Sistemi di Elaborazione

Andrea Bellu

2023/2024

Contents

1 Introduzione

La macchina di Turing è una macchina teoretica che può essere usata per simulare il funzionamento di un computer.
Turing $\iff$ Funzione Ricorsiva (teoria logica dell'aritmetica).
Logica: Logica del Primo Ordina $\implies$ Logica Proposizionale
Teoria: Teoria Logica.
Ci sono cose che un sistema di elaborazione non può fare.
Tutto ciò finisce all'interno delle CPU (Central Processing Unit).
Parleremo di Cache e dei cenni su due architetture, quali: GPU e Quantum Computing.
Una volta costruito l'hardware, bisogna scrivere il software, degli algoritmi per gestirlo.

2 Connettivi Proposizionali

La logica proposizionale è un metodo per calcolare il valore di verità di una proposizione. Il simbolo di vero è 1, mentre il simbolo di falso è 0.

2.1 Negazione NOT

Se A è una frase $\neg A$ è la negazione di A. Quando A è vera, $\neg A$ è falsa e viceversa.

A	$\neg A$
1	0
0	1

2.2 Congiunzione AND

Se A e B sono frasi, $A \land B$ è la congiunzione di A e B. $A \land B$ è vera solo se entrambe A e B sono vere.

A	B	$A \land B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

2.3 Disgiunzione OR

La disgiunzione delle frasi A e B è indicata dal simbolo $A \lor B$. $A \lor B$ è vera se almeno una delle due frasi è vera.

A	B	$A \lor B$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

2.4 Implicazione condizionale o materiale

Date due frasi, A e B, l'implicazione condizionale è indicata con $A \implies B$. L'implicazione è falsa solo quando A è vera e B è falsa. Si può leggere come "se A allora B". Per capire l'idea che sta alla base del condizionale, si pensi alla frase:

"Per ogni x, se x è un numero intero positivo dispari, allora x^2 è un numero intero positivo dispari."

1. Se il connettivo è $\neg$ e precede una forma enunciativa $\mathcal{B}$, ripristinare le parentesi sinistra e destra per ottenere $(\neg\mathcal{B})$;
2. Se il connettivo è binario $\blacksquare$ ed è preceduto da una forma enunciativa $\mathcal{B}$ e seguito da una forma enunciativa $\mathcal{D}$, ripristinare le parentesi sinistre e destre per ottenere $(\mathcal{B} \blacksquare \mathcal{D})$;
3. Se né 1 né 2 si possono applicare, si ignori temporaneamente il connettivo e si trovi il connettivo non modificato più a sinistra e con maggiore priorità, e ripetere 1-3 per quel connettivo.

Ad esempio:

$$A \iff \neg B \lor C \implies A$$
$$A \iff (\neg B) \lor C \implies A$$
$$A \iff ((\neg B) \lor C) \implies A$$
$$A \iff ((\neg B) \lor C) \implies A)$$
$$(A \iff ((\neg B) \lor C) \implies A))$$

Figure 1: Convenzioni tra parentesi

A	B	$A \implies B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

2.5 Bicondizionale

Il bicondizionale è indicato con $A \iff B$. Il bicondizionale è vero se entrambe le frasi sono vere o entrambe le frasi sono false.

A	B	$A \iff B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

2.6 Forme enunciative FINIRE

2.7 Convenzioni tra parentesi

2.8 Esercizio 1

2.9 Forma enunciativa soddisfacibile

Diremo che una forma enunciativa è soddisfacibile se è vera per qualche assegnazione di valori di verità 1.

Esercizio 1.1. Si scriva la tabella di verità della forma enunciativa $((A \iff B) \implies ((\neg A) \wedge B))$

((	A	$\iff$	B	)	$\implies$	((	$\neg$	A	)	$\wedge$	B	))
	0	1	**0**		**0**		1	**0**		**0**	**0**	
	0	**0**	1		1		1	**0**		1	1	
	1	**0**	**0**		1		**0**	1		**0**	**0**	
	1	1	1		**0**		**0**	1		**0**	1	

Figure 2: Esercizio 1

3 Tautologie e Contraddizioni

3.1 Tautologia

Una forma enunciativa è una tautologia se è vera per ogni assegnazione di valori di verità.

A	B	$A \vee \neg A$
1	0	1
0	1	1

Esercizio 2.2

Esercizio 2.2. Si determini se $((A \iff ((\neg B) \vee C)) \implies ((\neg A) \implies B))$ è una tautologia.

((	A	$\iff$	((	$\neg$	B	)	$\vee$	C	))	$\implies$	((	$\neg$	A	)	$\implies$	B	))	
										0								Cerchiamo di rendere falso il condizionale
		1													**0**			Consideriamo la parte destra
												1				**0**		A e B sono **0**
	0						**0**											Cerchiamo di rendere falsa la disgiunzione
				0	1			**0**										Contraddizione: B è **0**

È quindi impossibile per la forma essere falsa.

