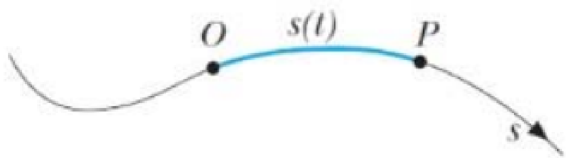
1 Moti su traiettoria curvilinea

1.1 Accelerazione tangenziale e normale

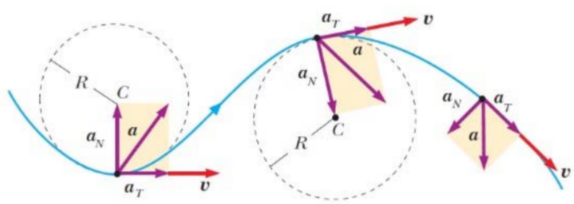
Quando conosco la traiettoria conosco anche il versore tangente e il versore normale. Il versore tangente è diretto nella direzione della velocità e il versore normale è diretto verso la concavità della traiettoria. $s(t)$ è la posizione P, $\bar{v} = \frac{d\bar{r}}{dt} =$



▲ Figura 1.14 Ascissa curvilinea del punto P (O è l'origine fissata sulla traiettoria).

Figure 1: $d\bar{r} = ds \cdot \bar{u}_t$

$\frac{ds\bar{u}_t}{dt} = \frac{ds}{dt}\bar{u}_t = v_s\bar{u}_t$ dove v_s è la velocità scalare.

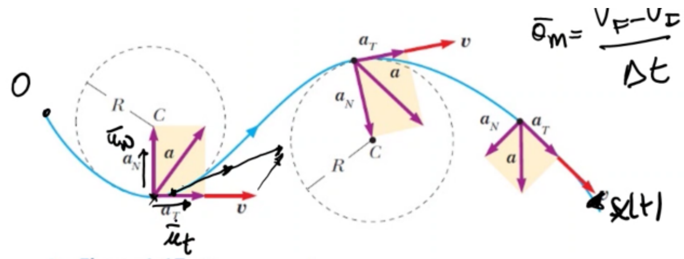


▶ Figura 1.15 Componenti dell'accelerazione di un punto lungo una traiettoria.

$$\bar{a} = \frac{d\bar{v}}{dt}$$

$$\bar{a}_m = \frac{\bar{v}_f - \bar{v}_i}{\Delta t}$$

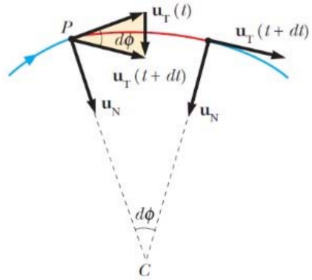
$$\bar{a} = \frac{dv_x}{dt}\bar{u}_x + \frac{dv_y}{dt}\bar{u}_y + \frac{dv_z}{dt}\bar{u}_z = a_x\bar{u}_x + a_y\bar{u}_y + a_z\bar{u}_z$$



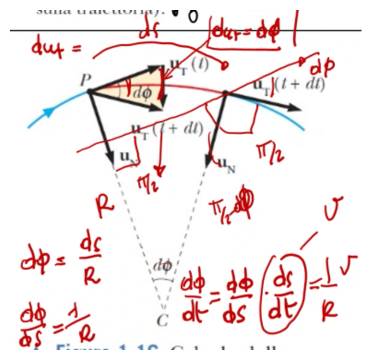
▶ **Figura 1.15** Componenti dell'accelerazione di un punto lungo una traiettoria.

Cerchio osculatore: è il cerchio che meglio approssima la traiettoria in un punto. Più la curva è piana più il cerchio osculatore è grande e viceversa.

$\bar{u}_n$ è diretto verso la concavità

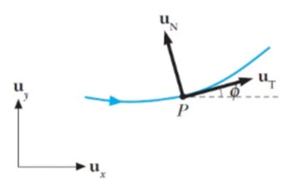


▲ **Figura 1.16** Calcolo della componente normale dell'accelerazione.



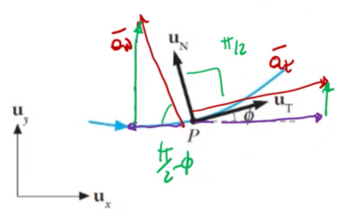
$$\bar{a} = \frac{d(v\bar{u}_t)}{dt} = \frac{dv}{dt}\bar{u}_t + v\frac{d\bar{u}_t}{dt} = \bar{a}_t + v\frac{d_\phi \cdot \bar{u}_n}{dt} = \frac{dv}{dt}\bar{u}_t + \frac{v^2}{R}\bar{u}_n$$

1.2 Accelerazione centripeta



▲ **Figura 1.17** Versori di un sistema di coordinate cartesiane ($\mathbf{u}_x$, $\mathbf{u}_y$) e di un sistema di coordinate tangente-normale ($\mathbf{u}_T$, $\mathbf{u}_N$) per la rappresentazione dell'accelerazione in un moto piano.

vedi cosa è l'accelerazione centripeta, centra con il vettore perpendicolare al punto.



$$\bar{v} = v_s\bar{u}_t = \frac{ds}{dt}\bar{u}_t$$
$$\bar{a} = \frac{dv_s}{dt}\bar{u}_t + \frac{v^2}{R}\bar{u}_n$$

$$\bar{r} = x(t)\bar{u}_x + y(t)\bar{u}_y$$

$$\bar{v} = \frac{d\bar{x}}{dt}\bar{u}_x + \frac{d\bar{y}}{dt}\bar{u}_y$$

$$\bar{a} = \frac{d\bar{v}}{dt} = \frac{d^2\bar{x}}{dt^2}\bar{u}_x + \frac{d^2\bar{y}}{dt^2}\bar{u}_y + \dots$$

$$\bar{a}_x = a_x \cdot \bar{u}_x$$

$$\begin{cases} a_x = \frac{dv_s}{dt} \cdot \cos(\phi) - \frac{v^2}{R} \cdot \cos(\pi/2 - \theta) = \frac{dv_s}{dt} - \frac{v^2}{R} \cdot \sin(\phi) \\ a_y = \frac{dv_s}{dt} \cdot \sin(\phi) + \frac{v^2}{R} \cdot \sin(\pi/2 - \theta) = \frac{dv_s}{dt} + \frac{v^2}{R} \cdot \cos(\phi) \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_x = v_s \cdot \cos(\phi) \\ v_y = v_s \cdot \sin(\phi) \end{cases}$$