

Ρομποτικός Μηχανισμός 3 στροφικών βαθμών ελευθερίας

Εξαμηνιαία Εργασία — Ρομποτική 1

Ανδρέας Στάμος (03120***)
stamos.aa@gmail.com

Φεβρουάριος 2024

Περιεχόμενα

Περιεχόμενα	1
1 Συμβολικοί Υπολογισμοί	1
2 Αντίστροφη Κινηματική	2
2.1 Αριθμητική επίλυση με την μέθοδο Newton-Raphson	2
2.2 Εξασφάλιση συνέχειας τροχιάς	2
3 Χάραξη τροχιάς τελικού εργαλείου δράσης	2
3.1 Κινηματικό προφίλ	2
3.2 Περιορισμοί	3
3.3 Pareto βελτιστοποίηση	3
3.4 Τελική σχεδιασμένη τροχιά	4
4 Περιγραφή προσομοιωτικού μοντέλου	7
5 Έλεγχος PID – Είσοδος προσομοίωσης	7
6 Αποτελέσματα προσομοίωσης	8
7 Διεπαφή χρήστη UI	11
Βιβλιογραφία	11
Κατάλογος σχημάτων	12

1 Συμβολικοί Υπολογισμοί

Αρχικά, προκειμένου να αποφευχθούν λάθη στις πράξεις, παρόλο που οι συμβολικοί υπολογισμοί έγιναν στο A' μέρος, έγιναν εκ νέου με χρήση Συμβολικού Επιλυτή, του **SymPy**. Συγκεκριμένα, με είσοδο τις παραμέτρους Denavit-Hartenberg, υπολογίστηκαν οι πίνακες των ομογενών μετασχηματισμών για διαδοχικά συστήματα αναφοράς, από αυτά, βρέθηκαν έπειτα οι πίνακες ομογενών μετασχηματισμών από το σύστημα της βάσης προς το σύστημα αναφοράς κάθε άρθρωσης. Στην συνέχεια, μέσω αυτών, βρέθηκαν τα διανύσματα θέσης των αρθρώσεων και η ιακωβιανή, στο τμήμα της που αφορά την γραμμική ταχύτητα του τελικού εργαλείου δράσης.

Επισημαίνεται ότι έξοδος του σταδίου Συμβολικών Υπολογισμών, είναι συναρτήσεις Python που επιστρέφουν που με όρισμα τις γωνίες των αρθρώσεων επιστρέφουν τα διανύσματα θέσης των αρθρώσεων και την ιακωβιανή. Επισημαίνεται ότι ο υπολογισμός έχει γίνει αναλυτικά, απλά αυτόματα, δεν γίνονται πολλαπλασιασμοί πινάκων, την χρονική στιγμή της εκτέλεσης, είναι ακριβώς σαν να είχαμε εκτελέσει τις πράξεις στο χαρτί και να είχαμε πληκτρολογήσει τις συναρτήσεις με το χέρι.

Τέλος, επειδή ο υπολογισμός χρειάζεται κάποια δευτερόλεπτα για να γίνει, και επειδή κατά την διάρκεια της Ανάπτυξης του κώδικα, δεν άλλαζε συχνά, αποθηκεύουμε (cache) τα αποτελέσματα σε ένα αρχείο και κάθε φορά που ζητάμε να τρέξουν οι συμβολικοί υπολογισμοί, εξετάζουμε αν ο Python κώδικας για τις συμβολικές πράξεις άλλαξε (με ένα sha256 hash του Python Bytecode), και αν όχι, δεν εκτελούμε εκ νέου τις πράξεις αλλά απλά

φορτώνουμε τις προϋπολογισμένες συναρτήσεις από το προϋπολογισμένο αρχείο (αν ο κώδικας άλλαζε ή το αρχείο δεν υπάρχει, εκτελούμε τους συμβολικούς υπολογισμούς και αποθηκεύουμε το αποτέλεσμα σε αρχείο).

2 Αντίστροφη Κινηματική

2.1 Αριθμητική επίλυση με την μέθοδο Newton-Raphson

Η αντίστροφη κινηματική στο συγκεκριμένο παράδειγμα έχει ακριβή αναλυτική λύση, όπως βρέθηκε χειροκίνητα στο Μέρος Α'. Ωστόσο, θεωρήθηκε πιο ενδιαφέρον και διαφορετικό από όσες έχουν ήδη γίνει σε Σειρές Ασκήσεων, κ.λπ., να δοκιμαστεί Αριθμητική Λύση για την αντίστροφη κινηματική.

Κατόπιν μιας μελέτης στο [1], καταλήξαμε σε ένα σχήμα μεθόδου Newton-Raphson για μη γραμμικά συστήματα εξισώσεων. (Ένα από τα συστήματα που αναφέρεται στο βιβλίο, είναι ακριβώς αυτό, απλά σχεδιάζεται σε block μορφή. Ο συγγραφέας το αναφέρει κιόλας πως πρόκειται για μέθοδο Newton-Raphson).

Περιγράφουμε το σχήμα όπως αναλύεται στο [2]. Η σχέση που επιθυμούμε να λύσουμε είναι η:

$$p_e(q) = x_e \iff p_e(q) - x_e = 0 \quad (1)$$

για δεδομένο x_e . Γενικά, εκτός κάποιων ιδιόμορφων καταστάσεων, όπως είδαμε στο Α' μέρος, το σύστημα δεν είναι redundant, δηλαδή η ιακωβιανή είναι αντιστρέψιμη (αν δεν ήταν, θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε ψευδοαντίστροφο Moore-Penrose αντί αντιστρόφου, και έτσι να έχουμε την λύση ελάχιστης τετραγωνικής τιμής). Σε ακολουθιακή μορφή η αναδρομική σχέση για την μέθοδο Newton-Raphson είναι η εξής (πρόκειται για σχέση διανυσμάτων):

$$q_{n+1} = q_n - J(q_n)^{-1} \cdot (p_e(q_n) - x_e) \quad (2)$$

Ισοδύναμα, όμως, είναι υπολογιστικά ταχύτερο και αριθμητικά ευσταθέστερο, να επιλύσουμε το ισοδύναμο σύστημα, αντί να υπολογίσουμε τον αντίστροφο και έπειτα να πολλαπλασιάσουμε. Έτσι λύνουμε το εξής σύστημα ως προς $\Delta x = x_{n+1} - x_n$ θέτοντας έπειτα $x_{n+1} = x_n + \Delta x$:

$$J(q_n)(q_{n+1} - q_n) = x_e - p_e(q_n) \quad (3)$$

Θεωρούμε ότι η μέθοδος έχει συγκλίνει, και εκτελούμε επαναλήψεις μέχρι να συμβεί αυτό, όταν:

$$\max_{q_{i,n}: i\text{-οστή συντεταγμένη του } q \text{ στην } n\text{-οστή επανάληψη}} |q_{i,n}| < TOL \quad (4)$$

όπου $TOL = 10^{-3}$ καθώς θεωρούμε ότι προσφέρει επαρκή ακρίβεια.

