

Insegnamento di Metodi Numerici

Corso di Laurea Triennale in Ingegneria e Scienze Informatiche

Docenti: Lucia Romani e Damiana Lazzaro

1 Febbraio 2022 - 9:00
ESAME IN PRESENZA

1. Sia assegnata la matrice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & \alpha & \alpha \\ \alpha & 2\alpha & \alpha \end{bmatrix}$$

dipendente dal parametro $\alpha \in (0, \frac{2}{3}]$, la cui inversa è

$$\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{\alpha} & 0 \\ -1 & 0 & \frac{1}{\alpha} \\ 1 & \frac{1}{\alpha} & -\frac{1}{\alpha} \end{bmatrix}.$$

Scrivere lo script Matlab/Python `esercizio1` in cui

a) si calcoli l'espressione di $\|\mathbf{A}\|_1$ al variare di $\alpha \in (0, \frac{2}{3}]$ (senza far uso di built-in functions);

Punti: 2

b) si calcoli l'espressione di $\|\mathbf{A}^{-1}\|_1$ al variare di $\alpha \in (0, \frac{2}{3}]$ (senza far uso di built-in functions);

Punti: 2

c) si calcoli l'espressione del numero di condizionamento di \mathbf{A} in norma 1 al variare di $\alpha \in (0, \frac{2}{3}]$ (senza far uso di built-in functions), e se ne tracci un grafico per $\alpha \in (0, \frac{2}{3}]$;

Punti: 2

d) si dica per quale valore di α si ha il miglior condizionamento (in norma 1) della matrice \mathbf{A} ;

Punti: 3

e) si dica per quale valore di α si ha il peggior condizionamento (in norma 1) della matrice \mathbf{A} ;

Punti: 3

f) per $\alpha \in (0, \frac{2}{3}]$ e $\mathbf{b} = [-8, -1, 9]^T$

- si trovi il vettore soluzione \mathbf{x} del sistema lineare $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ facendo uso delle opportune built-in functions;

- si perturbi la matrice dei coefficienti della quantità

$$\delta\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.01 & 0.001 & 0.001 \\ 0 & 0.001 & 0.001 \\ 0 & 0.001 & 0.01 \end{bmatrix},$$

si calcoli l'errore relativo sui dati (in norma 1) e lo si confronti con l'errore relativo sulla soluzione. Che cosa si osserva? Come si motivano i risultati ottenuti?

Punti: 4

Totale: 16