# Fisica Sperimentale

Andrea Bellu

2023/2024

## Contents

# 1 Cinematica

## 1.1 Unità di misura-grandezze fondamentali

1. **Lunghezza (m)**: Misura l'estensione di un oggetto in una direzione specifica.
2. **Massa (kg)**: Misura la quantità di materia in un corpo.
3. **Tempo (s)**: Misura la durata di un evento o intervallo tra due istanti.
4. **Densità ($\frac{kg}{m^3}$)**: Misura la quantità di massa contenuta in un certo volume.
5. **Corrente elettrica (A)**: Misura la quantità di carica elettrica che fluisce attraverso un circuito in un certo tempo.

Il sistema che ha definito le precedenti unità di misura come fondamentali è il **Sistema Internazionale (SI) (MKSA)**.

## 1.2 Velocità

$$\text{Velocità} = \frac{\text{spazio percorso}}{\text{tempo impiegato}}$$

L'unità di misura della velocità è il $\frac{m}{s}$ ed è detta unità di misura derivata in quanto è ottenuta da unità di misura fondamentali.
La fisica è fatta di misurazioni, ma le misurazioni comportano errori e quindi è necessario definire la precisione di una misurazione.

## 1.3 Notazione scientifica

Fondamentale per esprimere numeri molto grandi o molto piccoli.

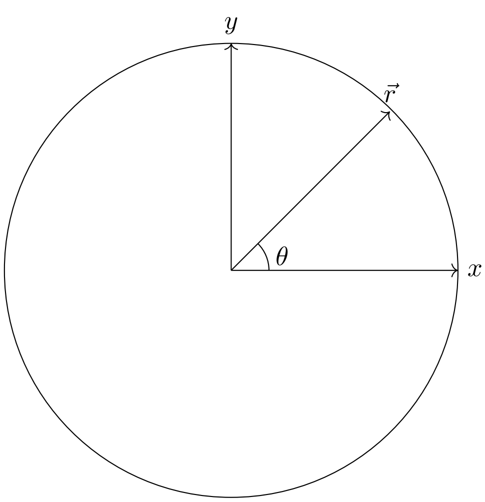
## 1.4 Multipli e sottomultipli

- $10^{1}5$ = Peta (P)
- $10^{1}2$ = Tera (T)
- $10^9$ = Giga (G)
- $10^6$ = Mega (M)
- $10^3$ = Kilo (K)
- $10^{-3}$ = Milli (m)
- $10^{-6}$ = Micro ($\mu$)
- $10^{-9}$ = Nano (n)
- $10^{-12}$ = Pico (p)
- $10^{-15}$ = Femto (f)
- $10^{-18}$ = Atto (a)

## 1.5 Grandezze fisiche

| Grandezza | Simbolo | Unità di misura | Dimensioni | Unità SI |
|---|---|---|---|---|
| Velocità | $\bar{v}$ | $\frac{m}{s}$ | $L \cdot T^{-1}$ | $m \cdot s^{-1}$ |
| Accelerazione | $\bar{a}$ | $\frac{m}{s^2}$ | $L \cdot T^{-2}$ | $m \cdot s^{-2}$ |
| Accelerazione angolare | $\alpha$ | $\frac{rad}{s^2}$ | $T^{-2}$ | $rad \cdot s^{-2}$ |
| Densità | $\rho$ | $\frac{kg}{m^3}$ | $M \cdot L^{-3}$ | $kg \cdot m^{-3}$ |
| Lunghezza | $L$ | $m$ | $L$ | $m$ |
| Massa | $m$ | $kg$ | $M$ | $kg$ |
| Tempo | $t$ | $s$ | $T$ | $s$ |
| Energia | $E,\ U,\ K$ | $J$ | $\dfrac{M \cdot L^2}{T^2}$ | $kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$ |
| Frequenza | $f$ | $Hz$ | $T^{-1}$ | $s^{-1}$ |
| Forza | $\bar{F}$ | $N$ | $M \cdot L \cdot T^{-2}$ | $kg \cdot m \cdot s^{-2}$ |
| Volume | $V$ | $m^3$ | $L^3$ | $m^3$ |

## 1.6 Angolo




Gli angoli non hanno dimensioni, si misurano in radianti.

$$\theta = \frac{L}{R} \implies \frac{\cancel{m}}{\cancel{m}} \implies \text{Radianti}$$

## 1.7 Densità di massa

La densità è il rapporto tra la massa e il volume.

