0.1 Concetto di forza

La forza la grandezza che esprime e misura l'interazione tra sistemi fisici.

0.2 Primo principio della dinamica: principio d'inerzia

Un corpo non soggetto a forze si muove di moto rettilineo uniforme oppure sta fermo se inizialmente era fermo. $\bar{v} =$ costante.

0.3 Secondo principio della dinamica: principio fondamentale della dinamica

La variazione di quantit di moto di un corpo proporzionale alla forza impressa e avviene nella direzione della forza stessa.

$$\bar{F} = m\bar{a}.$$

L'accelerazione sempre nella direzione della forza, e il rapporto delle accelerazioni inverso al rapporto delle masse:

$$\begin{array}{l} F = m_1 a_1 \\ F = m_2 a_2 \end{array} = m_1 a_1 = m_2 a_2 \implies \frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

0.3.1 Massa di un corpo

La massa si misura con la bilancia. La forza della gravit proporzionale alla massa del corpo:

$$\bar{F} = m\bar{g}$$

0.4 Seconda legge di Newton

Esprime la legge fondamentale della dinamica del punto:

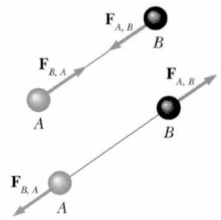
$$\bar{F} = m\bar{a} = m\frac{d\bar{v}}{dt} = m\frac{d^2\bar{r}}{dt^2} \quad \star$$

Possiamo scrivere $\star$ scomponendola in tre equazioni relative ai tre moti proiettati sugli assi cartesiani:

$$\begin{cases} F_x = m\bar{a}_x = m\dfrac{d^2x}{dt^2} \\ \\ F_y = m\bar{a}_y = m\dfrac{d^2y}{dt^2} \\ \\ F_z = m\bar{a}_z = m\dfrac{d^2z}{dt^2} \end{cases}$$

0.5 Terza legge della dinamica

Immaginiamo di avere due corpi A e B: se A esercita una forza su B, allora B esercita una forza uguale e opposta su A, **principio di azione e reazione.**



▲ **Figura 2.3** Principio di azione e reazione delle forze tra due punti materiali.

$$\bar{F}_{AB} = -\bar{F}_{BA}$$

Ad ogni azione corrisponde una reazione uguale e contraria.

Se A e B sono la Terra e il sole allora:

$$F = G\frac{M_t M_s}{r^2} \quad \textit{Gravitazione}$$

Per le cariche:

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2} \quad \textit{Elettromagnetica}$$

Questo non significa che i due corpi non si muovano, anzi si muovono in qundo il punto di applicazione diverso: immagina la roulotte e la macchina.

0.6 Quantit di moto, impulso

Si definisce quantit di moto di un punto materiale il vettore:

$$\bar{p} = m\bar{v}$$

Se la massa costante la seconda legge di Newton diventa:

$$\bar{F} = \frac{d\bar{p}}{dt}$$

Da cui si ottiene il teorema dell'impulso:

$$\bar{F}dt = d\bar{p} \implies \int_0^{t_0} \bar{F}dt = \int_{\bar{p}_i}^{\bar{p}_f} d\bar{p} = \bar{p}_f - \bar{p}_i = \Delta\bar{p} = \bar{J}$$

Dove $\bar{J}$ l'impulso della forza $\bar{F}$ e Δp la variazione della quantit di moto. . Il teorema dell'impulso dice che:
l'impulso do una forza applicata a un punto materiale provoca la variazione della quantit di moto
Se la massa costante:

$$\bar{F}_m \cdot \Delta t = \Delta\bar{p} \implies \bar{F}_m = \frac{\Delta\bar{p}}{\Delta t}$$

