

Bases de Dados

Módulo 7: Modelo Relacional – Álgebra relacional

Prof. André Bruno de Oliveira

18/07/24 23:27

Tópicos

- Aula teórica
- O que é uma Álgebra?
- Operações de Conjunto
 - União
 - Interseção
 - Diferença
- Operações que extraem partes de uma relação
 - Seleção
 - Projeção
- Operações para “casamento” de tuplas de duas relações
 - Produto cartesiano
 - Junção
- Exercícios

Álgebra Relacional - Introdução

O que é uma Álgebra?

- De modo geral, uma álgebra consiste de operadores e operandos atômicos

Ex.: Álgebra da Aritmética

- Operandos Atômicos : variáveis como y e constantes como 33.
- Operadores : adição, subtração, multiplicação e divisão.
- Uma álgebra nos permite construir expressões aplicando operadores aos operandos ou a outras expressões.
 - $(x+y) * z$
 - $((x+5)/(y-2)) + y$

Álgebra Relacional - Introdução

O que é Álgebra Relacional?

- A álgebra relacional (AR) é uma álgebra especial que permite **construir novas relações a partir de relações existentes**.
 - Os operandos atômicos da AR são relações.
 - Os operadores da AR nos permitem realizar **consultas**(*queries*) sobre os dados.
 - Ou seja: as novas relações construídas são respostas à consultas sobre os dados.

Álgebra Relacional - Introdução

- Apesar de não ser diretamente utilizada pelos usuários de SGBD, a AR é muito relevante pelos seguintes motivos:
 - Provê um **arcabouço formal** para as operações do modelo relacional.
 - É usada **internamente** pelos módulos do SGBD que são responsáveis pela execução e otimização de consultas (ex: módulo *query optimizer*).
 - Os principais conceitos da AR foram incorporados no **núcleo da linguagem SQL**.
 - Diversas instruções SQL são quase que traduções diretas da AR.
 - Quando um SGBD processa consultas SQL, primeiramente a consulta é traduzida em AR ou em alguma representação muito similar.

Álgebra Relacional - Introdução

- AR é um exemplo de álgebra onde temos como:
 - **Operandos Atômicos:** Relações
 - **Operadores:** Permitem 4 diferentes classes de operações:
 - Operações de Conjunto
 - União $A \cup B$;
 - Interseção $A \cap B$;
 - Diferença $A - B$.
 - Operações que extraem partes de uma relação
 - Seleção (extraí algumas linhas) $\sigma_C(R)$;
 - Projeção (extraí algumas colunas) $\pi_C(R)$.
 - Operações para “casamento” de tuplas de duas relações
 - Produto cartesiano $R \times S$;
 - Junção $R \bowtie S$, $R \Join S$, $R \bowtie_C S$

Álgebra Relacional - Operações de Conjunto

- Lembre-se que, de acordo com a Teoria Relacional, uma **relação** representa um **conjunto de tuplas**.
 - Neste sentido, é plausível aplicar as clássicas operações de conjunto sobre relações.
 - Iremos percorrer alguns exemplos, utilizando as duas relações *R* e *S* a seguir.

Carro	Ano
Fusca	1966
Brasília	1980

Relação *R*

Carro	Ano
Gurgel	1985
Fusca	1966

Relação *S*

Álgebra Relacional - Operações de União

Operações de Conjunto - União

• $R \cup S$: é a **união** de R e S , isto é o conjunto de elementos (tuplas) que estão em R ou S ou ambas.

- Deste modo, pode-se aplicar as operações clássicas de conjunto sobre relações.
- Considerando as duas relações R e S abaixo, vamos a ver alguns exemplos.

Título	Ano
Fusca	1966
Brasília	1980

Relação R

Título	Ano
Gurgel	1985
Fusca	1966

Relação S

Título	Ano
Fusca	1966
Brasília	1980
Gurgel	1985

$R \cup S$

IMPORTANTE: Um conjunto não inclui elementos repetidos. O resultado da operação $R \cup S$ é um conjunto, assim em seu resultado cada tupla deve aparecer uma única vez. Veja que “Fusca” está presente em ambas as relações R e S , mas no resultado da operação $R \cup S$ este filme aparece uma única vez.

