

Insegnamento di Metodi Numerici

Corso di Laurea Triennale in Ingegneria e Scienze Informatiche

Docenti: Lucia Romani e Damiana Lazzaro

23 Luglio 2020 - 9:00
ESAME ONLINE

2. Si considerino le matrici

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 8 & 4 & 0 & 0 \\ 4 & 4 & a & -1 \\ 0 & a & \frac{1}{2}(a+2)^2 & a+1 \\ 0 & -1 & a+1 & a+1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 8 & 4 & 0 & 0 \\ 4 & 4 & a & -1 \\ 0 & a & \frac{1}{2}(a+2)^2 & a+1 \\ 0 & -1 & a+1 & 2 \end{pmatrix}, \quad a \in \mathbb{R}.$$

- a) Esistono valori di a per cui le matrici \mathbf{A} e \mathbf{B} ammettono la fattorizzazione di Cholesky? In caso affermativo determinare uno di questi valori spiegando il ragionamento dietro la risposta data.

Punti: 4

- b) Detto a^* il valore del parametro determinato precedentemente ed indicata con \mathbf{M} la matrice che ne risulta, si risolva mediante l'algoritmo di fattorizzazione di Cholesky il sistema lineare $\mathbf{M}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ con $\mathbf{b} = (4, -1, -2, -3)^T$. (Implementare solo le function per la risoluzione dei sistemi triangolari).

Punti: 4

- c) È possibile risolvere il precedente sistema lineare $\mathbf{M}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ con l'algoritmo di fattorizzazione di Gauss senza pivoting? Motivare la risposta.

Punti: 3

- d) Sfruttare la fattorizzazione di Cholesky di \mathbf{M} per determinare sia $\det(\mathbf{M})$ che $\det(\mathbf{M}^{-1})$ svolgendo il minor numero di operazioni possibile. Quale risulta essere il numero di operazioni svolte nei due casi?

Punti: 5

Totale: 16