Figure 3: Esercizio 2.2

3.2 Contraddizione

Una forma enunciativa è una contraddizione se è falsa per ogni assegnazione di valori di verità.

A	B	$A \wedge \neg A$
1	0	0
0	1	0

4 Implicazione ed Equivalenza logica

4.1 Implicazione logica

B implica logicamente C o analogamente C è una conseguenza logica di B $\iff$ ogni assegnamento di verità alle lettere enunciative di B e C che rende B vera (con valore 1), rende vera anche C.

4.2 Equivalenza logica

B e C sono logicamente equivalenti se e solo se B e C hanno lo stesso valore di verita per ogni assegnazione di valori di verita di ogni lettera enunciativa di B e C.

5 Connettivi e porte logiche

Ogni funzione di verita‘ e generata da una forma enunciativa che coinvolge i ‘ connettivi $\neg, \wedge, \vee$.

Ogni funzione di verità può essere generata da una forma enunciativa che coinvolge i connettivi $\neg, \wedge, \vee$.

NOR joint denial

A	B	$A \downarrow B$
1	1	0
1	0	0
0	1	0
0	0	1

NAND

A	B	$A \vert B$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	1

Le porte logiche sono HW fondamentale su cui sono costruiti i computer.

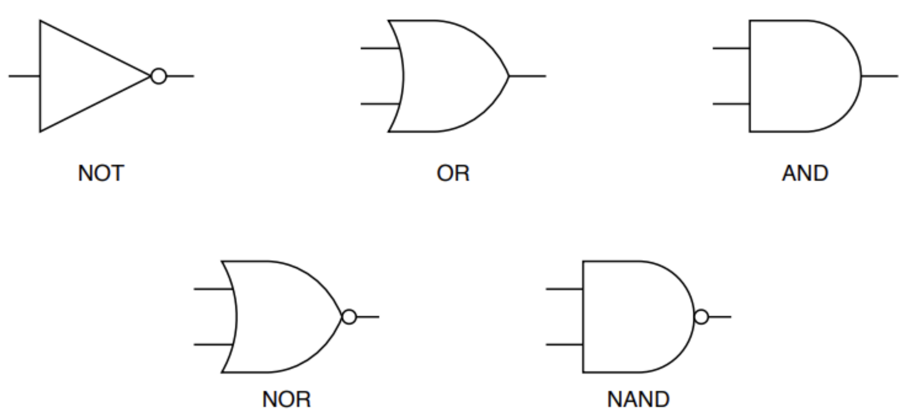

Figure 4: Porte logiche

5.1 Transistor

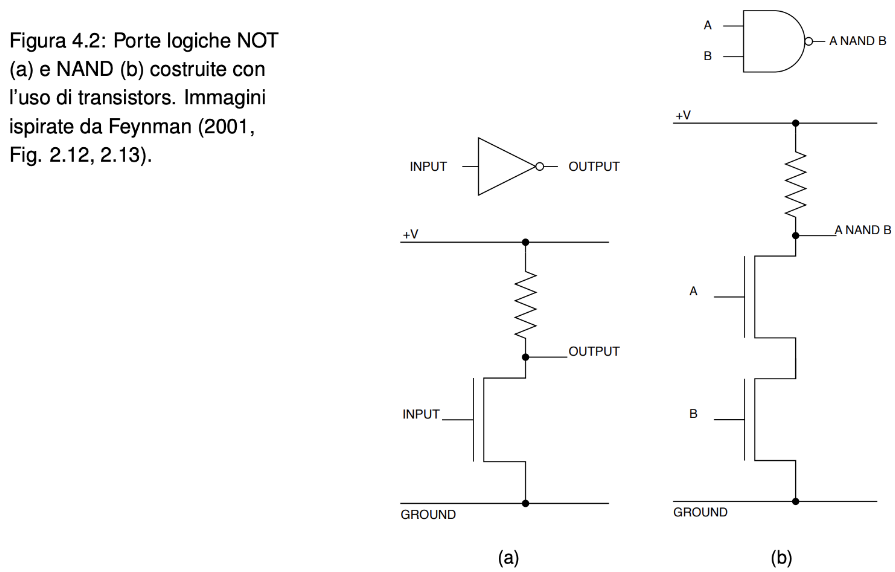

Figure 5: Transistor

6 Forme normali e implicazionie ogica via risoluzione

7 Teoria assiomatica per il calcolo proposizionale

$$B \implies C = \neg B \vee C$$

- $(B \implies (C \implies B)) = B \implies (B \vee \neg C)$
- $((B \implies (C \implies D))) \implies ((B \implies C) \implies (B \implies D)) =$
  $= ((B \implies (B \implies B \implies B))) \implies ((B \implies C) \implies (B \implies D))$
- $(((\neg C) \implies (-B)) \implies (((\neg C) \implies B) \implies C)) = (C \vee \neg B) \implies ((C \vee B) \implies C)$