.216666 |
| $\widehat{\varepsilon}_{t-1}$ | -0.018631 | 0.000174*** |

Signif. Koder: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Hertil er vores Speed of adjustment parameter givet ved -1,86% og er statistisk signifikant på 0,1% signifikansniveau. Værdien her er meget lav, hvilket indikerer at justeringen tilbage til den langsigtede ligevægt er særdeles langsom. Eftersom at vi arbejder med årligt data, så er fortolkningen at Danmarks BNP pr. arbejder hvert år justeres 1,86% mod den langsigtede ligevægt, ved et eksogent stød.

Norge

For Norge estimerer vi ECM modellen, hvorved følgende resultater fremgår:

Tabel 40

| Parameter | Estimat | P-værdi |
|----------------------------|-----------|-------------|
| <i>Skæring</i> (μ) | 0.185397 | 0.054771 . |
| $\Delta Y/L_{t-1}$ | 0.215136 | 0.104361 |
| $\Delta I/Y_t$ | -0.016677 | 0.562340 |
| ΔNGD_t | 0.039266 | 0.000201*** |
| Y/L_{t-1} (θ_1) | -0.011482 | 0.071487 . |
| I/Y_{t-1} (ϕ_1) | 0.001561 | 0.887951 |
| NGD_{t-1} (ϕ_2) | 0.008142 | 0.502185 |
| <i>Dummy</i> | 0.013894 | 0.046307* |

Signif. Koder: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Hertil er det igen bemærkelsesværdigt at hverken I/Y eller NGD fremgår signifikante på 10%, hvilket derfor skal fortolkes som at hverken I/Y eller NGD på langsigt har en betydningsfuld

indflydelse på BNP pr. arbejder. Dette er i stærk kontrast til den økonomisk opfattelse, hvorved modellen derfor muligvis kan være misspecificerede.

Til trods for at de langsigtede estimater for I/Y og NGD ikke er signifikante, udregnes dog de langsigtede påvirker, ved benyttelse af formlerne illustreret indledningsvist.

Hertil får vi, at en 1% stigning i investeringernes andel af BNP forøge BNP pr. arbejder med 0.14% på langsigte for Norges vedkommende. Samtidig vil en 1% stigning i NGD variabelen øge BNP pr. arbejder med 0.71% på lang sigt. Igen er her bemærkelsesværdigt at en stigning i NGD variabelen påvirker BNP pr. arbejder positivt, hvilket strider imod vores intuitive opfattelse af forholdet mellem NGD og BNP pr. arbejder. Her skal det dog igen nævnes at hverken ϕ_1 eller ϕ_2 er signifikante, hvorved de langsigtede forhold derfor ikke er troværdige.

Tabel 41

| Parameter | Estimat | P-værdi |
|-------------------------------|-----------|----------------|
| <i>Skæring</i> | 0.0016176 | 4.22e - 0.5*** |
| $\Delta Y/L_{t-1}$ | 0.442756 | 6.48e - 0.5*** |
| $\Delta I/Y_t$ | -0.025180 | 0.400 |
| ΔNGD_t | 0.034898 | 8.57e - 0.5*** |
| <i>Dummy</i> | 0.008905 | 0.214 |
| $\widehat{\varepsilon}_{t-1}$ | -0.006620 | 0.288 |

Signif. Koder: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Hertil udregner vi samtidig speed of adjustment på samme måde som gjort for Danmark. Hertil får vi at speed of adjustment for Norge er -0.6% med en tilhørende p-værdi på 0.288. Hertil er speed of adjustment altså ikke signifikant, og dog er fortolkningen af BNP pr. arbejder ved eksogent stød vil konvergerer mod den langsigtede ligevægt med 0.6% om året.

