

Sistemi di Elaborazione

Andrea Bellu

2023/2024

Contents

1	Introduzione	2
2	Connettivi Proporzionali	2
2.1	Negazione NOT	2
2.2	Congiunzione AND	2
2.3	Disgiunzione OR	2
2.4	Implicazione condizionale o materiale	2
2.5	Bicondizionale	3
2.6	Forme enunciative FINIRE	3
2.7	Convenzioni tra parentesi	3
2.8	Esercizio 1	3
2.9	Forma enunciativa soddisfacibile	3
3	Tautologie e Contraddizioni	4
3.1	Tautologia	4
3.2	Contraddizione	4
4	Implicazione ed Equivalenza logica	5
4.1	Implicazione logica	5
4.2	Equivalenza logica	5
5	Connettivi e porte logiche	5
5.1	Transistor	6
6	Forme normali e implicazione logica via risoluzione	6

1 Introduzione

La macchina di Turing è una macchina teoretica che può essere usata per simulare il funzionamento di un computer.

Turing \iff Funzione Ricorsiva (teoria logica dell'aritmetica).

Logica: Logica del Primo Ordine \implies Logica Proposizionale

Teoria: Teoria Logica.

Ci sono cose che un sistema di elaborazione non può fare.

Tutto ciò finisce all'interno delle CPU (Central Processing Unit).

Parleremo di Cache e dei cenni su due architetture, quali: GPU e Quantum Computing.

Una volta costruito l'hardware, bisogna scrivere il software, degli algoritmi per gestirlo.

2 Connettivi Proposizionali

La logica proposizionale è un metodo per calcolare il valore di verità di una proposizione. Il simbolo di vero è 1, mentre il simbolo di falso è 0.

2.1 Negazione NOT

Se A è una frase $\neg A$ è la negazione di A . Quando A è vera, $\neg A$ è falsa e viceversa.

A	$\neg A$
1	0
0	1

2.2 Congiunzione AND

Se A e B sono frasi, $A \wedge B$ è la congiunzione di A e B . $A \wedge B$ è vera solo se entrambe A e B sono vere.

A	B	$A \wedge B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

2.3 Disgiunzione OR

La disgiunzione delle frasi A e B è indicata dal simbolo $A \vee B$. $A \vee B$ è vera se almeno una delle due frasi è vera.

A	B	$A \vee B$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

2.4 Implicazione condizionale o materiale

Date due frasi, A e B , l'implicazione condizionale è indicata con $A \implies B$. L'implicazione è falsa solo quando A è vera e B è falsa. Si può leggere come "se A allora B ". Per capire l'idea che sta alla base del condizionale, si pensi alla frase:

"Per ogni x , se x è un numero intero positivo dispari, allora x^2 è un numero intero positivo dispari."

1. Se il connettivo è \neg e precede una forma enunciativa \mathcal{B} , ripristinare le parentesi sinistra e destra per ottenere $(\neg \mathcal{B})$;
2. Se il connettivo è binario \blacksquare ed è preceduto da una forma enunciativa \mathcal{B} e seguito da una forma enunciativa \mathcal{D} , ripristinare le parentesi sinistre e destre per ottenere $(\mathcal{B} \blacksquare \mathcal{D})$;
3. Se né 1 né 2 si possono applicare, si ignori temporaneamente il connettivo e si trovi il connettivo non modificato più a sinistra e con maggiore priorità, e ripetere 1-3 per quel connettivo.

Ad esempio:

$$\begin{aligned}
 A &\iff \neg B \vee C \implies A \\
 A &\iff (\neg B) \vee C \implies A \\
 A &\iff ((\neg B) \vee C) \implies A \\
 A &\iff ((\neg B) \vee C) \implies A) \\
 (A &\iff ((\neg B) \vee C) \implies A))
 \end{aligned}$$

Figure 1: Convenzioni tra parentesi

A	B	$A \implies B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

2.5 Bicondizionale

Il bicondizionale è indicato con $A \iff B$. Il bicondizionale è vero se entrambe le frasi sono vere o entrambe le frasi sono false.

A	B	$A \iff B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

2.6 Forme enunciative FINIRE

2.7 Convenzioni tra parentesi

2.8 Esercizio 1

2.9 Forma enunciativa soddisfacibile

Diremo che una forma enunciativa è soddisfacibile se è vera per qualche assegnazione di valori di verità 1.