2.2 Εξασφάλιση συνέχειας τροχιάς

Θεωρώντας μια συνεχή τροχιά $p_e(t)$ θέλουμε η τροχιά $q(t)$ που θα προκύψει να είναι και αυτή συνεχής (δηλαδή σε μικρές χρονικές μεταβολές, θέλουμε οι αρθρώσεις να έχουν μικρές γωνιακές μεταβολές). Στον H/Y, η τροχιά $x_e(t)$ δίνεται δειγματοληπτημένη $x_e[i] = x_e(i \cdot T_s)$ με συχνότητα έστω $f_s = \frac{1}{T_s}$ και ζητείται η αντίστοιχη δειγματοληπτημένη τροχιά $q[i] = q(i \cdot T_s)$. Έτσι, για τον υπολογισμό του $x_e[i] \rightarrow q[i]$ χρησιμοποιούμε ως αρχική προσέγγιση στην μέθοδο Newton-Raphson το $q[i-1]$. Θεωρώντας μια σχετικά υψηλή συχνότητα δειγματοληψίας, τα δείγματα $x_e[i]$ θα είναι κοντινά μεταξύ τους. Συνεπώς στην εξίσωση $p_e(q[i]) = x_e[i]$ υπάρχει μια λύση $q[i]$ που θα είναι κοντά στην $q[i-1]$, τόσο κοντά, ώστε να μην μεσολαβούν αλλαγές κλίσεις ("βουναλάκια") και έτσι μέθοδο Newton-Raphson με αρχική προσέγγιση την $q[i-1]$ θα συγκλίνει σε αυτή την λύση.

Με άλλα λόγια, με αυτό το τέχνασμα, επιτυγχάνουμε να μετασχηματίσουμε μια συνεχή τροχιά του τελικού εργαλείου δράσης σε μια συνεχή τροχιά για τις γωνιακές μετατοπίσεις των αρθρώσεων.

3 Χάραξη τροχιάς τελικού εργαλείου δράσης

3.1 Κινηματικό προφίλ

Στα άκρα του ημικυκλίου την μια στιγμή το τελικό εργαλείο κινείται επί κύκλου, δηλαδή η ταχύτητα είναι κάθετη στην ακτίνα και ακριβώς μετά κινείται πάνω σε μια ακτίνα, οπότε η ταχύτητα είναι συγγραμμική της ακτίνας. Συνεπώς, προκειμένου η ταχύτητα να είναι συνεχής, το τελικό εργαλείο πρέπει να σταματά πλήρως στα άκρα του ημικυκλίου.

Ακολουθούμε τραπεζοειδές προφίλ ταχύτητας όπως προτείνεται για τον σχεδιασμό τροχιάς στο [1], δηλαδή για κάθε τμήμα της τροχιάς, ξεκινώντας από στάση, υπάρχει μια φάση σταθερής επιτάχυνσης α και χρόνου Δt_{acc} , μια φάση σταθερής ταχύτητας χρόνου Δt_{cruise} με ταχύτητα $v_{cruise} = \alpha \cdot \Delta t_{acc}$ και μια φάση σταθερής επιβράδυνσης $-\alpha$ και διάρκειας $\Delta t_{stop} = \Delta t_{acc}$ που καταλήγει σε στάση.

3.2 Περιορισμοί

Κάθε τμήμα της τροχιάς διαρκεί:

$$\Delta t = 2 \cdot \Delta t_{acc} + \Delta t_{cruise} \quad (5)$$

και σε αυτό διανύεται συνολική απόσταση (με ολοκλήρωμα της τραπεζοειδούς ταχύτητας):

$$s = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot v_{cruise} \cdot \Delta t_{acc} + v_{cruise} \cdot \Delta t_{cruise} = v_{cruise} \cdot (\Delta t_{acc} + \Delta t_{cruise}) \quad (6)$$

Συνεπώς η χρονική διάρκεια του κάθε τμήματος τροχιάς γράφεται ως:

$$\Delta t = 2 \cdot \Delta t_{acc} + \Delta t_{cruise} = \Delta t_{acc} + \frac{s}{v_{cruise}} = \frac{v_{cruise}}{\alpha} + \frac{s}{v_{cruise}} \quad (7)$$

Η τροχιά που έχουμε, όπως εξηγήσαμε προηγουμένως, αποτελείται από ένα ημικύκλιο μήκους πr ένα ευθύγραμμο τμήμα μήκους $2r$, μεταξύ των οποίων αναγκαστικά μεσολαβεί στάση. Θεωρούμε ότι στα δύο τμήματα τροχιάς, επιθυμούμε ίδια επιτάχυνση α και ίδια ταχύτητα v_{cruise} στη φάση σταθερής ταχύτητας. Έτσι ο συνολικός χρόνος της κίνησης είναι:

$$\Delta t = \Delta t_{\eta\mu\iota\kappa\upsilon\lambda\iota\omicron} + \Delta t_{\delta\iota\alpha\mu\epsilon\tau\rho\omicron\varsigma} = \frac{v_{cruise}}{\alpha} + \frac{\pi r}{v_{cruise}} + \frac{v_{cruise}}{\alpha} + \frac{2r}{v_{cruise}} = 2 \cdot \frac{v_{cruise}}{\alpha} + \frac{(\pi + 2) \cdot r}{v_{cruise}} \quad (8)$$

Γνωρίζουμε όμως ότι η συνολική διάρκεια της κίνησης είναι προκαθορισμένη σταθερά Δt . Άρα πρέπει να διαλέξουμε α , v_{cruise} ώστε να ισχύει η 8. Επιθυμούμε φυσικά τα κατά δυνατόν μικρότερα. Ωστόσο, υπάρχουν περιορισμοί που πρέπει να ικανοποιούνται. Συγκεκριμένα πρέπει (και αρκεί) ο χρόνος επιτάχυνσης μαζί με τον χρόνο επιβράδυνσης να είναι μικρότεροι από τον χρόνο κίνησης κάθε τμήματος τροχιάς, δηλαδή πρέπει και αρκεί:

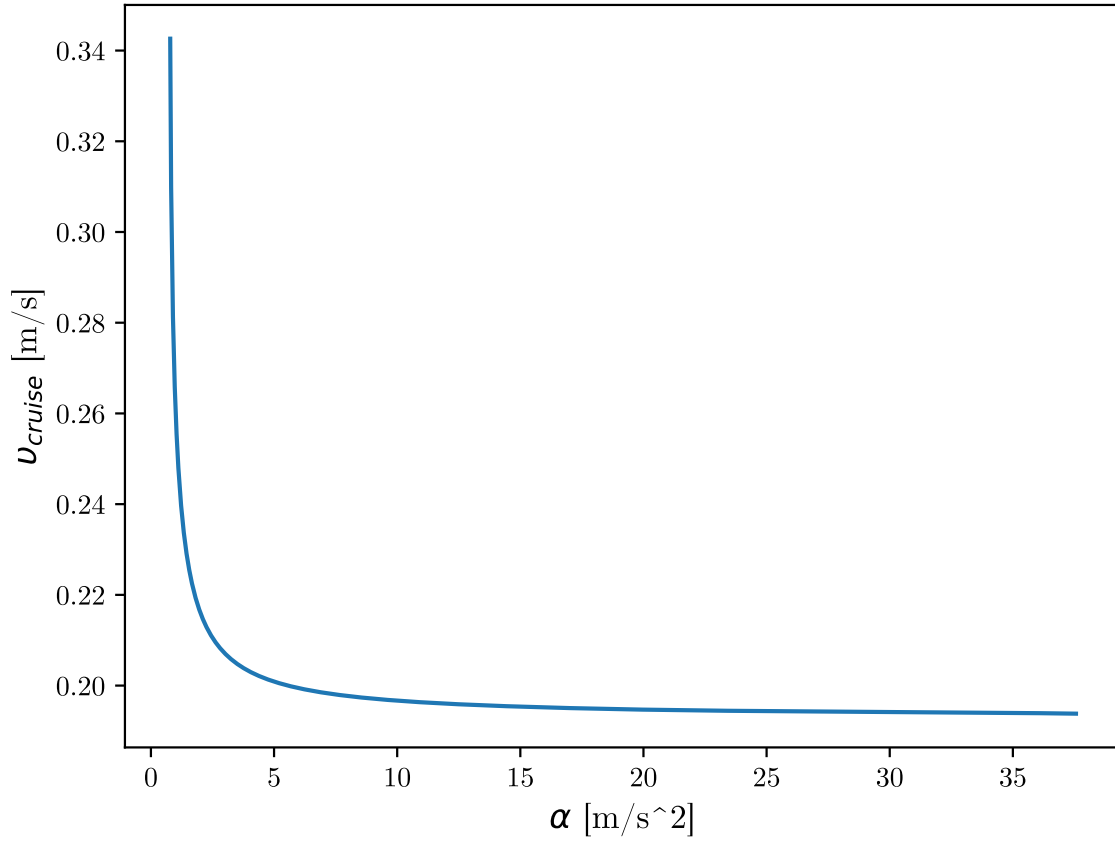
$$2 \cdot \frac{v_{cruise}}{\alpha} \leq \min\{\Delta t_{\eta\mu\iota\kappa\upsilon\lambda\iota\omicron}, \Delta t_{\delta\iota\alpha\mu\epsilon\tau\rho\omicron\varsigma}\} = \min_{s_i \in \{\pi r, 2r\}} \frac{v_{cruise}}{\alpha} + \frac{s}{v_{cruise}} \Leftrightarrow \frac{v_{cruise}}{\alpha} \leq \frac{2r}{v_{cruise}} \Leftrightarrow \frac{v_{cruise}^2}{\alpha} \leq 2r \quad (9)$$

3.3 Pareto βελτιστοποίηση

Συνοψίζοντας τα προηγούμενα, πρέπει να λύσουμε το πρόβλημα βελτιστοποίησης με περιορισμούς τις σχέσεις 8, 9 και στόχο να ελαχιστοποιήσουμε τα v_{cruise} και α .

Για το παραπάνω πρόβλημα βελτιστοποίησης υπολογίζουμε¹ (λύσεις για τις οποίες δεν υπάρχει καλύτερη λύση και ως προς την ταχύτητα και ως προς την επιτάχυνση) και τις απεικονίζουμε στο παρακάτω διάγραμμα Pareto front, όπου φαίνεται το trade-off μεταξύ της ελάχιστης ταχύτητας v_{cruise} και της ελάχιστης επιτάχυνσης α .

¹Λύνουμε τον περιορισμό 8 γράφοντας την α ως συνάρτηση της v και έπειτα δοκιμάζουμε τιμές για την v , ελέγχοντας αν ικανοποιείται ο περιορισμός 9.

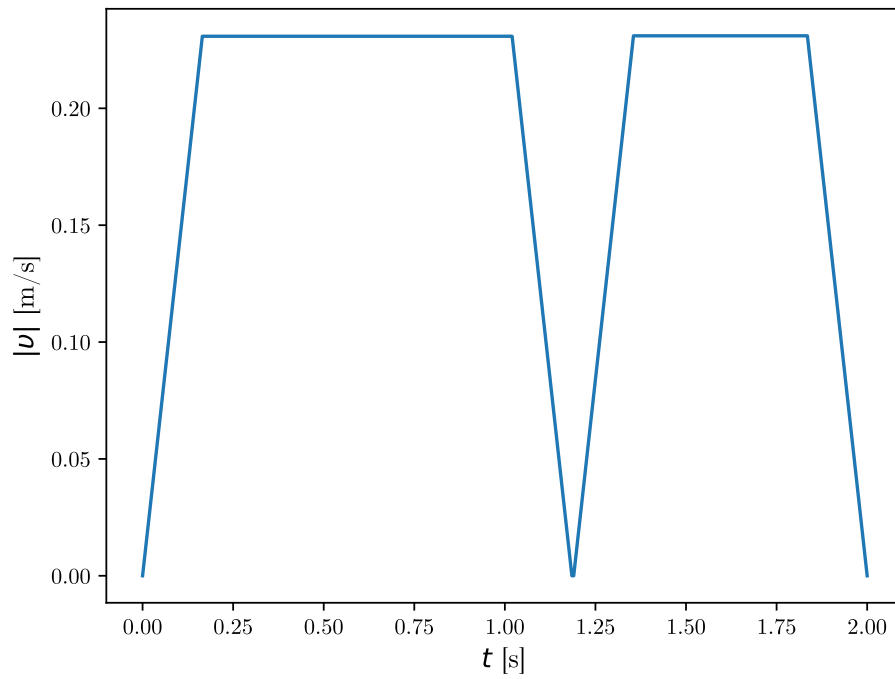


Σχήμα 1: Διάγραμμα Pareto front για το πρόβλημα βελτιστοποίησης πολλαπλών στόχων ταχύτητας v_{cruise} και επιτάχυνσης α

Το σημείο ($\alpha = 1.41\text{m/s}$, $v_{cruise} = 0.23\text{m/s}$) φαίνεται να αποτελεί ένα καλό σημείο trade-off μεταξύ της ελάχιστης ταχύτητας v_{cruise} και της ελάχιστης επιτάχυνσης α , και επιλέγεται για να χρησιμοποιηθεί παρακάτω.