8. Konklusion

Formålet i dette empiriske projekt har været at undersøge om det var muligt at finde et forhold mellem variablerne I/Y og Y/L, NGD og Y/L ved hjælp af tidsserie data for Danmark, Norge og Sverige, i perioden 1951 - 2019. I undersøgelsen har vi ved at benytte ADF- og PP-testen identificeret variablenes grad af integration. Der blev konkluderet, at variablene Y/L og I/L på tværs af alle lande først er stationære i første ordens difference, mens NGD-variablen er stationær i levels. Dette gjorde det muligt at undersøge dem for cointegration, hvor resultatet fra ARDL bounce testen viste, at der blev fundet cointegration for Danmark og Norge, men ikke for Sverige. De bedste modeller, der fandt cointegrationen mellem variablene, var modellerne med 0 lags uden trend og med skæring for Danmark og Norge. Disse modeller udsættes for diagnosticering, hvoraf resultatet viste ingen tegn på autokorrelation, heteroskedasticitet, misspecifikation eller at de residuale ikke skulle være normalfordelt, for både Danmark og Norge. Dog fandt vi nogle strukturelle brud, hvorfor vi mente det gav mening at indsætte dummies for både Danmark og Norge. Ved at have identificeret den bedste model og undersøgt dem for diverse diagnosticeringer, var det muligt at udregne de langsigtede påvirkninger.

Hertil finder vi frem til at for Danmark ville en 1% stigning i investeringernes andel af indkomsten være associeret med en stigning i indkomst pr. capita med 1,18% på lang sigt. Ved en 1% stigning i NGD vil indkomsten pr. capita reduceres med -1,33% på lang sigt. Til trods for at resultaterne stemmer overens med vores intuitive forståelse, er I/Y i tidligere periode ikke signifikant, mens NGD-variablen er signifikant. For Norge fandt vi frem til, at en 1% stigning i investeringernes andel af indkomsten førte til en stigning i indkomst pr. capita med 0,14% og en 1% stigning i NGD vil medføre en stigning i indkomst pr. capita med 0,71%. Sidstnævnte konklusioner skal dog ikke vægtes særlig højt, da vores estimer fra Norge ikke er statistisk signifikante. Afslutningsvist beregnede vi speed of adjustment for begge lande, hvor vi fandt frem til, at Danmark justeres 1,86% årligt, mens det blev beregnet at Norge årligt konvergerer mod den langsigtede ligevægt med 0,6% - dog værende statistisk insignifikant, hvilket er en langsom tilpasnings proces.

9. Bibliografi

- Biswas, P. (24. august 2020). Hentet 29. december 2021 fra <https://prasunbiswas90.medium.com/error-correction-model-ecm-an-intuitive-guide-c8e33bf6cb8f>
- Enders, W. (2015). *Applied econometric time series*.
- Feenstre, R. C., Inklaar, R., & Timmer, M. P. (2021). The Next Generation of the Penn World Table. Hentet 29. december 2021 fra <https://www.rug.nl/ggdc/productivity/pwt/?lang=en>
- Liu, G., & Fraumeni, B. M. (2014). *Human capital measurement: country experiences and international initiatives*. Hentet 29. december 2021 fra <https://prasunbiswas90.medium.com/error-correction-model-ecm-an-intuitive-guide-c8e33bf6cb8f>
- Pesaran, M. H., Shin, Y., & Smith, R. J. (2001). *Bounds Testing Approaches to the Analysis of Level Relationships*. Hentet 29. december 2021 fra https://www.jstor.org/stable/2678547?seq=13&fbclid=IwAR2wk5K7iseXEH17Z4l-QfS2LT3O8r5gZytaeoZ-bCDbbIFnPnUAel476A#metadata_info_tab_contents
- Pfaff, B. (2008). *Analysis of Integrated and Cointegrated Time Series with R*. 2008 Springer Science+Business MEda, LLC.
- Romer, D., Mankiw, N. G., & Weil, D. N. (1992). A contribution to the empirics of economic growth. Hentet fra https://eml.berkeley.edu/~dromer/papers/MRW_QJE1992.pdf
- Zaiontz, C. (2015). *Real stastitics using excel*. Hentet 29. december 2021 fra <https://www.real-statistics.com/statistics-tables/kolmogorov-smirnov-table/>
- Zeileis, A. (u.d.). *Econometric Computing with HC and HAC Covariance Matrix Estimators*. Hentet 29. december 2021 fra <https://cran.r-project.org/web/packages/sandwich/vignettes/sandwich.pdf?fbclid=IwAR2pye4TasWQ33EPOPqvTNiU66YpAE4dC30S6J0FmjeMyrk5gX7Wvln8SKU>