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Per definizione la densità dell'acqua è $1\frac{g}{cm^3} = 1000\frac{kg}{m^3}$.

### 1.7.1 Esercizio

Quale è la massa in chilogrammi di due litri di elio, dove $1.00l = 1.00 \cdot 10^3 cm^3$ e la densità dell'elio è $0.1785\frac{kg}{m^3}$?

$$\rho = \frac{m}{V} \implies m = \rho \cdot V \implies m = 0.1785\frac{kg}{m^3} \cdot 2 \cdot 10^3 cm^3 \implies 10^{-6} m^3 = 3.57 \cdot 10^{-4} kg$$

# 2 Moto

Il moto è il movimento dei corpi.

## 2.1 Moto Rettilineo

Il moto più semplice è il moto rettilineo, ovvero il moto lungo una retta. Inizialmente studiamo il moto di un corpo puntiforme. Quando si parla di moto dobbiamo definire un'origine degli spazi e orientare la retta, in modo da determinare il verso positivo e negativo.
Effettuando delle misurazioni si ottiene un diagramma orario e successivamente si può ottenere il grafico spazio-tempo.

| $t$ (s) | $x$ (m) | $v_m$ (m/s) |
|---|---|---|
| 0 | −2 | |
| 3 | −2 | 0 |
| 4 | −1.5 | 0.5 |
| 5 | 0 | 1.5 |
| 6 | 2.5 | 2.5 |
| 7 | 6 | 3.5 |
| 10 | 6 | 0 |
| 11 | 4 | −2 |
| 12 | 2 | −2 |

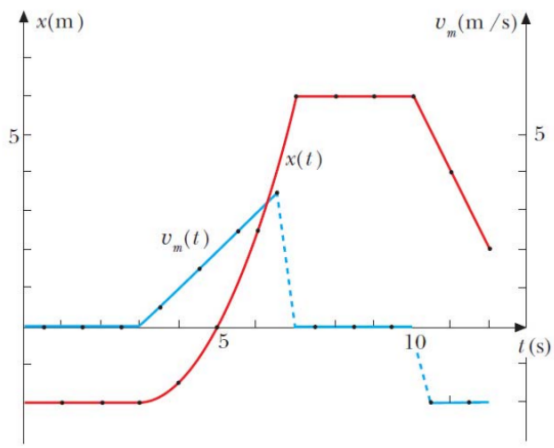



Figure 1: Grafico spazio-tempo

### 2.1.1 Velocità media

Supponiamo che all'istante $t = t_1$ il punto si trovi nella posizione $x_1$ e all'istante $t = t_2$ nella posizione $x_2$. La velocità media $v_m$ del punto è definita come il rapporto tra la variazione di spazio e l'intervallo di tempo in cui si è verificata la variazione di spazio.

$$\bar{v}_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_F - x_I}{t_F - t_I}$$

La velocità media dà un'idea della rapidità con cui si muove il punto in un certo intervallo di tempo, ma non ci fornisce altre informazioni.

### 2.1.2 Velocità istantanea

Per individuare meglio le variazioni della funzione $x(t)$ si aumenta il numero delle misurazioni, riducendo l'intervallo di tempo. Si divide l'intervallo di spazio $\Delta x$ in tanti intervalli di spazio $\Delta x_n$ e l'intervallo di tempo $\Delta t$ in tanti intervalli di tempo $\Delta t_n$. Le corrispondenti velocità medie sono $v_i = \frac{\Delta x_i}{\Delta t_i}$; questo processo può essere svolto per intervalli di tempo sempre più piccoli, fino a giungere a un intervallo di tempo infinitesimo $\Delta t \to 0$.

