1 Dinamica del punto

1.1 Concetto di forza

La forza è la grandezza che esprime e misura l'interazione tra sistemi fisici.

1.2 Primo principio della dinamica: principio d'inerzia

Un corpo non soggetto a forze si muove di moto rettilineo uniforme oppure sta fermo se inizialmente era fermo. $\bar{v} =$ costante.

1.3 Secondo principio della dinamica: principio fondamentale della dinamica

La variazione di quantità di moto di un corpo è proporzionale alla forza impressa e avviene nella direzione della forza stessa.

$$\bar{F} = m\bar{a}.$$

L'accelerazione è sempre nella direzione della forza, e il rapporto delle accelerazioni è inverso al rapporto delle masse:

$$\begin{matrix} F = m_1 a_1 \\ F = m_2 a_2 \end{matrix} = m_1 a_1 = m_2 a_2 \implies \frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

1.3.1 Massa di un corpo

La massa si misura con la bilancia. La forza della gravità è proporzionale alla massa del corpo:

$$\bar{F} = m\bar{g}$$

1.4 Seconda legge di Newton

Esprime la legge fondamentale della dinamica del punto:

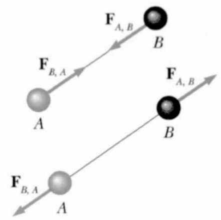
$$\bar{F} = m\bar{a} = m\frac{d\bar{v}}{dt} = m\frac{d^2\bar{r}}{dt^2} \quad \star$$

Possiamo scrivere $\star$ scomponendola in tre equazioni relative ai tre moti proiettati sugli assi cartesiani:

$$\begin{cases} F_x = m\bar{a}_x = m\dfrac{d^2x}{dt^2} \\ \\ F_y = m\bar{a}_y = m\dfrac{d^2y}{dt^2} \\ \\ F_z = m\bar{a}_z = m\dfrac{d^2z}{dt^2} \end{cases}$$

1.5 Terza legge della dinamica

Immaginiamo di avere due corpi A e B: se A esercita una forza su B, allora B esercita una forza uguale e opposta su A, **principio di azione e reazione.**



▲ **Figura 2.3** Principio di azione e reazione delle forze tra due punti materiali.

$$\bar{F}_{AB} = -\bar{F}_{BA}$$

Ad ogni azione corrisponde una reazione uguale e contraria.

Se A e B sono la Terra e il sole allora:

$$F = G\frac{M_t M_s}{r^2} \quad \textit{Gravitazione}$$

Per le cariche:

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2} \quad \textit{Elettromagnetica}$$

Questo non significa che i due corpi non si muovano, anzi si muovono in qundo il punto di applicazione è diverso: immagina la roulotte e la macchina.

1.6 Quantità di moto, impulso

Si definisce quantità di moto di un punto materiale il vettore:

$$\bar{p} = m\bar{v}$$

Se la massa è costante la seconda legge di Newton diventa:

$$\bar{F} = \frac{d\bar{p}}{dt}$$

Da cui si ottiene il teorema dell'impulso:

$$\bar{F}dt = d\bar{p} \implies \int_0^{t_0} \bar{F}dt = \int_{\bar{p}_i}^{\bar{p}_f} d\bar{p} = \bar{p}_f - \bar{p}_i = \Delta\bar{p} = \bar{J}$$

Dove $\bar{J}$ è l'impulso della forza $\bar{F}$ e Δp è la variazione della quantità di moto. . Il teorema dell'impulso dice che:
l'impulso do una forza applicata a un punto materiale provoca la variazione della quantità di moto
Se la massa è costante:

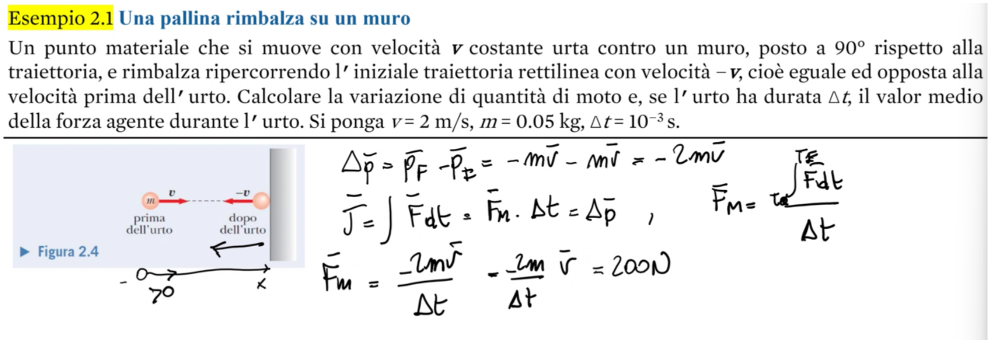
$$\bar{F}_m \cdot \Delta t = \Delta\bar{p} \implies \bar{F}_m = \frac{\Delta\bar{p}}{\Delta t}$$

1.6.1 Unità di misura

$$[\bar{F}] = [M] \cdot \frac{[L]}{[T^2]} \implies \frac{kg \cdot m}{s^2} = N$$

$$[\bar{p}] = [M] \cdot \frac{[L]}{[T]} \implies \frac{kg \cdot m}{s} = N \cdot s$$

1.6.2 Esercizio 2.1



Esempio 2.1 **Una pallina rimbalza su un muro**

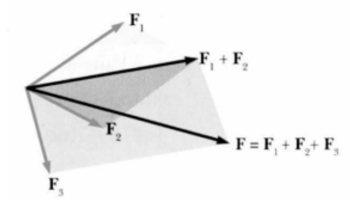
Un punto materiale che si muove con velocità $\boldsymbol{v}$ costante urta contro un muro, posto a 90° rispetto alla traiettoria, e rimbalza ripercorrendo l'iniziale traiettoria rettilinea con velocità $-\boldsymbol{v}$, cioè eguale ed opposta alla velocità prima dell'urto. Calcolare la variazione di quantità di moto e, se l'urto ha durata Δt, il valor medio della forza agente durante l'urto. Si ponga $v = 2$ m/s, $m = 0.05$ kg, $\Delta t = 10^{-3}$ s.