10. Bilag

10.1 Diagnosticerings-test for modellerne uden human kapital

| GRAFISK TESTS | NON-OIL | OECD | INTERMEDIATE |
|----------------------------|---|---|--|
| RESIDUALS VS FITTED | GM1 ikke opfyldt. | GM 1 ikke opfyldt. | Der kan argumenteres for at GM 1 er opfyldt |
| NORMAL Q-Q | Der kan argumenteres for at antagelse nr. 6 er opfyldt. | Antagelse nr. 6 er ikke opfyldt. | Antagelse nr. 6 ser ikke ud til at være opfyldt. |
| SCALE LOCATION | Der kan argumenteres for at GM 5 ikke er opfyldt. | Der kan argumenteres for at GM 5 ikke er opfyldt. | Der kan argumenteres for at GM 5 er opfyldt. |
| COOKS`DISTANCE | Ingen outliers. | Observation 89 er en outlier. | Ingen outliers. |

| TEST FOR HETEROSKEDASTICITET | NON-OIL | OECD | INTERMEDIATE |
|--|---|---|--|
| BP-TEST $H_0: \text{Homoskedasticitet}$ $H_A: \text{Heteroskedasticitet}$ | P-værdien er 0,1 Tegn på homoskedasticitet | P-værdien er 0,18 Tegn på homoskedasticitet | P-værdien er 0,14, Tegn på homoskedasticitet. |
| WHITE TEST $H_0: \sigma_i^2 = \sigma^2$ $H_A: \sigma_i^2 \neq \sigma^2$ | P-værdien er 0,147, Tegn på homoskedasticitet. | P-værdien er 0,106, Tegn på homoskedasticitet. | P-værdien er 0,237, Tegn på homoskedasticitet. |
| WOOLBRIDGE UDGAVE AF WHITE-TESTEN $H_0: \delta_1 = \delta_2 = 0$ $H_A: \delta_1 \neq \delta_2 \neq 0$ | P-værdien er 0,187, Tegn på homoskedasticitet | P-værdien er 0,119, Tegn på homoskedasticitet | P-værdien er 0,329, Tegn på homoskedasticitet |

| TEST FOR MISSPECIFICATION | NON-OIL | OECD | INTERMEDIATE |
|---|--|---|--|
| RESET-TEST $H_0: \gamma_1 = \gamma_2 = 0$ $H_1: \gamma_1 \neq \gamma_2 \neq 0$ | P-værdien er her på 0,035, Tegn på misspecification | P-værdien her er 0,025, Tegn på misspecification | Her ses der også en lav p-værdi på 0,71, Ikke tegn på misspecification |

| TEST FOR NORMALITET | NON-OIL | OECD | INTERMEDIATE |
|---|---|--|---|
| JARQUE BERA TEST H_0 : normaltfordelt H_1 : ikke er normaltfordelt | P-værdien er her 0,25, Tegn på normalfordeling | P-værdien er her 0,0026, Ikke tegn på normalfordeling | P-værdien er her 0,048, Ikke tegn på normalfordeling |
| SHAPIRO-WILK TEST H_0 : normaltfordelt H_1 : ikke er normaltfordelt | P-værdien er her 0,29, Tegn på normalfordeling | P-værdien er her 0,015, Ikke tegn på normalfordeling | P-værdien er her 0,24, Tegn på normalfordeling |
| KOLMOGOROV-SMIROV TEST H_0 : normaltfordelt H_1 : ikke er normaltfordelt | P-værdien er her 0,55, Tegn på normalfordeling | P-værdien er her 0,38, Tegn på normalfordeling | P-værdien er her 0,8, Tegn på normalfordeling. |