Álgebra Relacional - Operações de Interseção

- $R \cap S$: é a interseção de R e S , isto é, o conjunto de tuplas que estão em ambas as relações R e S .

Título	Ano
Fusca	1966
Brasília	1980

Relação R

Título	Ano
Gurgel	1985
Fusca	1966

Relação S

Título	Ano
Fusca	1966

$R \cap S$

Álgebra Relacional - Operações de Diferença

$R - S$: é a diferença de R e S , isto é, o conjunto de tuplas que estão em R , mas não estão em S .

Título	Ano
Fusca	1966
Brasília	1980

Relação R

Título	Ano
Gurgel	1985
Fusca	1966

Relação S

Título	Ano
Brasília	1980

$R - S$

- É importante observar que $R - S$ é diferente de $S - R$ (este último é o conjunto de tuplas que está em S , mas não em R).

Título	Ano
Gurgel	1985

$S - R$

Álgebra Relacional – Premissas das operações

- As operações de conjunto só podem ser aplicadas sobre um par de relações R e S caso as seguintes **condições** sejam **válidas**:

CONDIÇÃO 1. R e S devem ter **esquemas** com **atributos idênticos**. Os tipos (domínios) de cada atributo devem ser os mesmos em R e S .

- Por exemplo, não é possível efetuar operações de conjunto diretamente entre as relações entre *Filme* e *País*, pois elas possuem esquemas completamente diferentes.

```
CREATE TABLE Pais (  
  sigla CHAR(2) NOT NULL,  
  nome VARCHAR(60) NOT NULL,  
  PRIMARY KEY (sigla)  
);
```

```
CREATE TABLE Filme (  
  titulo VARCHAR(100) NOT NULL,  
  ano INT NOT NULL,  
  resumo VARCHAR(2000) NOT NULL,  
  pais CHAR(2),  
  duracao INT,  
  avaliacao NUM,  
  PRIMARY KEY (titulo, ano),  
  FOREIGN KEY (pais) REFERENCES  
  Pais(sigla)  
);
```

Álgebra Relacional - Premissas das operações

CONDIÇÃO 2. Antes de computar a união, interseção ou diferença de conjuntos de tuplas, os atributos de R e S devem estar ordenados de forma idêntica em ambas as relações. A relações envolvidas devem ser compatíveis, com mesmo nome de atributos e número de atributos.

- No nosso exemplo, a ordem dos atributos entre R e S são iguais: “título” (primeiro atributo) e “ano” (segundo atributo).

Título	Ano
Fusca	1966
Brasília	1980

Relação R

Título	Ano
Gurgel	1985
Fusca	1966

Relação S

Álgebra Relacional - Premissas das operações

CONDIÇÃO 3. Se as relações tem o mesmo número de atributos com domínios iguais, mas os nomes dos atributos são diferentes em cada relação (ex: “titulo” em R e “nome_filme” em S), é preciso utilizar uma operação de **renomear** para que os atributos fiquem com o mesmo nome.

```
CREATE TABLE R (  
  cod_sigla CHAR(2) NOT NULL,  
  nome VARCHAR(60) NOT  
  NULL,  
  PRIMARY KEY (sigla)  
);
```

```
CREATE TABLE S (  
  sigla CHAR(2) NOT NULL,  
  nome VARCHAR(60) NOT  
  NULL,  
  PRIMARY KEY (sigla)  
);
```

Álgebra Relacional – Operação de renomeear

Renomear. O operador de projeção (ρ) [letra grega rho] é usado para renomear o nome da relação ou dos atributos: $\rho_{x(a_1, \dots, a_n)}(S)$ retorna como resultado o nome da relação S alterado para X e os atributos com nomes novos a_1, \dots, a_n .

Uf

cod_uf	nome_uf
ES	ESPIRITO SANTO
RJ	RIO DE JANEIRO
SP	SÃO PAULO

$\rho_{Uf(sigla_uf, nome_uf)}(Uf)$

Uf

sigla_uf	nome_uf
ES	ESPIRITO SANTO
RJ	RIO DE JANEIRO
SP	SÃO PAULO

Álgebra Relacional – Operações de extração

Projeção

- O operador de projeção (π) é usado para produzir, de uma relação R , uma nova relação que possua apenas **alguns dos atributos** de R .

