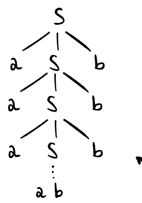
Robe

Considera la seguente grammatica: $G: S \to a$

$L(G) = \{a\}$ c'è qualcosa di pumpable? No, cioè $p = 1$

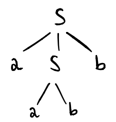
$S \to aSb \mid ab$ $\quad L(G) = \{a^n b^n \mid n > 0\}$ Qui sì, c'è qualcosa di pumpable.

Mostriamo l'albero di derivazione associato ad una certa parola:



Quale sarebbe la parte pumpable? Quale è la costante p tale per cui le parole possono essere "pumped"?

ALBERO PROFONDO



ALBERO PICCOLO

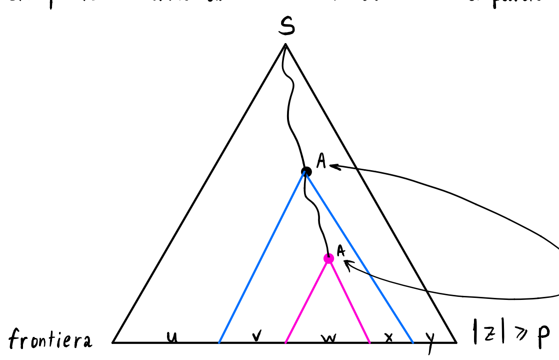
2 volte la S.

La costante p cui si fa riferimento nel pumping lemma è la lunghezza della parola in assoluto più lunga che uno può derivare mediante un albero di derivazione in cui, lungo ogni possibile cammino dell'albero, non c'è mai lo stesso non-terminale ripetuto.

Se ad un linguaggio appartiene una parola la cui lunghezza è maggiore di p, significa che quella parola si deriva mediante un albero in cui c'è almeno un cammino, dalla radice alla foglia, in cui un non-terminale è ripetuto due volte.

Che significa questo?

Sia questo l'enorme albero con cui deriviamo la parola in questione, z:

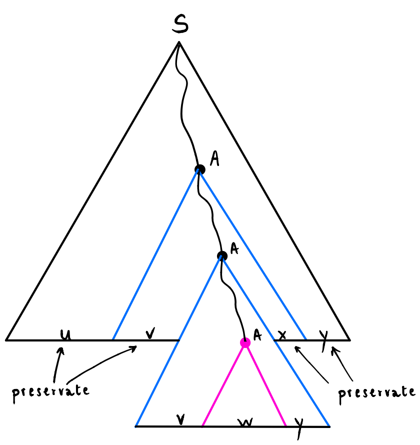


Siccome z è più lunga di p, e siccome p è in assoluto la lunghezza della parola più lunga che possiamo derivare, con la caratteristica che non ci sono non-terminali ripetuti in un qualunque cammino dalla radice ad una delle foglie...

↓

Vuol dire che, in qualche posizione, ho un non-terminale A.
Questa A avrà la sua frontiera, cioè da A derivo una sottostringa di z.
Dalla A che sta più in su nell'albero, avrò una qualche frontiera, che comprende la parte rosa...
...e in più ho queste due sezioni.
In pratica, z è suddivisibile in 5 sottostringhe, di cui 2 bilanciatamente pumpable, cioè z = uvwxy.

...E perché è pumpable?
Se io ho due alberi, l'albero azzurro e l'albero rosa, che comunque entrambi hanno una radice A, non posso escludere una derivazione fatta così:



In pratica, qui potrei applicare le medesime riscritture che avevo applicato nell'albero azzurro della figura precedente, per generare, al posto dell'alberino rosa, un albero che è esattamente isomorfo a quello azzurro (della figura precedente).
Ma se è isomorfo all'albero azzurro, questa cosa qua cotiene una A che ha un sottoalbero rosa...

Questo "scherzettino" qui lo posso ripetere tutte le volte che voglio; naturalmente anche 0 volte (che corrisponde a dire che questa A qua si espande secondo le derivazioni che rappresentano il sottoalbero rosa).
Se rappresento un albero rosa, vuol dire che alla mia frontiera mancherà la parte *v* e la pare *x* (pumping per i=0).

Lo scherzettino lo posso ripetere, e in generalo ho:
Se la parola è > di p, e p è questa costante che dice quanto è lunga la parola in assoluto più lunga che possiamo derivare, con la caratteristica che non ci sono non-terminali ripetuti in un qualunque cammino dalla radice ad una delle foglie, allora sicuramente c'è un cammino in cui è ripetuto un non-terminale, e da questo cammino nasce la porzione z = u **[vwx**] y, mentre la *w* nasce esattamente dal sottoalbero che è radicato nel punto in cui ho ripetuto il non-terminale. E allora, queste 2 parti le posso ripetere tante volte quante voglio.

Senza troppi dettagli, del tipo "perché v e x non sono entrambe nulle?"...