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

La velocità istantanea è una variazione piccolissima variazione di spazio in un piccolissimo intervallo di tempo.
Possiamo risolvere il problema inverso, cioè ricavare la funzione $x(t)$ se conosciamo la dipendenza dal tempo della velocità

istantanea $v(t)$. Se il punto si trova nella posizione $x$ al tempo $t$ e nella posizione $x + dx$ al tempo $t + dt$, lo spostamento infinitesimo $dx$ è uguale al prodotto della velocità istantanea per l'intervallo di tempo infinitesimo $dt$:

$$dx = v(t) \cdot dt \implies \int_{x_0}^{x} dx = \int_{t_0}^{t} v(t) \cdot dt \implies x(t) = x_0 \int_{t_0}^{t} v(t) \cdot dt$$

### 2.1.3 Due punti in moto sullo stesso asse

Due punti materiali si trovano nell'istante iniziale $t = 0$ sullo stesso asse $x$, rispettivamente nella posizione $x_1$ con velocità $v_1$ e nella posizione $x_2 > x_1$ con velocità $v_2$. Il moto dei punti è uniforme. Discutere quali sono le situazioni in cui i punti ad un certo istante si urtano e determinare dove e quando si urtano.
Moto rettilineo uniforme $\iff$ velocità costante.

$$v = \frac{dx}{dt} \implies dx = v \cdot dt \implies \int_0^{t_0} dx = \int_0^{t_0} v(t) \cdot dt$$

$$x(t_0) - x(0) = \int_0^{t_0} v(t) \cdot dt \implies x(t_0) - x(0) = \int_0^{t_0} v \cdot dt \implies x(t_0) - x(0) = v_0(t_0 - 0) \implies x(t_0) = v_0 \cdot t_0$$

$$x_1(t) = v_1 \cdot t \quad x_2(t) = v_2 \cdot t + x_2(0)$$

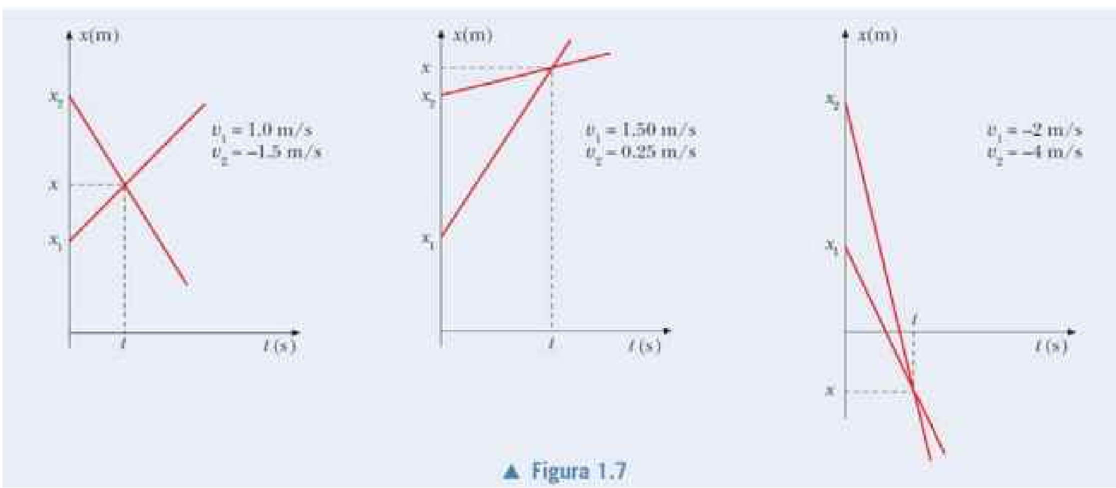



Figure 2: Esempi di grafici di due punti in moto sullo stesso asse

## 2.2 Accelerazione nel moto rettilineo

Si definisce accelerazione e si indica con $\bar{a}$ il rapporto tra la velocità in un certo istante e l'intervallo di tempo in cui si è verificata la variazione di velocità.

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

$$a_i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} \implies v = \frac{dx}{dt} \implies a = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

Anche quando la velocità diminuisce si ha un'accelerazione, ma negativa.
Se conosco l'accelerazione posso calcolare la velocità.