$\Delta\bar{p} = \bar{p}_F - \bar{p}_I = -m\bar{v} - m\bar{v} = -2m\bar{v}$

$\bar{J} = \int \bar{F}dt = \bar{F}_M \cdot \Delta t = \Delta\bar{p}$, $\bar{F}_M = \dfrac{\int_{t_I}^{t_F} \bar{F}dt}{\Delta t}$

$\bar{F}_M = \dfrac{-2m\bar{v}}{\Delta t} = -\dfrac{2m}{\Delta t}\bar{v} = 200N$

2 Risultante delle forze, equilibrio



▲ Figura 2.5 Risultante di tre forze in un piano.

Principio di sovrapposizione:

$$\bar{F} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \bar{F}_3 + \ldots + \bar{F}_n = \sum_{i=1}^{n} \bar{F}_i$$

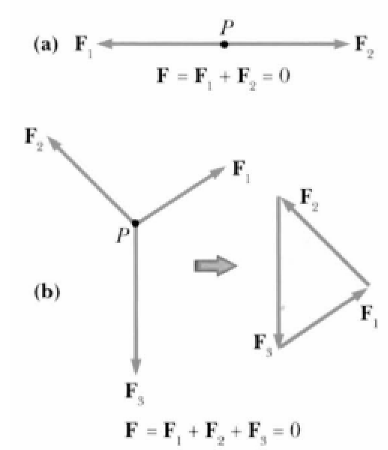
e l'accelerazione del punto è pari alla somma vettoriale delle accelerazioni che il punto avrebbe se agisse ciascuna forza separatamente:

$$\bar{a} = \frac{\bar{F}}{m}$$

indipendenza delle azioni simultanee.

Se $\bar{F} = 0$ e $\bar{v} = 0$ allora il punto rimane in quiete: sono realizzate le condizioni di equilibrio statico. Devono quindi essere nulle tutte le componenti della risultate ovvero con riferimento a un sistema di assi cartesiani:

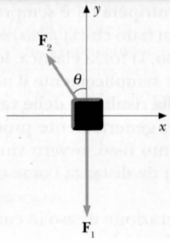
$$\bar{F} = \sum_i \bar{F}_i = 0 \implies \begin{cases} F_x = \sum_i F_{ix} = 0 \\ F_y = \sum_i F_{iy} = 0 \\ F_z = \sum_i F_{iz} = 0 \end{cases}$$



▲ Figura 2.6 Risultante nulla del sistema di due forze (a) e di tre forze (b).

2.0.1 Esercizio 2.2

Un punto P è sottoposto a una forza F_1 = 34 N lungo il verso negativo dell'asse y e a una forza F_2 = 25 N che forma un angolo $\theta = 30°$ con l'asse y, vedi **Figura 2.7**. Calcolare modulo, direzione e verso della forza $\mathbf{F}_3$ che occorre applicare al punto P per mantenerlo in equilibrio statico.



► **Figura 2.7**

Soluzione

All'equilibrio deve valere la relazione (2.4)

$$\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 = 0,$$

che equivale alle due equazioni

$$F_{2,x} + F_{3,x} = 0, \qquad F_{1,y} + F_{2,y} + F_{3,y} = 0.$$

Infatti $F_{1,x} = 0$ e non ci sono componenti lungo l'asse z; $\mathbf{F}_3$ deve stare nel piano x,y individuato da $\mathbf{F}_1$ e $\mathbf{F}_2$ dato che sommata a esse deve dare risultante nulla.

ESEMPIO 2.2 *continua*

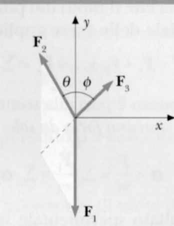
Pertanto, detto ϕ l'angolo formato da $\mathbf{F}_3$ con l'asse y, si ha:

$$\begin{cases} -F_2 \operatorname{sen}\theta + F_3 \operatorname{sen}\phi = 0, \\ -F_1 + F_2 \cos\theta + F_3 \cos\phi = 0. \end{cases}$$

Risolvendo si trova:

$$\operatorname{tg}\phi = \frac{F_2 \operatorname{sen}\theta}{F_1 - F_2 \cos\theta}, \qquad \phi = 45.4°,$$

$$F_3 = F_2 \frac{\operatorname{sen}\theta}{\operatorname{sen}\phi} = 17.6 \text{ N}.$$



◄ **Figura 2.8**

La soluzione è mostrata in **Figura 2.8**; qualitativamente era evidente che $\mathbf{F}_3$ doveva giacere nel primo quadrante.

Come verifica del risultato trovato per il modulo di $\mathbf{F}_3$ si provi a calcolare il modulo della risultante di $\mathbf{F}_1$ e $\mathbf{F}_2$ applicando il teorema del coseno (appendice C).