10.2 Diagnosticerings-test for modellerne med human kapital

| GRAFISK TESTS | NON-OIL | OECD | INTERMEDIATE |
|----------------------------|---|-----------------------------------|--|
| RESIDUALS VS FITTED | GM1 ikke opfyldt. | GM 1 er ikke opfyldt. | Der kan argumenteres for at GM 1 er opfyldt |
| NORMAL Q-Q | Der kan argumenteres for at antagelse nr. 6 er opfyldt. | Antagelse nr. 6 er ikke opfyldt. | Antagelse nr. 6 ser ikke ud til at være opfyldt. |
| SCALE LOCATION | Der kan argumenteres for at GM 5 ikke er opfyldt. | GM 5 ikke er opfyldt. | GM 5 er ikke opfyldt. |
| COOKS`DISTANCE | Ingen outliers. | Observation 88 og 89 er outliers. | Ingen outliers. |

| TEST FOR HETEROSKEDASTICITET | NON-OIL | OECD | INTERMEDIATE |
|--|---|---|--|
| BP-TEST $H_0: \text{Homoskedasticitet}$ $H_1: \text{Heteroskedasticitet}$ | P-værdien er 0,3, Tegn på homoskedasticitet | P-værdien er 0,14, Tegn på homoskedasticitet | P-værdien er 0,49, Tegn på homoskedasticitet. |
| WHITE TEST $H_0: \text{Homoskedasticitet}$ $H_1: \text{Heteroskedasticitet}$ | P-værdien er 0,463, Tegn på homoskedasticitet. | P-værdien er 0,119, Tegn på homoskedasticitet. | P-værdien er 0,345, Tegn på homoskedasticitet. |
| WOOLBRIDGE UDGAVE AF WHITE-TESTEN $H_0: \delta_1 = \delta_2 = 0$ $H_1: \delta_1 \neq \delta_2 \neq 0$ | P-værdien er 0,345, Tegn på homoskedasticitet | P-værdien er 0,275, Tegn på homoskedasticitet | P-værdien er 0,118, Tegn på homoskedasticitet. |