0.6.1 Unit di misura

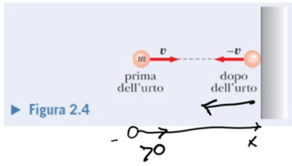
$$[\bar{F}] = [M] \cdot \frac{[L]}{[T^2]} \implies \frac{kg \cdot m}{s^2} = N$$

$$[\bar{p}] = [M] \cdot \frac{[L]}{[T]} \implies \frac{kg \cdot m}{s} = N \cdot s$$

0.6.2 Esercizio 2.1

Esempio 2.1 Una pallina rimbalza su un muro

Un punto materiale che si muove con velocità $\boldsymbol{v}$ costante urta contro un muro, posto a 90° rispetto alla traiettoria, e rimbalza ripercorrendo l' iniziale traiettoria rettilinea con velocità $-\boldsymbol{v}$, cioè eguale ed opposta alla velocità prima dell' urto. Calcolare la variazione di quantità di moto e, se l' urto ha durata Δt, il valor medio della forza agente durante l' urto. Si ponga $v = 2$ m/s, $m = 0.05$ kg, $\Delta t = 10^{-3}$ s.



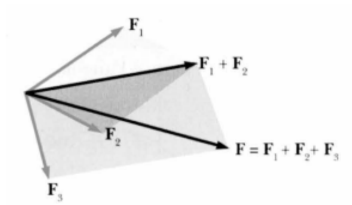
▶ Figura 2.4

$\Delta\bar{p} = \bar{p}_F - \bar{p}_I = -m\bar{v} - m\bar{v} = -2m\bar{v}$

$\bar{J} = \int \bar{F}dt = \bar{F}_m \cdot \Delta t = \Delta\bar{p}$, $\quad \bar{F}_M = \dfrac{\int_{t_I}^{t_F} \bar{F}dt}{\Delta t}$

$\bar{F}_m = \dfrac{-2m\bar{v}}{\Delta t} = -\dfrac{2m}{\Delta t}\bar{v} = 200N$

0.7 Risultante delle forze, equilibrio statico



▲ Figura 2.5 Risultante di tre forze in un piano.

Principio di sovrapposizione:

$$\bar{F} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \bar{F}_3 + \ldots + \bar{F}_n = \sum_{i=1}^{n} \bar{F}_i$$

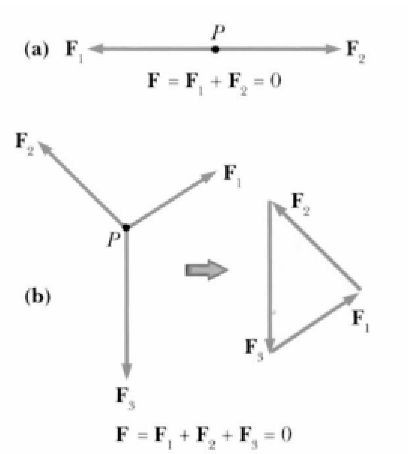
e l'accelerazione del punto pari alla somma vettoriale delle accelerazioni che il punto avrebbe se agisse ciascuna forza separatamente:

$$\bar{a} = \frac{\bar{F}}{m}$$

indipendenza delle azioni simultanee.

Se $\bar{F} = 0$ e $\bar{v} = 0$ allora il punto rimane in quiete: sono realizzate le condizioni di equilibrio statico. Devono quindi essere nulle tutte le componenti della risultate ovvero con riferimento a un sistema di assi cartesiani:

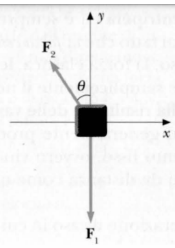
$$\bar{F} = \sum_i \bar{F}_i = 0 \implies \begin{cases} F_x = \sum_i F_{ix} = 0 \\ F_y = \sum_i F_{iy} = 0 \\ F_z = \sum_i F_{iz} = 0 \end{cases}$$



▲ Figura 2.6 Risultante nulla del sistema di due forze (a) e di tre forze (b).