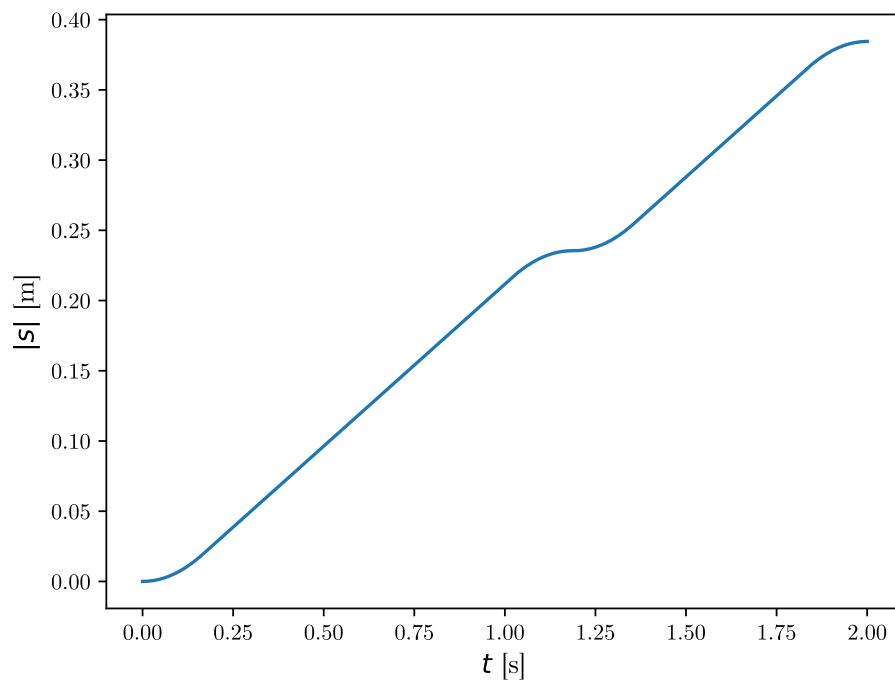
3.4 Τελική σχεδιασμένη τροχιά

Με βάση τα προηγούμενα, έχουμε προσδιορίσει ακριβώς το προφίλ της ταχύτητας στην τροχιά. Το διάγραμμα μέτρου γραμμικής ταχύτητας ως προς τον χρόνο είναι το εξής:



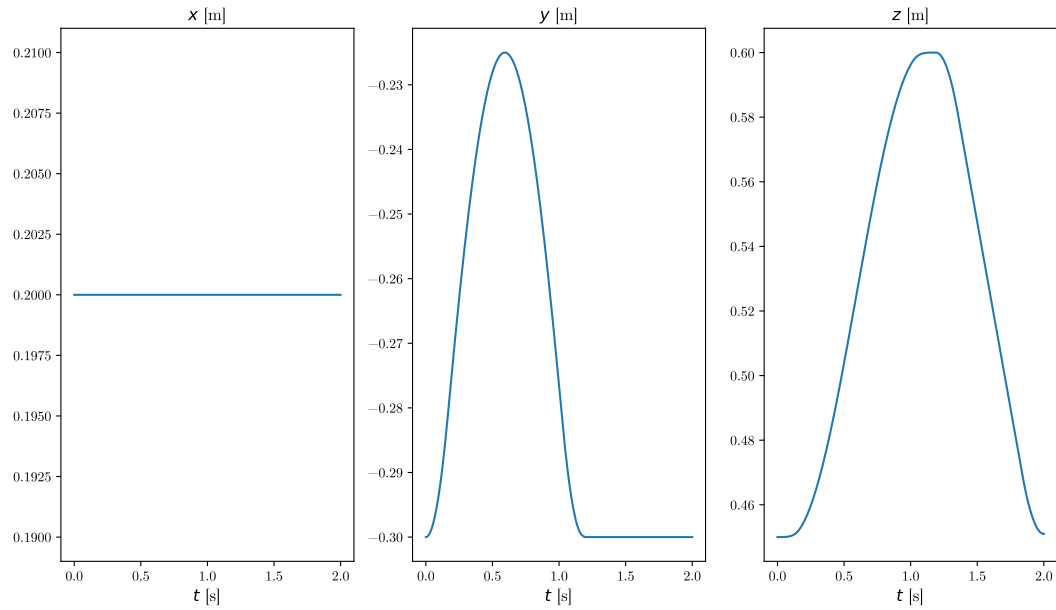
Σχήμα 2: Σχέδιο τροχιάς: Διάγραμμα μέτρου γραμμικής ταχύτητας τελικού εργαλείου - χρόνου

Ολοκληρώνοντας (έγινε αναλυτικά) λαμβάνουμε και το διανυόμενο διάστημα ως προς τον χρόνο:



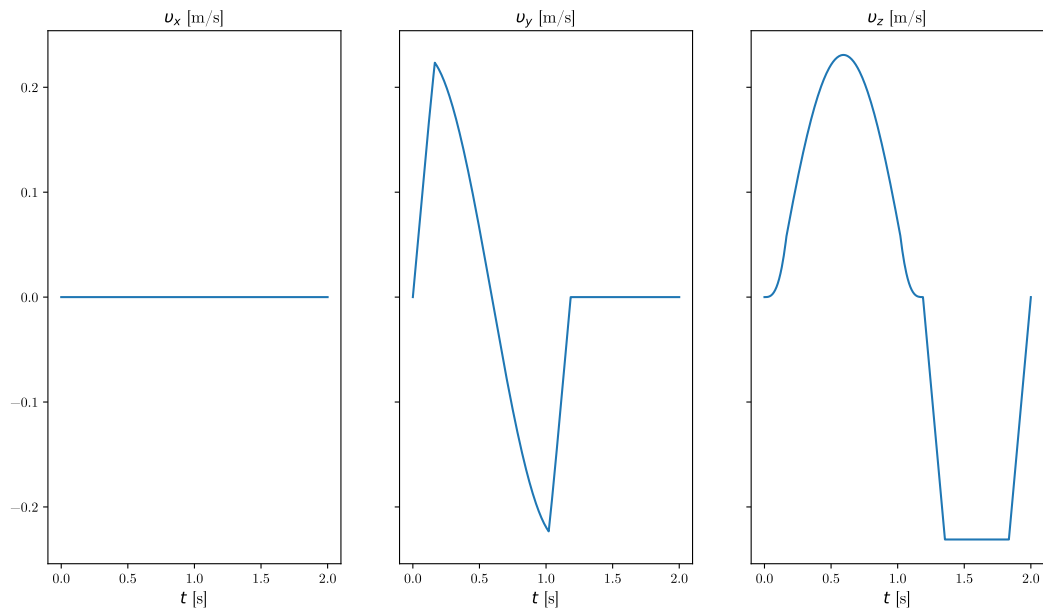
Σχήμα 3: Σχέδιο τροχιάς: Διάγραμμα διανυόμενου διαστήματος τελικού εργαλείου - χρόνου