Carro

Carro	Ano	Cor	Pais	km	avaliacao
Fusca	1966	Preto	AL	500.000	7.9
Brasília	1980	Amarela	BR	400.000	7.8
Gurgel	1985	Azul	BR	100.000	7.3

$\pi_{\text{titulo,ano,duração}}(\textit{Carro})$

Carro	Ano	km
Fusca	1966	500.000
Brasília	1980	400.00
Gurgel	1985	100.000

- Projeção dos atributos “carro”, “ano” e “km” da relação *Carro*.
- O resultado é uma relação com três atributos

Álgebra Relacional – Operações de extração

Operações que extraem partes de uma relação

Projeção

Carro

Carro	Ano	Cor	Pais	km	avaliacao
Fusca	1966	Preto	AL	500.000	7.9
Brasília	1980	Amarela	BR	400.000	7.8
Gurgel	1985	Azul	BR	100.000	7.3

$\pi_{avaliacao}(Carro)$

avaliacao
7.9
7.9
7.3

- Neste caso, projetamos o atributo “avaliacao” de *Carro*.
- O resultado é uma relação com um único atributo.

Álgebra Relacional – Operação de projeção

Operações que extraem partes de uma relação

Projeção

Carro

Carro	Ano	Cor	Pais	km	avaliacao
Fusca	1966	Preto	AL	500.000	7.9
Brasília	1980	Amarela	BR	400.000	7.8
Gurgel	1985	Azul	BR	100.000	7.3

$\pi_{\text{pais}}(\text{Carro})$

pais
AL
BR

- Neste exemplo, a projeção foi em função do atributo “pais”.
- Veja que existem apenas **duas tuplas** na relação resultante. Isso ocorre porque a segunda e a terceira tupla de *Carro* tem o mesmo valor para o atributo “pais”.
- Na álgebra relacional de conjuntos, tuplas duplicadas são sempre eliminadas**

Álgebra Relacional – Operações de seleção

Operações que extraem partes de uma relação

Seleção

- O operador de seleção (σ) aplicado a uma relação R produz uma nova relação com um **subconjunto das tuplas** de R .

Carro

carro	ano	cor	pais	km	avaliacao
Fusca	1966	Preto	AL	500.000	7.9
Brasília	1980	Amarela	BR	400.000	7.8
Gurgel	1985	Azul	BR	100.000	7.3

$\sigma_{avaliacao > 7.5}(\text{Carro})$

carro	ano	cor	pais	km	avaliacao
Fusca	1966	Preto	AL	500.000	7.9
Brasília	1980	Amarela	BR	400.00	7.8

Álgebra Relacional – Operações de seleção

Operações que extraem partes de uma relação

Seleção

- O operador de seleção (σ) aplicado a uma relação R produz uma nova relação com um **subconjunto das tuplas** de R .
- As tuplas da relação resultante são aquelas que satisfazem a alguma condição C que envolva atributos de R .
- Representa-se essa operação por $\sigma_C(R)$
- **Exemplo:**
- $\sigma_{avaliacao > 7.5}(Carro)$
- O esquema da relação resultante é o mesmo de R . Por convenção, mostramos os atributos na mesma ordem usada para R .

Álgebra Relacional – Operações de seleção

Operações que extraem partes de uma relação

Seleção

- $\sigma_C(R)$
- C é uma expressão condicional do mesmo tipo que estudantes estão acostumados a usar nas linguagens de programação como R, Pascal ou Python.
- Aplica se C a cada tupla t de R (ou seja o teste é feito tupla por tupla)
- Se o resultado da operação for **TRUE**, t vai para o conjunto de resultados.

Álgebra Relacional – Operações de seleção

Seleção o teste é feito tupla por tupla

- Exemplo: $\sigma_{\text{avaliacao} > 7.5}(\text{Filme})$

Carro

carro	ano	cor	pais	km	avaliacao
Fusca	1966	Preto	AL	500.000	7.9
Brasília	1980	Amarela	BR	400.000	7.8
Gurgel	1985	Azul	BR	100.000	7.3



Álgebra Relacional – Operações de seleção

Seleção o teste é feito tupla por tupla

- Exemplo: $\sigma_{\text{avaliacao} > 7.5}(\text{Filme})$

Carro

carro	ano	cor	pais	km	avaliacao
Fusca	1966	Preto	AL	500.000	7.9
Brasília	1980	Amarela	BR	400.000	7.8
Gurgel	1985	Azul	BR	100.000	7.3