$$\frac{dv}{dt} = a \implies \int_{v_0}^{v_1} dv = \int_0^{t_1} a \cdot dt \implies v_1 - v_0 = \int_{t_0}^{t_1} a(t) \cdot dt$$

$$v(t) = v(t_0) + \int_{t_0}^{t} a(t) \cdot dt$$

## 2.3 Moto rettilineo uniformemente accelerato

Moto rettilineo uniformemente accelerato $\iff$ accelerazione costante.
Le equazioni del **moto rettilineo uniformemente accelerato** sono:

$$\begin{cases} v(t) = v_0 + a \cdot t \\ x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \end{cases}$$

$$dv = adt \implies \int_{v_0}^{v} dv = \int_{0}^{t} adt \implies v - v_0 = a \int_{0}^{t} dt = a \cdot t \implies v = v_0 + a \cdot t$$

$$v = \frac{dx}{dt} \implies dx = v \cdot dt \implies dx = [v_0 + a(t - t_0)]dt \implies \int_{x_0}^{x} dx = \int_{t_0}^{t} v_0 dt + \int_{t_0}^{t} a(t - t_0)dt$$

$$x - x_0 = v_0(t - t_0) + \frac{1}{2} a(t - t_0)^2$$

### 2.3.1 Esercizio

Un'automobile è in grado di passare dalla quiete alla velocità di $100 \frac{km}{h}$ in $t$ secondi, muovendosi con moto uniformemente accelerato. Esprimere il valore dell'accelerazione e calcolarlo per $t = t1 = 5s$ e per $t = t2 = 8s$. Quanto vale lo spazio percorso nei due casi? E la velocità media?

**Risoluzione:**
$v = at \implies a = \dfrac{v_f}{t}$

$v_f = 100 \dfrac{km}{h} = 27.78 \dfrac{m}{s}$

$a = \dfrac{27.78 \frac{m}{s}}{5s} = 5.56 \dfrac{m}{s^2}$

$a_2 = \dfrac{27.78 \frac{m}{s}}{8s} = 3.47 \dfrac{m}{s^2}$

$x = x_0 + v_0 t + \dfrac{1}{2} a t^2$

$\implies x_1 = 0 + 0 + \dfrac{1}{2} \cdot 5.56 \dfrac{m}{s^2} \cdot 5^2 s^2 = 69.5m$

$\implies x_2 = 0 + 0 + \dfrac{1}{2} \cdot 3.47 \dfrac{m}{s^2} \cdot 8^2 s^2 = 111m$

$\bar{v}_{m_1} = \dfrac{69.5m}{5s} = 13.9 \dfrac{m}{s}$

$\bar{v}_{m_2} = \dfrac{111m}{8s} = 13.9 \dfrac{m}{s}$

### 2.3.2 Esercizio accelerazione negativa

Un punto materiale parte dall'origine con velocità iniziale $v_0$ positiva ed è sottoposto ad un'accelerazione negativa − a costante. Calcolare la massima distanza dall'origine raggiunta dal punto lungo il semiasse positivo, l'istante $t_1$ in cui si ferma, l'istante $t_2$ in cui ripassa per l'origine e la velocità che ha per $t = t_2$.

$v = v_0 + at \implies v_0 + at,\ a < 0,\ v_0 > 0$

$v_0 + at = 0 \implies t_1 = \dfrac{-v_0}{a}$

$x = x_0 + v_0 t + \dfrac{1}{2}at^2 \implies x_1 = v_0 \cdot t_1 + \dfrac{1}{2}at_1^2 = \dfrac{-v_0^2}{a} + \dfrac{1}{2}a \cdot \dfrac{v_0^2}{a^2} = \dfrac{-v_0^2}{2a}$

*Ora calcoliamo quando il punto ripassa per l'origine* $v_0 + \frac{1}{2}at^2 = 0 \begin{cases} t = 0 \\ t_2 = \dfrac{2v_0}{-a} \end{cases}$

*Velocità in* $t_2$ $v_2 = v_0 + at_2 = v_0 - 2v_0 = -v_0$

# 3 Valori Medi

## 3.1 Valore medio di una funzione

$$< f(t) >= \frac{\int_0^T f(t)dt}{T}$$

Nel caso della funzione sin, la media su un periodo è nulla:

$$< \sin(t) >= \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \sin(\theta)d\theta = \frac{1}{2\pi}\left[-\cos(\theta)\right]_0^{2\pi} = 0$$

Lo stesso si ottiene per il coseno, ed è evidente, basta osservare il grafico; in un semiperiodo la funzione è positiva, nell'altro è negativa e la loro somma è nulla.
E' diversa la situazione per la funzione $\sin^2$ e $\cos^2$, funzioni che hanno come periodo $\pi$, che essendo sempre positive non possono aver valore medio nullo. Osserviamo che:

$$\int_0^\pi (\sin^2(\theta) + \cos^2(\theta))d\theta = \int_0^\pi 1 d\theta = \pi$$

pertanto

$$\int_0^\pi \int^2 (\theta)d\theta = \int_0^\pi \cos^2(\theta)d\theta = \frac{\pi}{2}$$