Θεωρώντας την παραμετρική εξίσωση του κύκλου ως προς την γωνία και επειδή η γωνία είναι $\varphi = \frac{s}{R}$ υπολογίζουμε και τις καρτεσιανές συντεταγμένες της τροχιάς οι οποίες είναι οι εξής (στην ευθεία προκύπτει από το διάστημα):



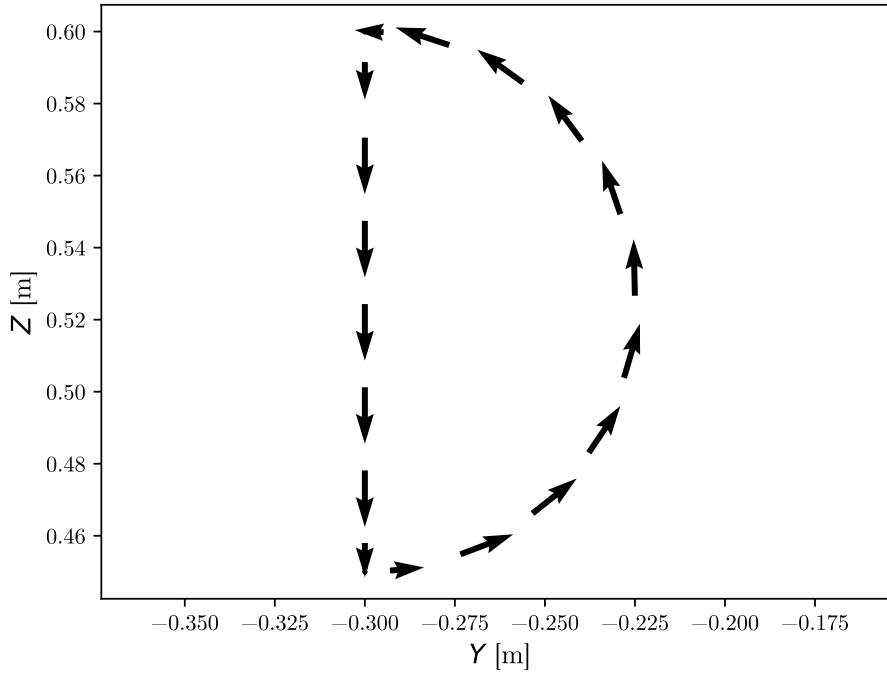
Σχήμα 4: Σχέδιο τροχιάς: Καρτεσιανές Συντεταγμένες τελικού εργαλείου

Έπειτα επειδή στην κυκλική τροχιά η ταχύτητα είναι κάθετη στην ακτίνα υπολογίζουμε και τις καρτεσιανές συντεταγμένες της τροχιάς οι οποίες είναι οι εξής:



Σχήμα 5: Σχέδιο τροχιάς: Καρτεσιανές Συντεταγμένες γραμμικής ταχύτητας τελικού εργαλείου

Τέλος σχεδιάζουμε την ταχύτητα σε διάγραμμα διανυσματικού πεδίου της θέσης ώστε να φανεί η ταχύτητα σε κάθε σημείο.



Σχήμα 6: Σχέδιο τροχιάς: Ταχύτητα ως διανυσματικό πεδίο της θέσης (Υ-Z επίπεδο)

4 Περιγραφή προσομοιωτικού μοντέλου

Θεωρούμε τους συνδέσμους και τις αρθρώσεις αβαρείς, ώστε να μπορούμε να θεωρήσουμε ότι με τους επενεργητές των αρθρώσεων μπορούμε να ρυθμίζουμε αυθαίρετα την γωνιακή επιτάχυνση κάθε άρθρωσης (με συνεχή τρόπο φυσικά).

Συνεπώς ως είσοδο του μοντέλου θεωρούμε την γωνιακή επιτάχυνση που ζητάμε από κάθε επενεργητή άρθρωσης να έχει.

Θεωρούμε ότι η είσοδος δίνεται στο μοντέλο με συχνότητα $f_s = 200\text{Hz}$ και θεωρούμε πως ανάμεσα των χρονικών στιγμών που δίνεται είσοδος επιταχύνσεων, οι γωνιακές επιταχύνσεις είναι σταθερές και ίσες με την τελευταία επιτάχυνση που δόθηκε. Συνεπώς το μοντέλο υπολογίζει τις νέες θέσεις των αρθρώσεων στην επόμενη χρονική στιγμή-δείγμα με τις εξής σχέσεις:

$$q[i+1] = q[i] + qd[i] \cdot T_s + \frac{1}{2} \cdot \text{INPUT}[i] \cdot T_s^2 \quad (10)$$

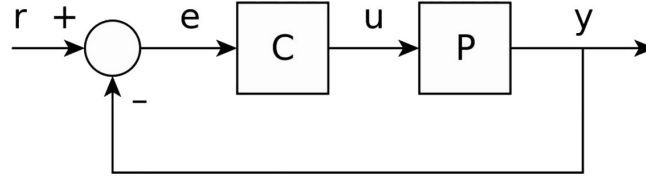
$$qd[i+1] = qd[i] + \text{INPUT}[i] \cdot T_s \quad (11)$$

όπου $qd[i]$ εσωτερική κατάσταση που αναπαριστά την τρέχουσα γωνιακή ταχύτητα κάθε άρθρωσης.

5 Έλεγχος PID – Είσοδος προσομοίωσης

Σε κάθε χρονική στιγμή $t[i]$, πρέπει να δίνουμε στο προσομοιωτικό μοντέλο είσοδο ένα διάνυσμα γωνιακών επιταχύνσεων των αρθρώσεων $\text{INPUT}[i]$ τέτοιο ώστε οι γωνιακές θέσεις στο προσομοιωτικό μοντέλο να παρακολουθούν το σχέδιο τροχιάς που σχεδιάστηκε παραπάνω.

Προκειμένου να το επιτύχουμε αυτό σχεδιάστηκε ελεγκτής PID. Πιο συγκεκριμένα ο ελεγκτής επιθυμούμε με είσοδο τις γωνιακές θέσεις που μας προκύπτουν από το προσομοιωτικό μοντέλο, να βγάζει ως έξοδο του τις γωνιακές επιταχύνσεις που πρέπει να δώσουμε στο μοντέλο. Τον ίδιο ελεγκτή PID θα χρειαζόμαστε στον πραγματικό κόσμο, αν αντί του μοντέλου είχαμε ένα φυσικό ρομποτικό μηχανισμό: με βάση τις μετρήσεις των γωνιών θα έπρεπε να υπολογίζουμε τις επιταχύνσεις, ισοδύναμα τις ροπές (υπενθυμίζεται ότι οι μάζες θεωρούνται αβαρείς σε σχέση με τις ροπές που μπορούν να ασκήσουν τα ηλεκτρικά μοτέρ των αρθρώσεων). Το σύστημα που χρησιμοποιούμε για κάθε άρθρωση είναι το παρακάτω:



Σχήμα 7: Σύστημα ελέγχου

όπου:

$$C(s) = K_p + K_i \cdot \frac{1}{s} + K_d \cdot s \quad (12)$$

Το ρομποτικό μοντελοποιητικό σύστημα έχει ως εισόδους επιταχύνσεις. Συνεπώς κάθε άρθρωση μοντελοποιείται ως διπλός ολοκληρωτής, δηλαδή:

$$P(s) = \frac{1}{s^2} \quad (13)$$

Το σύστημα κλειστού βρόχου έχει συνάρτηση μεταφοράς:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{CP}{1 + CP} = \frac{(K_p + K_i \cdot \frac{1}{s} + K_d \cdot s) \cdot \frac{1}{s^2}}{1 + (K_p + K_i \cdot \frac{1}{s} + K_d \cdot s) \cdot \frac{1}{s^2}} = \frac{K_d s^2 + K_p s + K_i}{s^3 + K_d s^2 + K_p s + K_i} \quad (14)$$

Πρέπει να διαλέξουμε τα (K_p, K_i, K_d) έτσι ώστε το σύστημα κλειστού βρόχου να είναι ασυμπτωτικά ευσταθές, δηλαδή ισοδύναμα το πολυώνυμο $s^3 + K_d s^2 + K_p s + K_i$ να έχει ρίζες στο αριστερό μιγαδικό ημιεπίπεδο. Επίσης θέλουμε η σύγκλιση να είναι επαρκώς γρήγορη ώστε το σύστημα να παρακολουθεί την τροχιά, πριν η τροχιά προλάβει να αλλάξει σημαντικά.

Για να επιλέξουμε τα κέρδη, έστω ότι μελετούμε σύστημα 2ης τάξης αντί 3ης:

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (15)$$

Θέλουμε μικρό χρόνο αποκατάστασης $t_{settling} = \frac{4}{\zeta\omega_n}$ (κριτήριο 2% της τελικής τιμής). Με δεδομένο ότι η κίνηση διαρκεί 2sec και βάζουμε εισόδους ανά $t_s = \frac{1}{f_s} = 5ms$ φαίνεται καλή ιδέα να απαιτήσουμε χρόνο αποκατάστασης 100ms, δηλαδή $\zeta\omega_n = \frac{4}{0.1} = 40$. Επιλέγουμε $\zeta = 1$ καθιστώντας το σύστημα κρίσιμα αποσβεσμένο, οπότε $\omega_n = 40$. Ο παρονομαστής της $G(s)$ (από την 15) είναι τότε: $s^2 + 80s + 1600 = (s + 40)^2$.

Επιστρέφοντας στην συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος που μελετάμε (της σχέσης 14) θέτουμε τους 2 πόλους στην τιμή $s = -80$ που θα είχε το 2ο-τάξιο σύστημα και τον 3ο πόλο σε τιμή $s = -50$, ώστε το σύστημα να συμπεριφέρεται προσεγγιστικά ως 2ο-τάξιο. Έτσι, ζητούμε η συνάρτηση μεταφοράς 14 να έχει παρονομαστή:

$$(s + 40)^2 \cdot (s + 50) = s^3 + 130s^2 + 5600s + 80000 \quad (16)$$

Συνεπώς με βάση τις 14, 16 θέτουμε $K_p = 5600, K_i = 80000, K_d = 130$.

Τέλος, στον Η/Υ, ο PID ελεγκτής υλοποιείται σε διακριτοποιημένη μορφή, όπως περιγράφεται στο [3]. Πιο συγκεκριμένα η έξοδος του PID υλοποιείται διακριτά ως εξής:

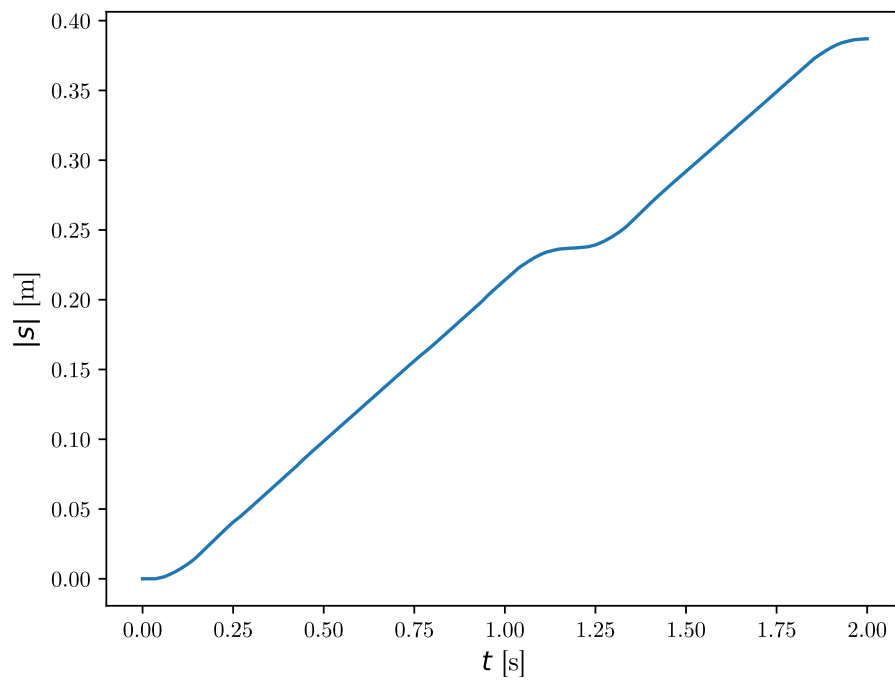
$$u[n] = u[n-1] + \left(K_p + K_i T_s + \frac{K_d}{T_s}\right) \varepsilon[n] + \left(-K_p - \frac{2K_d}{T_s}\right) \varepsilon[n-1] + \frac{K_d}{T_s} \varepsilon[n-2] \quad (17)$$

όπου $\varepsilon[n] = y[n] - r[n]$.