- $7.9 > 7.5 \rightarrow \text{TRUE} \rightarrow$ “Fusca” vai para o conjunto de resultados

Resultado

carro	ano	cor	pais	km	avaliacao
Fusca	1966	Preto	AL	500.000	7.9

Álgebra Relacional – Operações de seleção

Seleção o teste é feito tupla por tupla

- Exemplo: $\sigma_{\text{avaliacao} > 7.5}(\text{Filme})$

Carro

carro	ano	cor	pais	km	avaliacao
Fusca	1966	Preto	AL	500.000	7.9
Brasília	1980	Amarela	BR	400.000	7.8
Gurgel	1985	Azul	BR	100.000	7.3



- $7.8 > 7.5 \rightarrow \text{TRUE} \rightarrow \text{"Brasília"} \text{ vai para o conjunto de resultados}$

Resultado

carro	ano	cor	pais	km	avaliacao
Fusca	1966	Preto	AL	500.000	7.9
Brasília	1980	Amarela	BR	400.00	7.8

Álgebra Relacional – Operações de seleção

Seleção

Os operadores AND, OR e NOT são utilizados para permitir condições mais complexas.

- **Exemplo:** selecionar todos os filmes com duração acima de 120 minutos produzidos no Reino Unido.
 - $\sigma_{\text{km} > 450.000 \text{ AND } \text{pais} = 'AL'}(\text{Carro})$

Resultado

carro	ano	cor	pais	km	avaliacao
Fusca	1966	Preto	AL	500.000	7.9

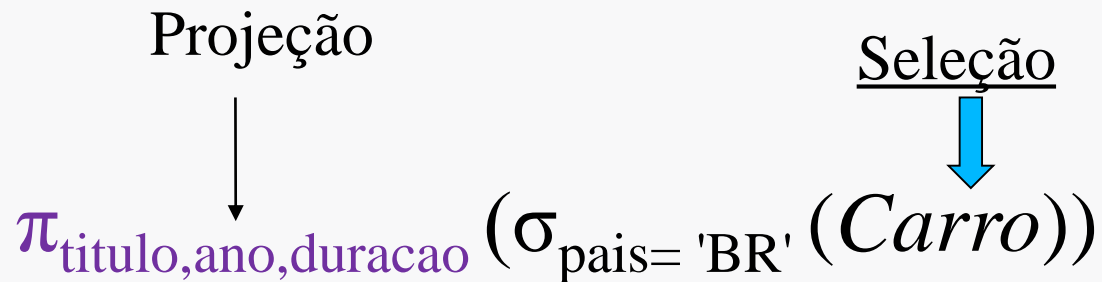
Álgebra Relacional – Combinando Operações

- A Álgebra Relacional, como todas as álgebras, nos permite formar expressões de complexidade arbitrária através da aplicação de operações a resultados obtidos por outras operações.
- Neste caso, parênteses são utilizados para possibilitar o agrupamento de operadores.
- **Ex:** obter o **carro**, **ano** e **km** de todos os **carros nacionais**.

$$\pi_{\text{carro,ano,km}} (\sigma_{\text{pais} = 'BR'} (Carro))$$

Álgebra Relacional – Combinando Operações

- A Álgebra Relacional, como todas as álgebras, nos permite formar expressões de complexidade arbitrária através da aplicação de operações a resultados obtidos por outras operações.
- Neste caso, **parênteses** são utilizados para possibilitar o agrupamento de operadores.
- **Ex:** obter o carro, ano e km de todos os carros nacionais.



- Inicialmente, a operação mais interna é executada (seleção).
- Depois, a operação de projeção é executada sobre o resultado da primeira operação.
- Veja detalhes no slide a seguir.