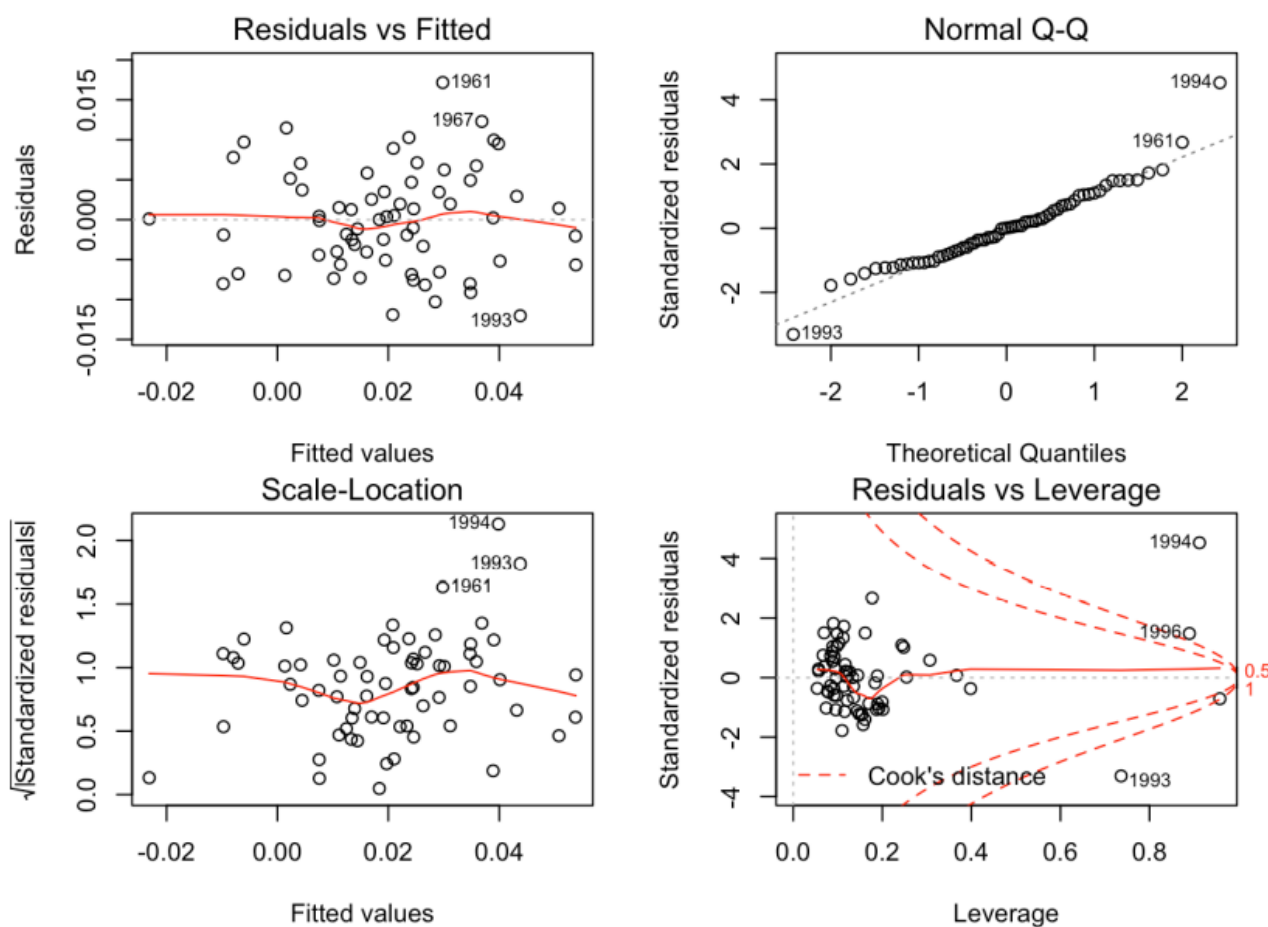
| TEST FOR MISSPECIFICATION | NON-OIL | OECD | INTERMEDIATE |
|---|---|---|---|
| RESET-TEST $H_0: \gamma_1 = \gamma_2 = 0$ $H_1: \gamma_1 \neq \gamma_2 \neq 0$ | P-værdien er meget lav, Tegn på misspecification | P-værdien er 0,062, Tegn på misspecification | Her ses der også en lav p-værdi på 0,2, Ikke tegn på misspecification |

| TEST FOR NORMALITET | NON-OIL | OECD | INTERMEDIATE |
|---|--|---|--|
| JARQUE BERA TEST H_0 : normalfordelt H_1 : ikke er normalfordelt | P-værdien er her 0,36, Tegn på normalfordeling | P-værdien er her 0,99, Tegn på normalfordeling | P-værdien er her 0,37, Tegn på normalfordeling |
| SHAPIRO-WILK TEST H_0 : normalfordelt H_1 : ikke er normalfordelt | P-værdien er her 0,33 Tegn på normalfordeling | P-værdien er her 0,33 Tegn på normalfordeling | P-værdien er her 0,09 Ikke tegn på normalfordeling. |
| KOLMOGOROV-SMIROV TEST H_0 : normalfordelt H_1 : ikke er normalfordelt | P-værdien er her 0,58, Tegn på normalfordeling. | P-værdien er her 0,74, Tegn på normalfordeling | P-værdien er her 0,41, Tegn på normalfordeling. |

10.3 Diagnostiseringstest for Sverige

Da det ikke har været muligt at kunne finde cointegration ved en af de tre bedste modeller, så vil vi prøvet at finde en årsag til dette ved at foretage diagnostiseringstest for modellen for Sverige.