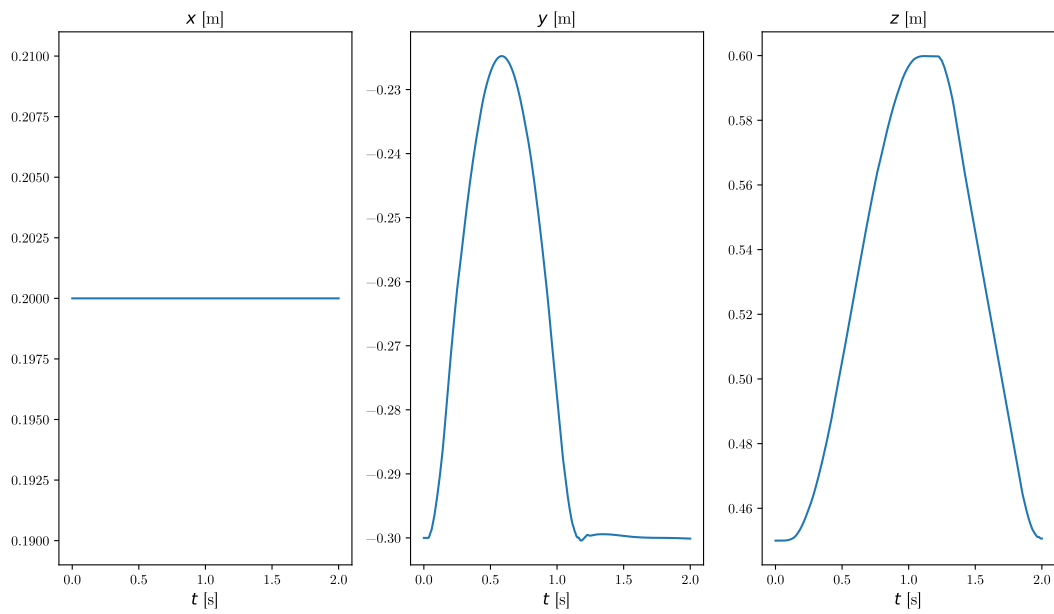
Παραπάνω $u[n]$ είναι η έξοδος του ελεγκτή (δηλ. η γωνιακές επιτάχυνση που θα μπουν ως είσοδος στον προσομοιωτικό μοντέλο), $y[n]$ είναι η μετρούμενη κατάσταση από το φυσικό σύστημα (δηλ. η μετρούμενη γωνιακή θέση της εκάστοτε άρθρωσης από το προσομοιωτικό μοντέλο) και $r[n]$ είναι η προσδοκώμενη μόνιμη κατάσταση (δηλ. η γωνιακή θέση που έχει κάθε χρονική στιγμή το σχέδιο τροχιάς που υπολογίσαμε παραπάνω).

6 Αποτελέσματα προσομοίωσης

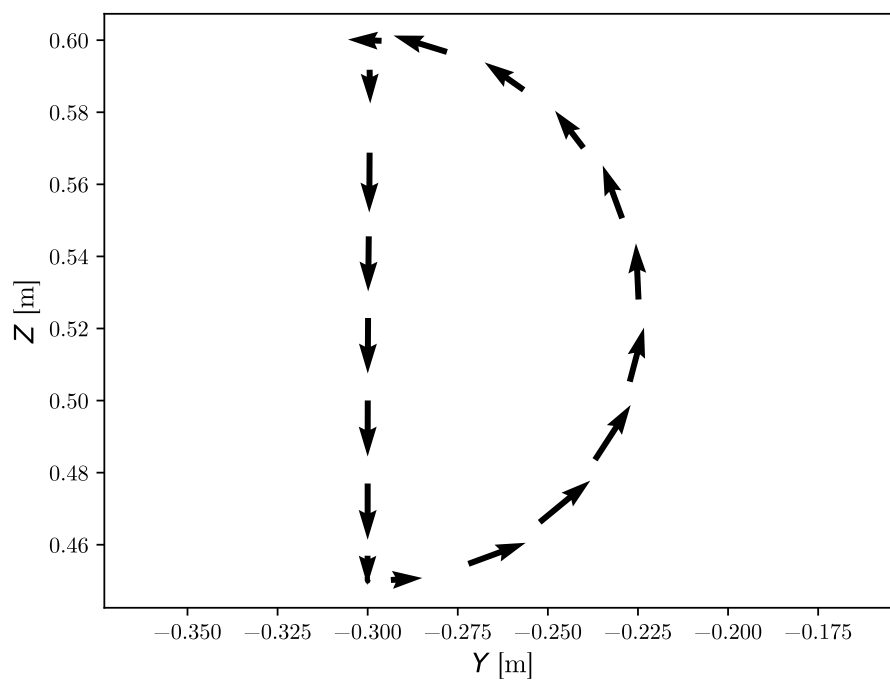
Εκτελέστηκε η προσομοίωση όπως παραπάνω. Κατά την εκτέλεση γίνεται real-time animation του ρομποτικού μηχανισμού και αυτό το animation έχει αποθηκευτεί και στο αρχείο animation.mp4. Προκύπτουν τα παρακάτω διαγράμματα:



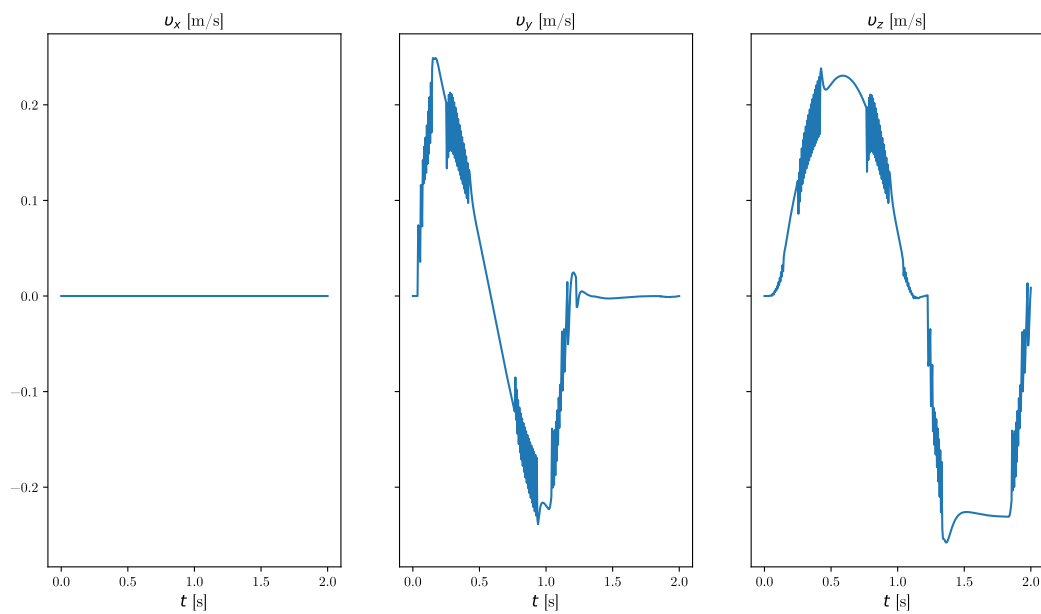
Σχήμα 8: Προσομοίωση: Διάγραμμα διανυόμενου διαστήματος τελικού εργαλείου - χρόνου