Álgebra Relacional – Combinando Operações

- $\pi_{\text{titulo,ano,duracao}} (\sigma_{\text{pais='BR'}} (\text{Carro}))$

Filme

carro	ano	cor	pais	km	avaliacao
Fusca	1966	Preto	AL	500.000	7.9
Brasília	1980	Amarela	BR	400.000	7.8
Gurgel	1985	Azul	BR	100.000	7.3



$\sigma_{\text{pais='BR'}} (\text{Carro})$

Resultado1

carro	ano	cor	pais	km	avaliacao
Brasília	1980	Amarela	BR	400.000	7.8
Gurgel	1985	Azul	BR	100.000	7.3

$\pi_{\text{carro,ano,km}} (\text{Resultado1})$

carro	ano	km
Brasília	1980	400.000
Gurgel	1985	100.000

Álgebra Relacional – Query Trees

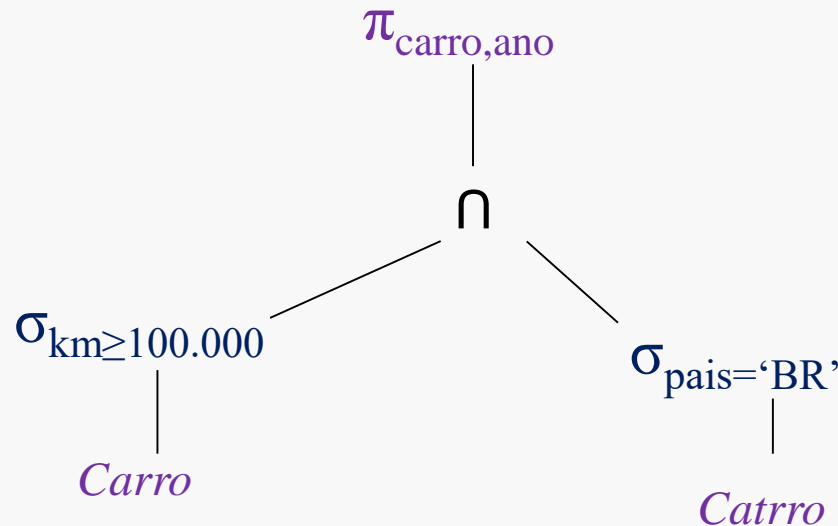
- Também é possível representar expressões da álgebra relacional como árvores de avaliação de consulta (*query evaluation trees* ou *simplesmente query trees*).
- Esta estrutura é tipicamente utilizada em SGBDs para representar as consultas internamente.
- Uma query tree possui sempre a seguinte estrutura:
 - As **relações** de entrada são representadas como **nós folha**
 - As **operações** são representadas como **nós internos**.

Álgebra Relacional – Query Trees

- Ex. : “Quais são os carros nacionais e seus respectivos anos de fabricação com pelos menos 100.000 de km rodados?”.
- Uma forma de computar a solução desta consulta é a seguinte:
 - I. A é igual a SELECIONAR as tuplas dos carros que possuem $\text{km} \geq 100.000$ km:.
 - II. B é igual a SELECIONAR as tuplas dos carros com $\text{pais} = \text{'BR'}$.
 - III. C é igual a COMPUTAR a INTERSEÇÃO de (A) e (B) .
 - IV. D é igual a PROJETAR a relação resultante de (C) em função dos atributos “carro” e “ano”.

