

Trabalho Computacional de Programação Linear – 2018/1
Método de 2 Fases (implícito o Simplex)
Data de Entrega: 08/06/2017 (sexta-feira)
Prof^a. Maria Cristina Rangel

Importante:

- Enviar o arquivo fonte para crangel@inf.ufes.br utilizando o subject: Trabalho Computacional PL:nome1:nome2
- O trabalho pode ser feito em dupla

Implementar o **Método de 2 Fases** para resolver um Problema de Programação Linear (PPL):

maximiza ou minimize $z = \mathbf{c}\mathbf{x}$

sujeito a $\mathbf{A}\mathbf{x} \leq$ ou \geq ou $= \mathbf{b}$, sendo $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{c} \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^m$, $\mathbf{A}_{m \times n}$

O programa deverá ter como dados de entrada o problema digitado como acima descrito. Considerar sempre os vetores $\mathbf{x} \geq 0$ e $\mathbf{b} \geq 0$, isto é, todas as componentes são maiores ou iguais a zero. Ao final da leitura, o problema deve estar na **Forma Padrão** (um problema de minimizar com todas as variáveis de folga e artificiais definidas).

1. ler se o problema é de maximizar ou minimizar através do string “max” ou “min”
2. ler as dimensões da matriz $\mathbf{m} \times \mathbf{n}$, sendo \mathbf{m} =número de restrições e \mathbf{n} =número de variáveis naturais
3. ler as componentes do vetor \mathbf{c} (original)
4. ler as linhas da matriz com seus respectivos sinais \leq ou \geq ou $=$
5. o problema deve ser transformado para **Forma Padrão**: um problema de minimizar com todas as variáveis de folga
6. lembrar que sua implementação, no caso de haver necessidade da primeira fase, deve contemplar a função objetivo artificial \mathbf{z}_a e todas as variáveis artificiais \mathbf{x}_i^a .

Como saída de dados o programa deverá informar:

1. o valor de \mathbf{z}_a^* informando se existe ou não solução para o PPL. No caso não de não haver solução, informar que o conjunto de soluções viáveis do PPL é vazio.
2. o valor de \mathbf{z}^* , respectivo \mathbf{x}^* e se é solução **única** ou **múltipla** e se possui característica de **solução degenerada**, isto é, pelo menos uma variável básica nula.
3. No caso de não haver solução, informar se $\mathbf{z} = -\mathbf{inf}$ (infinito).
4. imprimir todos os quadros tableaus de cada iteração para indicar as trocas de variáveis da base.

Exemplos para os dois casos nas folhas seguintes.

Exemplo 1: Quando há necessidade da primeira fase (a origem não está no conjunto de soluções viáveis)

$$\begin{aligned} \min z &= 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 \\ \text{sa} \quad x_1 + x_2 + x_3 &\leq 4 \\ x_2 - 3x_3 &\leq 3 \\ 6x_1 - x_2 + x_3 &\geq 4 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

Entrada de dados para esse problema:

$$\begin{aligned} \min \\ 3 \ 3 \\ 2 \ -4 \ 3 \\ 1 \ 1 \ 1 \ \leq 4 \\ 0 \ 1 \ -3 \ \leq 3 \\ 6 \ -1 \ 1 \ \geq 4 \end{aligned}$$

Escrevendo na Forma Padrão para construir a matriz de dados de entrada (necessidade de uma $x_1^a \geq 0$):

$$\begin{aligned} \min z &= 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 \\ \text{sa} \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 4 \\ x_2 - 3x_3 + x_5 &= 3 \\ 6x_1 - x_2 + x_3 - x_6 &= 4 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 &\geq 0 \end{aligned}$$

Então, introduzindo as variáveis artificiais e a função $z_a = x_1^a$

$$\begin{aligned} \min z_a &= x_1^a \\ \min z &= 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 \\ \text{sa} \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 4 \\ x_2 - 3x_3 + x_5 &= 3 \\ 6x_1 - x_2 + x_3 - x_6 + x_1^a &= 4 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_1^a &\geq 0 \end{aligned}$$

Depois da interpretação dos sinais das linhas da matriz, inserção das variáveis de folga e artificiais, bem como, a função objetivo artificial, os seus dados devem ser capazes de manipular uma matriz que represente o tableau do algoritmo.

$$\begin{array}{cccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \text{vetor custo da função objetivo artificial} \\ 0 & -2 & 4 & -3 & 0 & 0 & 0 & \text{vetor custo da função objetivo} \\ 4 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & \text{termo independente e a matriz} \\ 3 & 0 & 1 & -3 & 0 & 1 & 0 & \\ 4 & 6 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{array}$$

Saída: $z^* = -9.142$ $x^* = (1.142 \ 2.857 \ 0 \ 0 \ 0.142 \ 0)$
solução única (aqui não imprimi os quadros !! mas é para imprimir todos)

Obs.: não esquecer que restrições de igualdade possuem apenas variáveis artificiais.

Exemplo 2: Quando não há necessidade da primeira fase (a origem está no conjunto de soluções viáveis, utilizando Método Simplex direto)

$$\begin{aligned} \max z &= -2x_1 + 4x_2 - 3x_3 \\ \text{sa} \quad x_1 + x_2 + x_3 &\leq 4 \\ x_2 - 3x_3 &\leq 3 \\ 6x_1 - x_2 + x_3 &\leq 4 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

Entrada de dados para esse problema:

```
max
3 3
-2 4 -3
1 1 1 <= 4
0 1 -3 <= 3
6 -1 1 <= 4
```

Escrevendo na Forma Padrão para construir a matriz de dados de entrada:

$$\begin{aligned} \min z &= 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 \\ \text{sa} \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 4 \\ x_2 - 3x_3 + x_5 &= 3 \\ 6x_1 - x_2 + x_3 + x_6 &= 4 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 &\geq 0 \end{aligned}$$

Depois da interpretação dos sinais das linhas da matriz, inserção das variáveis de folga, os seus dados devem ser capazes de manipular uma matriz que represente o tableau do algoritmo.

```
0 -2 4 -3 0 0 0    vetor custo e espaço para valor da função z
4 1 1 1 1 0 0      matriz e termo independente
3 0 1 -3 0 1 0
4 6 -1 1 0 0 1
```

Saída: $z^* = 14.25$ $x^* = (0 \ 3.75 \ 0.25 \ 0 \ 0 \ 7.50)$

solução única (aqui não imprimir os quadros!! mas é para imprimir todos)