10.3.1 Grafisk test



Residuals vs Fitted

I dette plot fremgår det at den røde linje følger nøje den stiplede linje, og derfor kan der argumenteres for at parameterne er lineær og opfylder GM 1. antagelsen. Der fremgår tre outliers, som er årene 1961, 1967 og 1993, som kan have en signifikant negativ effekt på resultaterne, dette kan blive undersøgt nærmere i plottet for Residuals vs Leverage.

Normal Q-Q

I plottet for Normal Q-Q fremgår modellen til at være meget normalfordelt, dog kan der aflæses at de tre outliers afviger fra den stiplede linje, samt at der er nogle andre residualer, som afviger fra den stiplede linje og derfor gør modellen mindre normalfordelt. Men siden over største delen af residualerne ikke afviger betydeligt fra den stiplede linje, så kan det blive antaget, at modellen er normalfordelt, og dermed opfylder 6. antagelsen.

Scale-Location

For Scale-Location plottet fremgår den røde linje til at variere en smule, dog ikke betydeligt, men det kan derfor være svært at sige om modellen er præget af heteroskedasticitet, men dette vil blive undersøgt senere ved, at foretage flere test.

Residuals vs Leverage

Dette plot viser om outlierne har en signifikant effekt på resultaterne. Det fremgår her at alle tre outliers er uden for cook's distance og kan derfor siges at have en effekt på resultaterne og derfor give et fejl resultat. Det kan altså derfor være pga. disse outliers, at det ikke har været muligt at finde cointegration for en af de tre bedste modeller.

10.3.2 Test for autokorrelation

Her vil der blive foretaget forskellige test for autokorrelation vha. R. Resultaterne fremgår i nedenstående tabel:

| Test | P-værdi |
|--|---------|
| Box-Pierce Q-statistik H_0 : ingen autokorrelation H_1 : autokorrelation | 0.749 |
| Ljung-Box LB-statistik H_0 : ingen autokorrelation H_1 : autokorrelation | 0.6293 |
| Breusch-Godfrey test H_0 : ingen autokorrelation H_1 : autokorrelation | 0.513 |

Ud fra ovenstående tabel, fremgår der en høj p-værdi ved alle tre test og nullhypotesen kan derfor ikke blive afvist, hvilket betyder, at der ikke forekommer nogen autokorrelation i modellen for Sverige, og det kan derfor ikke være en årsag til at der ikke er blevet fundet cointegration.

10.3.3 Test for autoregressive conditional heteroskedasticitet (ARCH)

Her vil der blive foretaget to forskellige former for ARCH test, resultaterne fremgår i nedenstående tabel:

| Test | P-værdi |
|--|---------|
| Box-Ljung test (box) H_0 : ingen autokorrelation i squared residuals H_1 : autokorrelation i squared residuals | 0.9246 |
| Box-Ljung test (Ljung) H_0 : ingen autokorrelation i squared residuals H_1 : autokorrelation i squared residuals | 0.9568 |

Det fremgår nu i ovenstående tabel med resultaterne, at nullhypotesen ikke kan blive afvist og derfor forekommer der ingen autokorrelation i vores squared residuals i modellen. Dette betyder altså at modellen ikke er påvirket af ARCH, og derfor kan det blive konkluderet at modellen er homoskedasticitet.