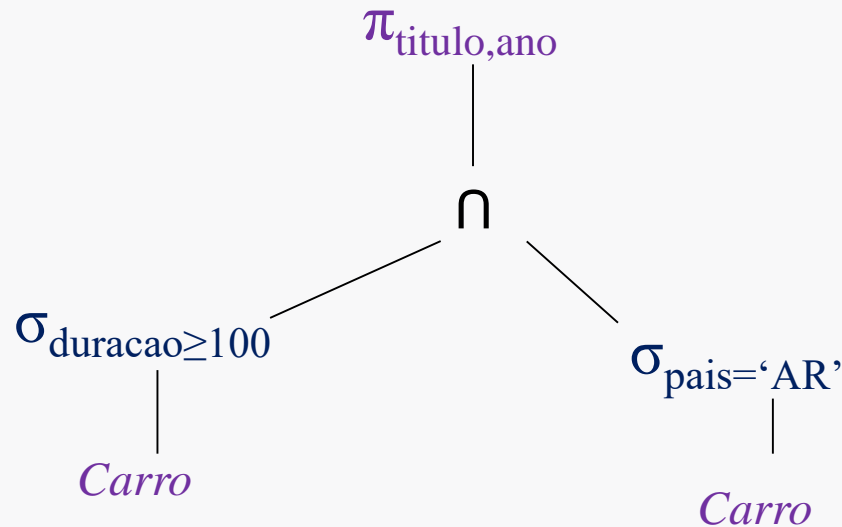
Álgebra Relacional – Query Trees

- Ex. : “Quais são os carros e anos dos carros nacionais com ao menos 100 minutos de duração”.
- Uma forma de computar a resposta desta consulta é:
 - A é igual a **SELECIONAR** as tuplas dos carros que possuem $km \geq 100.000$ km.
 - B é igual a **SELECIONAR** as tuplas dos carros com $pais = 'BR'$.
 - C é igual a **COMPUTAR** a **INTERSEÇÃO** de (A) e (B) .
 - D é igual a **PROJETAR** a relação resultante de (C) em função dos atributos “carro” e “ano”.



Álgebra Relacional – Query Trees

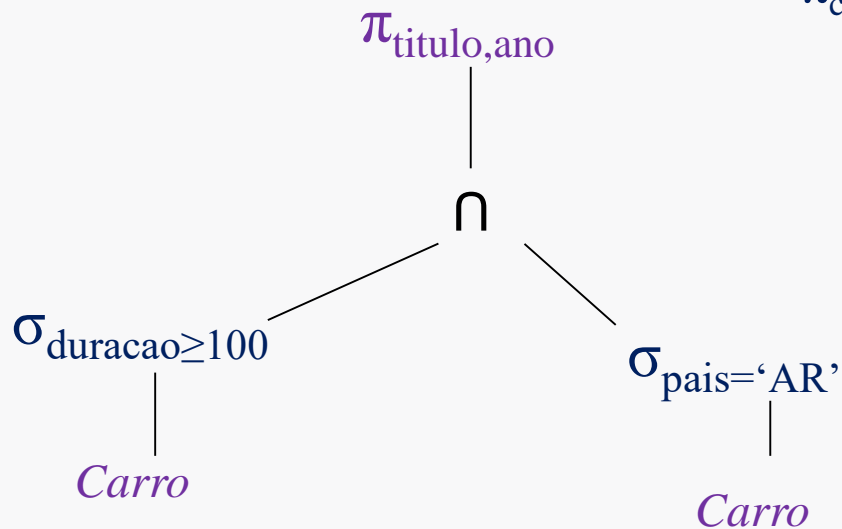
- Ex. : “Quais os carros e anos dos carros nacionais com ao menos 100 minutos de duração”.
- Uma forma de computar a resposta desta consulta é:
 - A é igual a SELECIONAR as tuplas dos carros que possuem $km \geq 100.000$ km:.
 - B é igual a SELECIONAR as tuplas dos carros com $país = 'BR'$.
 - C é igual a COMPUTAR a INTERSEÇÃO de (A) e (B) .
 - D é igual a PROJETAR a relação resultante de (C) em função dos atributos “carro” e “ano”.



Álgebra Relacional – Query Trees

- Observe agora a representação da mesma expressão na notação linear convencional com parênteses.

Query Tree:



- Expressão em notação convencional:

$$\pi_{carro, ano}(\sigma_{km \geq 100.000}(Carro) \cap \sigma_{pais = 'BR'}(Carro))$$

Álgebra Relacional – Expressões Equivalentes

- Quase sempre há mais de uma expressão da AR para obter o mesmo resultado.
- Ex.: “Quais são os carros e anos dos carros nacionais com pelo menos 100 km percorridos?”

- SOLUÇÃO 1 : com INTERSEÇÃO

$$\pi_{\text{carro,ano}}(\sigma_{\text{km} \geq 100.000}(\text{Carro}) \cap \sigma_{\text{pais} = \text{'BR'}}(\text{Carro}))$$

- SOLUÇÃO 2 : substituindo a interseção por AND de duas.

$$\pi_{\text{carro,ano}}(\sigma_{\text{km} \geq 100.000 \text{ AND } \text{pais} = \text{'BR'}}(\text{Carro}))$$