### 3.1.1 Esercizio 1.4 (compito)

# 4 Moto verticale di un corpo

Un corpo in caduta libera è un corpo che cade sotto l'azione della forza di gravità.

$$g = 9.81\frac{m}{s^2}$$

$$\begin{cases} v = v_0 - g \cdot t \\ x = x_0 + v_0 t - \dfrac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

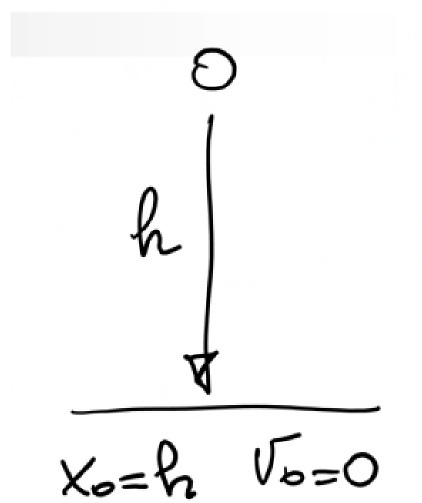



Figure 3: Esercizio 1.6

$$0 = h + v_0\bar{t} - \frac{1}{2}g\bar{t}^2 \implies \bar{t} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

### 4.0.1 Esercizio 1.6

Un punto materiale viene lasciato cadere all'istante $t = 0$ con velocità iniziale nulla. Un secondo punto materiale viene lanciato verso il basso all'istante $t = t_0 > 0$, con velocità iniziale $v_0$: riuscirà a raggiungere il primo punto?

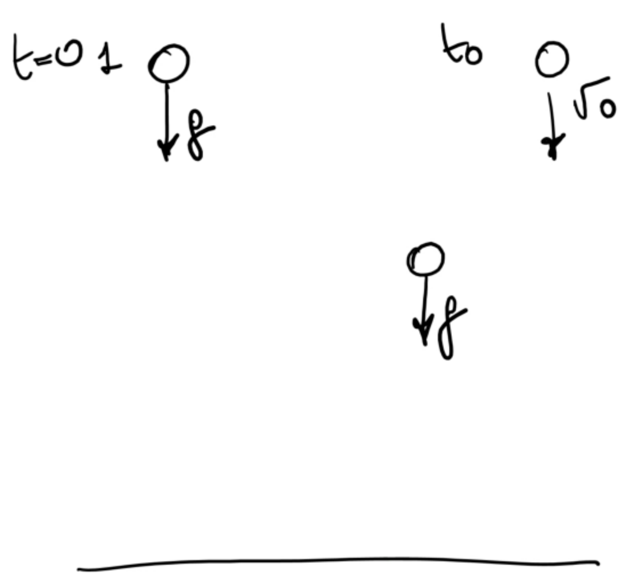



Figure 4: Esercizio 1.6

$x_1(t) = \frac{1}{2}gt^2$ *perchè abbiamo considerato il punto di partenza h come l'origine*
$x_2(t) = v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}g(t - t_0)^2$ *perchè il secondo corpo viene lasciato cadere in un secondo istante* $t_0$
*si incontrano a* $\bar{t} = x_1(\bar{t}) = x_2(\bar{t}) \implies \frac{1}{2}g\bar{t}^2 = v_0(\bar{t} - t_0) + \frac{1}{2}g(\bar{t} - t_0)^2$
$\bar{t} = \frac{t_0}{2}\left(1 + \frac{v_0}{v_0 - gt_0}\right)$

# 5 Moto Armonico

## 5.1 Moto armonico semplice

Un corpo si muove di moto armonico se la sua posizione in funzione del tempo è descritta da:

$$x(t) = A \cdot \sin(2\pi t)$$

$$x(t) = A \cdot \sin(\omega t + \phi)$$

Periodo della funzione: quale è il valore di $t : x(t) = x(t + T)$?