0.7.1 Esercizio 2.2

Un punto P è sottoposto a una forza $F_1 = 34$ N lungo il verso negativo dell'asse y e a una forza $F_2 = 25$ N che forma un angolo $\theta = 30°$ con l'asse y, vedi **Figura 2.7**. Calcolare modulo, direzione e verso della forza $\mathbf{F}_3$ che occorre applicare al punto P per mantenerlo in equilibrio statico.



► **Figura 2.7**

Soluzione

All'equilibrio deve valere la relazione (2.4)

$$\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 = 0,$$

che equivale alle due equazioni

$$F_{2,x} + F_{3,x} = 0, \qquad F_{1,y} + F_{2,y} + F_{3,y} = 0.$$

Infatti $F_{1,x} = 0$ e non ci sono componenti lungo l'asse z; $\mathbf{F}_3$ deve stare nel piano x,y individuato da $\mathbf{F}_1$ e $\mathbf{F}_2$ dato che sommata a esse deve dare risultante nulla.

ESEMPIO 2.2 *continua*

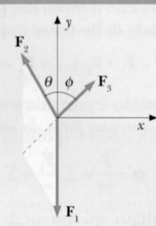
Pertanto, detto ϕ l'angolo formato da $\mathbf{F}_3$ con l'asse y, si ha:

$$\begin{cases} -F_2 \operatorname{sen}\theta + F_3 \operatorname{sen}\phi = 0, \\ -F_1 + F_2 \cos\theta + F_3 \cos\phi = 0. \end{cases}$$

Risolvendo si trova:

$$\operatorname{tg}\phi = \frac{F_2 \operatorname{sen}\theta}{F_1 - F_2 \cos\theta}, \quad \phi = 45.4°,$$

$$F_3 = F_2 \frac{\operatorname{sen}\theta}{\operatorname{sen}\phi} = 17.6 \text{ N}.$$



◄ **Figura 2.8**

La soluzione è mostrata in **Figura 2.8**; qualitativamente era evidente che $\mathbf{F}_3$ doveva giacere nel primo quadrante.

Come verifica del risultato trovato per il modulo di $\mathbf{F}_3$ si provi a calcolare il modulo della risultante di $\mathbf{F}_1$ e $\mathbf{F}_2$ applicando il teorema del coseno (appendice C).

0.8 "Equilibrio dinamico"

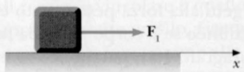
1. moto rettilineo uniforme, $a = 0$, $\bar{F} = m\bar{a} = 0$
2. moto rettilineo uniformemente accelerato, $a =$ costante
3. moto curvilineo $\bar{F} = m\bar{a}_T + m\bar{a}_N = m\dfrac{dv}{dt}\bar{u}_T + m\dfrac{v^2}{R}\bar{u}_N$

Si parla di equilibrio dinamico quando le forze che agiscono sul corpo provocano un moto uniforme e non accelerato.

0.8.1 Esercizio 2.3

ESEMPIO 2.3 **Un corpo in frenata**

Un punto di massa $m = 0.8$ kg, inizialmente in quiete, è sottoposto all'azione di una forza costante $\mathbf{F}_1$, avente la direzione e il verso dell'asse x e modulo $F_1 = 16$ N, **Figura 2.10**. Dopo un tempo $t_1 = 3$ s cessa l'azione di $\mathbf{F}_1$ e si osserva che il punto rallenta uniformemente, fermandosi all'istante $t_2 = 9$ s. Calcolare la forza $\mathbf{F}_2$ parallela all'asse x che agisce durante la frenata e lo spazio totale percorso.



▶ **Figura 2.10**

Soluzione

Sotto l'azione di $\mathbf{F}_1$ il punto accelera con $a_1 = F_1/m = 20\ \mathrm{m/s^2}$ e all'istante t_1 ha velocità $v_1 = a_1 t_1 = 60$ m/s e ha percorso lo spazio $x_1 = ½\, a_1 t_1^2 = 90$ m. Nella fase di decelerazione, alla fine della quale $v = 0$, si ha

$$v = v_1 - a_2(t - t_1) \quad \Rightarrow \quad a_2 = \frac{v_1}{t_2 - t_1} = 10\ \mathrm{m/s^2},$$

e quindi la forza frenante vale $F_2 = m a_2 = 8$ N, discorde all'asse x.

