

# Insegnamento di Metodi Numerici

Corso di Laurea Triennale in Ingegneria e Scienze Informatiche

Docenti: Lucia Romani e Damiana Lazzaro

---

23 Luglio 2020 - 9:00  
ESAME ONLINE

---

1. Sia assegnata la funzione

$$f(x) = \sin(x) + \sin(5x), \quad x \in [0, 2\pi].$$

a) Si considerino le due sequenze di punti individuate dai seguenti vettori di ascisse e ordinate:

a.1)  $\mathbf{x}_1 = [0 : \pi/3 : 2 * \pi]$ ,  $\mathbf{y}_1 = f(\mathbf{x}_1)$ ;

a.2)  $\mathbf{x}_2 = [\pi/6, 2 * \pi/5, 4 * \pi/5, 8 * \pi/5, 11 * \pi/6]$ ,  $\mathbf{y}_2 = f(\mathbf{x}_2)$ .

Per ciascuna sequenza di punti si costruisca il polinomio di interpolazione di Lagrange.

Punti: 4

b) Si rappresentino in una stessa figura la funzione  $f$ , le due sequenze di punti in a.1) e a.2), e i corrispondenti polinomi di interpolazione (rispettivamente  $p_1(x)$  e  $p_2(x)$ ). Quale dei due approssima meglio  $f$ ?

Punti: 2

c) Scrivere il proprio codice Matlab per calcolare, con la formula dei Trapezi Composita su  $N$  sottointervalli equispaziati, i valori approssimati  $\tilde{I}_1$  e  $\tilde{I}_2$  degli integrali

$$I_1 = \int_0^{2\pi} p_1(x) dx \quad \text{e} \quad I_2 = \int_0^{2\pi} p_2(x) dx,$$

dove  $p_1(x)$  e  $p_2(x)$  sono i due polinomi precedentemente determinati. Per rappresentare  $p_1(x)$  e  $p_2(x)$  sotto forma di funzioni di  $x$  usare la loro rappresentazione nella base di Newton.

Punti: 5

d) Utilizzando la tecnica del raddoppio degli intervalli, scrivere la function `trapto11` per stimare il numero  $N$  di sottointervalli equispaziati che servono per approssimare con la formula dei Trapezi Composita gli integrali  $I_1$  e  $I_2$  nel rispetto della tolleranza  $10^{-4}$ . Quanto vale  $N$  nei due casi? Quanto valgono  $\tilde{I}_1$  e  $\tilde{I}_2$ ? Quale dei due integrali approssimati risulta essere una miglior approssimazione dell'integrale esatto di  $f$  in  $[0, 2\pi]$ ? Motivare la risposta.

Punti: 5

---

Totale: 16