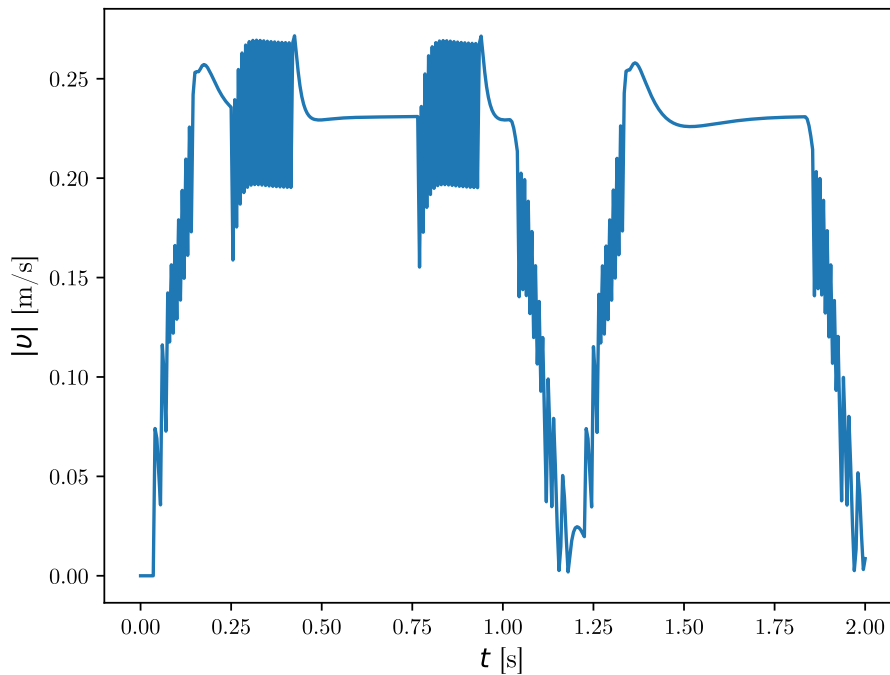
Σχήμα 9: Προσομοίωση: Καρτεσιανές Συντεταγμένες τελικού εργαλείου



Σχήμα 10: Προσομοίωση: Ταχύτητα ως διανυσματικό πεδίο της θέσης (Υ-Z επίπεδο)



Σχήμα 11: Προσομοίωση: Καρτεσιανές Συντεταγμένες γραμμικής ταχύτητας τελικού εργαλείου

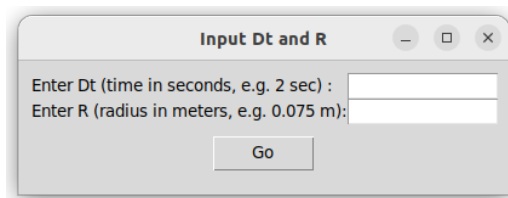


Σχήμα 12: Προσομοίωση: Διάγραμμα μέτρου γραμμικής ταχύτητας τελικού εργαλείου - χρόνου

Παρατηρούμε ότι ο ελεγκτής έχει καταφέρει παρακολουθήσει αρκετά καλά την θέση στο σχέδιο τροχιάς, το οποίο εξάλλου ήταν και ο στόχος που τέθηκε. Η ταχύτητα έχει κάποιο θόρυβο, αλλά αυτό δεν φαίνεται στο animation.

7 Διεπαφή χρήστη UI

Το πρόγραμμα έχει σχεδιαστεί παραμετροποιήσιμο με φιλικό τρόπο προς τον χρήστη. Ο χρήστης τρέχει το αρχείο `main.py`. Αρχικά, του εμφανίζεται η ακόλουθη Tkinter φόρμα:



Σχήμα 13: Γραφικό περιβάλλον διεπαφής χρήστη

Στην συνέχεια του εμφανίζεται ένα διάγραμμα όπου ο χρήστης καλείται να διαλέξει από το Pareto front διάγραμμα, την v_{cruise} και α που επιθυμεί. Γενικά προτείνεται να επιλέγει ένας συνδυασμός που ισορροπεί και τα δύο. Για τις σταθερές $R = 0.075m$, $\Delta t = 2s$, προτείνεται να επιλέγει $\alpha = 1.41m/s^2$, $v_{cruise} = 0.23m/s$.

Στην συνέχεια εμφανίζονται τα διαγράμματα του σχεδίου τροχιάς ένα προς έναν. **Προσοχή: για να εμφανιστεί το επόμενο διάγραμμα πρέπει ο χρήστης να κλείσει το τρέχον διάγραμμα με το κουμπί X του παραθύρου.**

Στην συνέχεια εκτελείται προσομοίωση. Εμφανίζεται ένα 3D animation της προσομοίωσης όλου του ρομποτικού μηχανισμού.

Έπειτα εμφανίζονται τα διαγράμματα που προέκυψαν από την προσομοίωση.

Βιβλιογραφία

[1] B. Siciliano, L. Sciacicco, L. Villani, and G. Oriolo, *Robotics*. Springer London, 2009.

- [2] Wikipedia, “Newton’s method — Wikipedia, the free encyclopedia.” <http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Newton's%20method&oldid=1205325071>, 2024. [Online; accessed 23-February-2024].
- [3] Wikipedia, “Proportional–integral–derivative controller — Wikipedia, the free encyclopedia.” <http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Proportional%E2%80%93integral%E2%80%93derivative%20controller&oldid=1208005380>, 2024. [Online; accessed 24-February-2024].

Κατάλογος σχημάτων

1	Διάγραμμα Pareto front για το πρόβλημα βελτιστοποίησης πολλαπλών στόχων ταχύτητας v_{cruise} και επιτάχυνσης a	4
2	Σχέδιο τροχιάς: Διάγραμμα μέτρου γραμμικής ταχύτητας τελικού εργαλείου - χρόνου	5
3	Σχέδιο τροχιάς: Διάγραμμα διανυόμενου διαστήματος τελικού εργαλείου - χρόνου	5
4	Σχέδιο τροχιάς: Καρτεσιανές Συντεταγμένες τελικού εργαλείου	6
5	Σχέδιο τροχιάς: Καρτεσιανές Συντεταγμένες γραμμικής ταχύτητας τελικού εργαλείου	6
6	Σχέδιο τροχιάς: Ταχύτητα ως διανυσματικό πεδίο της θέσης (Υ-Z επίπεδο)	7
7	Σύστημα ελέγχου	8
8	Προσομοίωση: Διάγραμμα διανυόμενου διαστήματος τελικού εργαλείου - χρόνου	9
9	Προσομοίωση: Καρτεσιανές Συντεταγμένες τελικού εργαλείου	9
10	Προσομοίωση: Ταχύτητα ως διανυσματικό πεδίο της θέσης (Υ-Z επίπεδο)	10
11	Προσομοίωση: Καρτεσιανές Συντεταγμένες γραμμικής ταχύτητας τελικού εργαλείου	10
12	Προσομοίωση: Διάγραμμα μέτρου γραμμικής ταχύτητας τελικού εργαλείου - χρόνου	11
13	Γραφικό περιβάλλον διεπαφής χρήστη	11