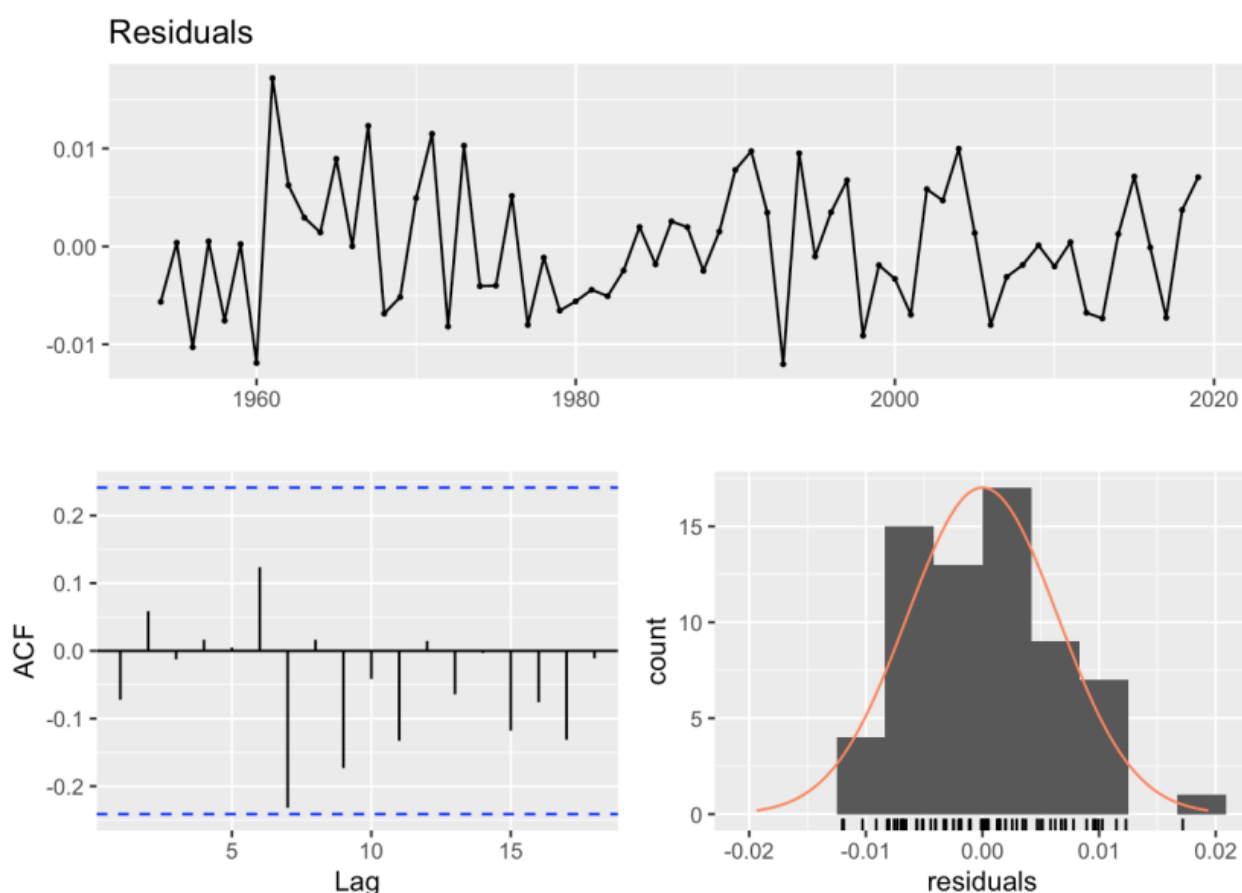
10.3.4 Normalitetstest

Der vil blive ført Jarque-Bera og Shapiro test, for at undersøge nærmere om modellen er normalfordelt. Resultaterne heraf fremgår i nedenstående tabel:

| Test | P-værdi |
|---|---------|
| Jarque-Bera test H_0 : normalfordelt H_1 : ikke normalfordelt | 0.4519 |
| Shapiro test H_0 : normalfordelt H_1 : ikke normalfordelt | 0.4978 |