Esercizio 1.1. Si scriva la tabella di verità della forma enunciativa $((A \iff B) \implies ((\neg A) \wedge B))$

$((A \iff B) \implies ((\neg A) \wedge B))$							
0	1	0	0	1	0	0	0
0	0	1	1	1	0	1	1
1	0	0	1	0	1	0	0
1	1	1	0	0	1	0	1

Figure 2: Esercizio 1

3 Tautologie e Contraddizioni

3.1 Tautologia

Una forma enunciativa è una tautologia se è vera per ogni assegnazione di valori di verità.

A	B	$A \vee \neg A$
1	0	1
0	1	1

Esercizio 2.2

Esercizio 2.2. Si determini se $((A \iff ((\neg B) \vee C)) \implies ((\neg A) \implies B))$ è una tautologia.

$((A \iff ((\neg B) \vee C)) \implies ((\neg A) \implies B))$							
				0			Cerchiamo di rendere falso il condizionale
1					0		Consideriamo la parte destra
			1			0	A e B sono 0
0		0					Cerchiamo di rendere falsa la disgiunzione
	0	1		0			Contraddizione: B è 0

È quindi impossibile per la forma essere falsa.

Figure 3: Esercizio 2.2

3.2 Contraddizione

Una forma enunciativa è una contraddizione se è falsa per ogni assegnazione di valori di verità.

A	B	$A \wedge \neg A$
1	0	0
0	1	0

4 Implicazione ed Equivalenza logica

4.1 Implicazione logica

B implica logicamente C o analogamente C è una conseguenza logica di B \iff ogni assegnamento di verità alle lettere enunciative di B e C che rende B vera (con valore 1), rende vera anche C.

4.2 Equivalenza logica

B e C sono logicamente equivalenti se e solo se B e C hanno lo stesso valore di verità per ogni assegnazione di valori di verità di ogni lettera enunciativa di B e C.

5 Connettivi e porte logiche

Ogni funzione di verità è generata da una forma enunciativa che coinvolge i connettivi \neg, \wedge, \vee .

Ogni funzione di verità può essere generata da una forma enunciativa che coinvolge i connettivi \neg, \wedge, \vee .

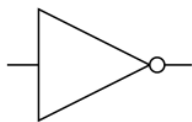
NOR joint denial

A	B	$A \downarrow B$
1	1	0
1	0	0
0	1	0
0	0	1

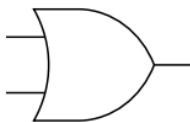
NAND

A	B	$A B$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	1

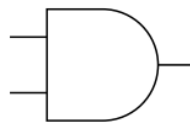
Le porte logiche sono HW fondamentale su cui sono costruiti i computer.



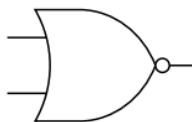
NOT



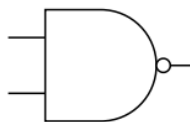
OR



AND



NOR



NAND

Figure 4: Porte logiche

5.1 Transistor

Figura 4.2: Porte logiche NOT (a) e NAND (b) costruite con l'uso di transistor. Immagini ispirate da Feynman (2001, Fig. 2.12, 2.13).

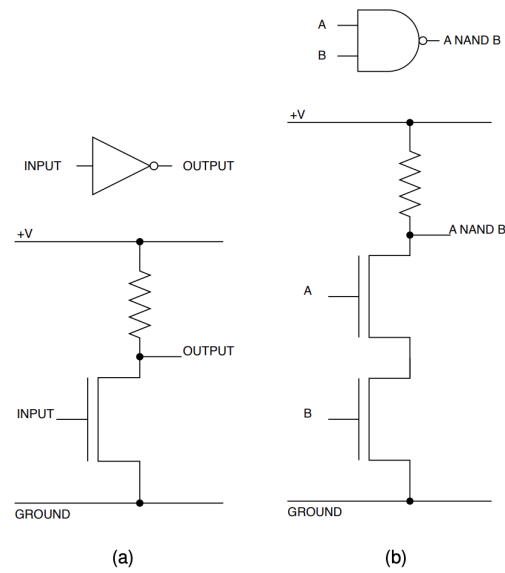


Figure 5: Transistor

6 Forme normali e implicazione logica via risoluzione