

# Insegnamento di Metodi Numerici

Corso di Laurea Triennale in Ingegneria e Scienze Informatiche

Docenti: Lucia Romani e Damiana Lazzaro

---

12 Luglio 2021 - 9:00  
ESAME IN PRESENZA

---

1. Siano assegnati i punti del piano di coordinate  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 1, \dots, 4$  con

$$\begin{aligned} x_1 &= 0, & x_2 &= 4, & x_3 &= 0, & x_4 &= 5 \\ y_1 &= 0, & y_2 &= 0, & y_3 &= 4, & y_4 &= 6. \end{aligned}$$

Scrivere lo script Matlab/Python **es1** in cui

a) si costruisca il sistema lineare sovradeterminato ottenuto imponendo il passaggio della circonferenza di equazione  $x^2 + y^2 + a_1x + a_2y + a_3 = 0$  per i quattro punti assegnati, e si denotino con **A** e **b** la matrice dei coefficienti e il termine noto ottenuti;

Punti: 4

b) si determinino le matrici **Q** e **R** della fattorizzazione QR della matrice **A** ottenuta al punto a);

Punti: 4

c) si sfrutti la decomposizione QR ottenuta al punto b) per ottenere la soluzione **a**<sup>\*</sup> del problema ai minimi quadrati  $\min_{\mathbf{a} \in \mathbb{R}^3} \|\mathbf{A}\mathbf{a} - \mathbf{b}\|_2^2$ ;

Punti: 4

d) si calcoli il valore di  $\|\mathbf{A}\mathbf{a}^* - \mathbf{b}\|_2^2$  e, dopo averne determinato centro e raggio, si rappresentino in una stessa figura la circonferenza di equazione  $x^2 + y^2 + a_1^*x + a_2^*y + a_3^* = 0$  (individuata dalla soluzione **a**<sup>\*</sup> del problema ai minimi quadrati) e i quattro punti assegnati dal problema.

Punti: 4

---

Totale: 16