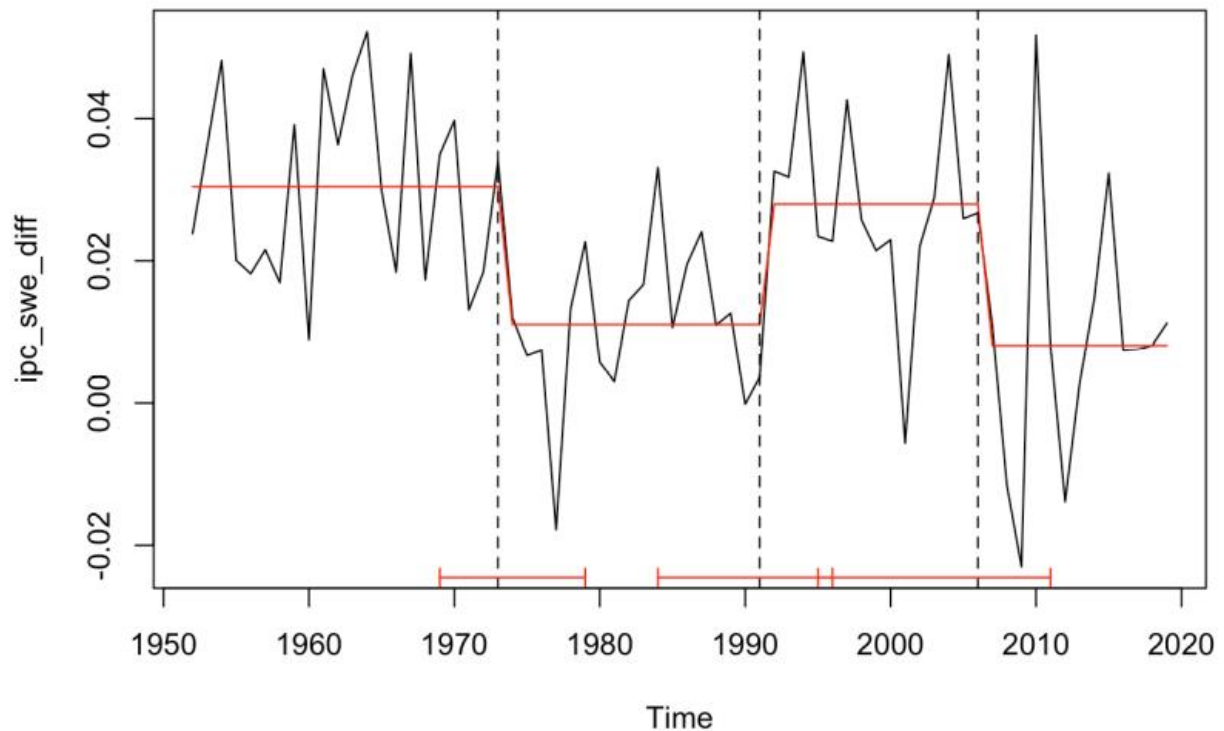
Da p-værdien i begge test er meget høje, så kan nullhypotesen ikke blive afvist og derfor kan det blive konkluderet, at modellen er normalfordelt, hvilket der var tvivl ved, da Normal Q-Q plottet blev aflæst, da der var nogle residualer, samt tre outliers som afvigede fra den stiplede linje.

10.3.5 Test af residualer



De tre ovenstående grafiske test for residualerne viser overordnet ikke nogen store problemer for vores model for Sverige, da ACF-plottet viser at der ikke opstår nogen former for autokorrelation helt op til 18 lags. Dog kan det aflæses i plottet nederst til højre, at modellen er nogenlunde normalfordelt, dog fremgår der en outlier helt ude til højre, som kan være en eller flere af de tidligere fundet outliers. Der kan også blive fundet et problem i modellen ved aflæsning af det øverste plot af hvordan residualerne spreder sig gennem perioden, da afvigelsen fra nul er meget skiftende og meget varierende, dette kan skyldes strukturelle brud.

10.3.6 Strukturelle brud



I ovenstående plot fremgår der tre strukturelle brud, som alle tre viser et skifte i niveauet. Disse strukturelle brud opstår først i 1973 hvor niveauet falder meget indtil der opstår et nyt strukturelt brud i år 1981, hvor niveauet stiger igen og næsten er oppe på det samme niveau, som før det første strukturelle brud. Dette niveau bliver indtil, at der sker et tredje strukturelt brud i år 2006, hvor niveauet falder igen. De tre strukturelle brud var også dem, som tidligere kunne antydes til at være under afsnittet for test af residualer.