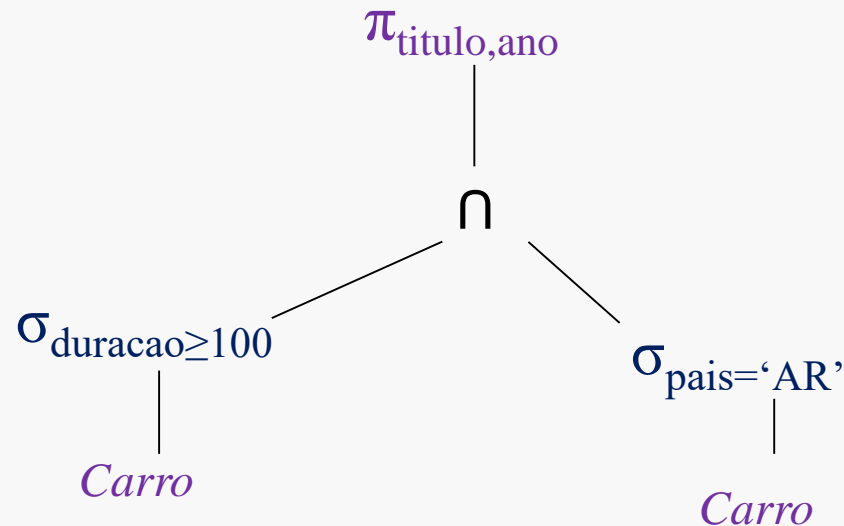
Álgebra Relacional – Expressões Equivalentes

- Otimização de Consultas
- Acabamos de ver que a resposta de uma mesma consulta pode ter diversas expressões equivalentes.
 - Algumas expressões podem ser avaliadas muito mais rapidamente pelo SGBD.
 - Um trabalho importante do módulo de processamento de consultas de qualquer SGBD é exatamente substituir uma expressão da AR por uma outra equivalente que seja executada mais rapidamente.

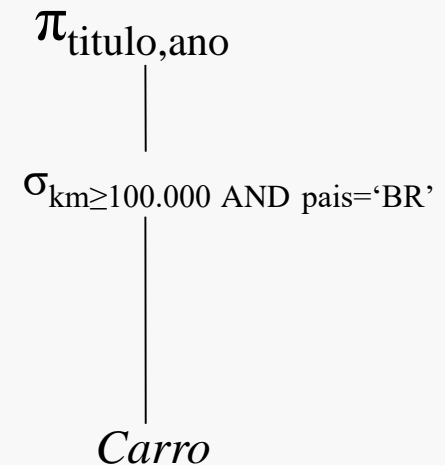
Álgebra Relacional – Expressões Equivalentes

- Veja que em nossos exemplo, a expressão do lado direito é mais simples, gerando uma árvore menor.
- A expressão da esquerda requer duas varreduras completas à Filme , gerando dois resultados intermediários. Já a da direita requer apenas uma varredura.

$$\pi_{\text{carro,ano}}(\sigma_{\text{km} \geq 100.000}(\text{Carro}) \cap \sigma_{\text{pais}='BR'}(\text{Carro}))$$



$$\pi_{\text{carro,ano}}(\sigma_{\text{km} \geq 100.000}(\text{Carro}) \cap \sigma_{\text{pais}='BR'}(\text{Carro}))$$



Álgebra Relacional – Exercício para entregar

Use sua criatividade e conhecimento adquirido para criar duas relações contendo tuplas e **proponha exercício** de álgebra relacional para cada operação descrita abaixo e **resolva**.

- União
- Interseção
- Diferença
- Seleção
- Projeção

Entregar na próxima terça feira dia 20/08.

Álgebra Relacional – Exercício

- Abaixo, são apresentados **exemplos de tuplas** de duas relações, *Cliente* e *Fornecedor*.

Cliente

id	nomeCliente	endereço	cidade	país
1	Alfredo	Av. Rubens Paiva 10	Rio de Janeiro	Brasil
2	Joana Fernnandez	R do Governo 1	Santiago	Chile
3	Bernando	Rua projetada 5	Rio Negro	Uruguai
...

Fornecedor

id	nomeEmpresa	endereço	cidade	país
1	Irmãos ZUK	Av. Rubens Paiva 10	Rio de Janeiro	Brasil
2	Kelvin solutions	R do Governo 1	Santiago	Chile
3	Arts BMY	Rua projetada 5	Rio Negro	Uruguai
...