Lo spazio percorso durante la frenata è

$$x_2 = v_1(t_2 - t_1) - \frac{1}{2} a_2 (t_2 - t_1)^2 = 180\ \mathrm{m}$$

o, alternativamente, da $v_2 = v_1^2 - 2\, a_2 x$ con $v = 0$,

$$x_2 = \frac{v_1^2}{2\, a_2} = 180\ \mathrm{m}.$$

Lo spazio totale percorso è $x_1 + x_2 = 270$ m.

Per il calcolo di F_2 si può anche usare il teorema dell'impulso, tenendo conto che le forze sono costanti e che la velocità iniziale è nulla. In modulo

$$F_1 t_1 = m v_1, \qquad F_2(t_2 - t_1) = m v_1,$$

combinando le due equazioni si ottiene:

$$F_2 = \frac{F_1 t_1}{t_2 - t_1} = 8\ \mathrm{N}.$$

Ovvero: l'impulso $\mathbf{J}_1$ di $\mathbf{F}_1$ porta il punto con quantità di moto nulla (fermo) ad assumere la quantità di moto $m v_1$ e l'impulso $\mathbf{J}_2$ di $\mathbf{F}_2$ riporta la quantità di moto a zero, per cui in modulo $J_1 = J_2$.

Si noti come nella fase iniziale abbiamo dedotto l'accelerazione dalla forza nota e invece nella fase finale dall'accelerazione abbiamo calcolato la forza frenante; in ogni caso abbiamo utilizzato le relazioni cinematiche sviluppate nel primo capitolo. Si rivedano a questo proposito gli esempi del paragrafo 1.3, cercando di capire quali forze debbano agire nelle varie situazioni.

0.9 Forza Peso

Il peso la forza con cui la Terra attrae un corpo.

$$\vec{P} = m\vec{g}$$

$1kg$ peso $\Longrightarrow$ la forza con cui viene attratta la massa di $1kg$:

$$1Kg_p = 1Kg \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} = 9.81N$$

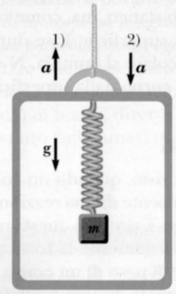
0.10 Reazione vincolare

La reazione vincolare la forza che un vincolo esercita su un corpo vincolato. (vedi pagina 58)

0.10.1 Esercizio 2.5

ESEMPIO 2.5 **Un corpo appeso a un dinamometro in un ascensore**

Un corpo di massa $m = 4$ kg pende al capo di un dinamometro che è appeso al soffitto di un ascensore, **Figura 2.14**. Calcolare il peso del corpo misurato dal dinamometro quando l'ascensore è fermo, quando sale con un'accelerazione $\boldsymbol{a} = 2\ \mathrm{m\ s^{-2}}$ e quando scende con la stessa accelerazione in modulo.



◀ **Figura 2.14**

Soluzione

Quando l'ascensore è fermo il dinamometro deve equilibrare la forza peso applicata al corpo, pertanto $N = P = mg = 39.2$ N.

Quando sale l'accelerazione $\boldsymbol{a}$ è discorde a $\mathbf{g}$ quindi il dinamometro deve equilibrare la forza:

$$N = m(g + a) = 47.2\ \mathrm{N} > P.$$

Quando l'ascensore è in discesa $\boldsymbol{a}$ è concorde con $\mathbf{g}$ quindi il dinamometro deve equilibrare la forza:

$$N = m(g - a) = 31.2\ \mathrm{N} < P.$$

È interessante notare che la variazione di peso è di ±8 N, ovvero di circa ±20%.