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \textit{ è il periodo}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \textit{ è la pulsazione angolare}$$

$$x(t) = A \cdot \sin(\omega t + \phi) = x(t + T) = A \cdot \sin(\omega t + \frac{\omega 2\pi}{\omega} + \phi)$$

La frequenza del moto misura il numero di cicli che si compiono in un secondo:

$$f,\ \nu = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{T}} \textit{ è l'inverso del periodo e si misura in } s^{-1} \textit{ o } Hz$$

$$v = \frac{dx}{dt} = \mathbf{A} \cdot \omega \cdot \cos(\omega \mathbf{t} + \phi)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -\mathbf{A} \cdot \omega^{\mathbf{2}} \cdot \sin(\omega \mathbf{t} + \phi)$$

oppure

$$a = -\omega^2 \cdot x(t)$$

$$\int_{x_0}^{x} -\omega^2 x dx = \frac{1}{2}v^2 - \frac{1}{2}v_0^2 \implies -\omega^2[\frac{1}{2}x^2]_{x_0}^{x}$$

$$v^2 = v_0^2 - 2\omega^2(x - x_0)$$

$x(t) = A\sin(\omega t + \phi) \quad t = 0 \quad x(0) = A\sin(\phi)$
$v(t) = A\omega\cos(\omega t + \phi) \quad t = 0 \quad v(0) = A\omega\cos(\phi)$
In base alla velocità iniziale a alla posizione iniziale possiamo determinare $\phi$: $x(0) = x_0 = A$
$v(0) = 0 \implies \begin{cases} A\sin(\phi) = A \\ A\omega\cos(\phi) = 0 \end{cases} \implies \phi = \frac{\pi}{2}$ Omega invece è legato a come è impostato il sistema.

# 6 Velocità e accelerazione in funzione della posizione

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv[x(t)]}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$\implies \int_{x_0}^{x} adx = \int_{v_0}^{v} vdv \implies \int_{x_0}^{x} adx = \frac{1}{2}v^2 - \frac{1}{2}v_0^2$$

### 6.0.1 Un particolare moto vario esempio 1.7

Un punto materiale risente, lungo l'asse x positivo, della seguente accelerazione: $a = 0 per 0 \leq x \leq x0$, a = – k/x 2 per x ¿ x0. Il punto viene lanciato dall'origine lungo il verso positivo dell'asse con velocità iniziale v0. Calcolare in quale

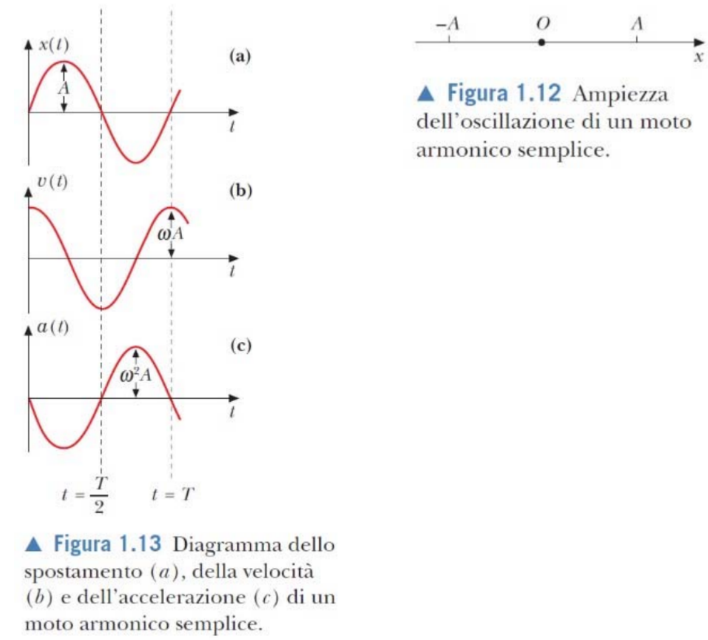



Figure 5: Moto armonico

posizione il punto si ferma e discutere il risultato.

$$\int_{x_0}^{x} adc = \frac{1}{2}v^2 - \frac{1}{2}v_0^2 \quad a = \ costante \quad a(x - x_0) = \frac{1}{2}v^2 - \frac{1}{2}v_0^2$$

$$v = v_0 - gt$$

$$x = h - \frac{1}{2}gt^2$$

$$g(x - h) = \frac{1}{2}v^2 - \frac{1}{2}v_0^2$$

$$v(x) = \sqrt{2g(x - h) + v_0^2}$$

# 7 Variabili cinematiche