Elabore as **expressões da Álgebra Relacional** para responder às seguintes consultas:

- Obter os nomes e endereços de clientes que residem na cidade de ‘Montevidéu’ no Uruguai.
- Obter os dados completos (valores de todos os atributos) dos fornecedores com os códigos 9, 11 e 20.
- Quais as cidades comuns às duas relações? (por exemplo, cidades como ‘Rio de Janeiro’ no Brasil), que aparecem em ambas as relações)
- Obter todos os países distintos, independentemente de estarem apenas em Cliente, apenas em Fornecedor ou em ambas as relações.
- Quais as cidades do ‘EUA’ armazenadas em Cliente que não constam em Fornecedor?

Álgebra Relacional – Exercício

- Abaixo, são apresentados **exemplos de tuplas** de duas relações, *Cliente* e *Fornecedor*.

Cliente

id	nomeCliente	endereço	cidade	país
1	Alfredo	Av. Rubens Paiva 10	Rio de Janeiro	Brasil
2	Joana Fernnandez	R do Governo 1	Santiago	Chile
3	Bernando	Rua projetada 5	Rio Negro	Uruguai
...

Fornecedor

id	nomeEmpresa	endereço	cidade	país
1	Irmãos ZUK	Av. Rubens Paiva 10	Rio de Janeiro	Brasil
2	Kelvin solutions	R do Governo 1	Santiago	Chile
3	Arts BMY	Rua projetada 5	Rio Negro	Uruguai
...

Elabore as **expressões da Álgebra Relacional** para responder às seguintes consultas:

a) Obter os nomes e endereços de clientes que residem na cidade de ‘Montevideu’ no Uruguai.

$\pi_{\text{nome, endereço}}(\sigma_{\text{cidade}=\text{'Montevideu' and país}=\text{'Uruguai'}}(\textit{Cliente}))$.

Álgebra Relacional – Exercício

- Abaixo, são apresentados **exemplos de tuplas** de duas relações, *Cliente* e *Fornecedor*.

Cliente

id	nomeCliente	endereço	cidade	país
1	Alfredo	Av. Rubens Paiva 10	Rio de Janeiro	Brasil
2	Joana Fernandez	R do Governo 1	Santiago	Chile
3	Bernardo	Rua projetada 5	Rio Negro	Uruguai
...

Fornecedor

id	nomeEmpresa	endereço	cidade	país
1	Irmãos ZUK	Av. Rubens Paiva 10	Rio de Janeiro	Brasil
2	Kelvin solutions	R do Governo 1	Santiago	Chile
3	Arts BMY	Rua projetada 5	Rio Negro	Uruguai
...

Elabore as **expressões da Álgebra Relacional** para responder às seguintes consultas:

- b. Obter os dados completos (valores de todos os atributos) dos fornecedores com os códigos 9, 11 e 20.

$\sigma_{id \in (9,11,20)} (Fornecedor)$

ou $\sigma_{(id=9 \text{ or } id=11 \text{ or } id=20)} (Fornecedor)$

Álgebra Relacional – Exercício

- Abaixo, são apresentados **exemplos de tuplas** de duas relações, *Cliente* e *Fornecedor*.

Cliente

id	nomeCliente	endereço	cidade	país
1	Alfredo	Av. Rubens Paiva 10	Rio de Janeiro	Brasil
2	Joana Fernandez	R do Governo 1	Santiago	Chile
3	Bernardo	Rua projetada 5	Rio Negro	Uruguai
...

Fornecedor

id	nomeEmpresa	endereço	cidade	país
1	Irmãos ZUK	Av. Rubens Paiva 10	Rio de Janeiro	Brasil
2	Kelvin solutions	R do Governo 1	Santiago	Chile
3	Arts BMY	Rua projetada 5	Rio Negro	Uruguai
...

Elabore as **expressões da Álgebra Relacional** para responder às seguintes consultas

- c. Quais as cidades comuns às duas relações? (por exemplo, cidades como ‘Rio de Janeiro’ no Brasil), que aparecem em ambas as relações)

$$\pi_{\text{cidade,pais}}(\textit{Cliente}) \cap \pi_{\text{cidade,pais}}(\textit{Fornecedor})$$

Álgebra Relacional – Exercício

- Abaixo, são apresentados **exemplos de tuplas** de duas relações, *Cliente* e *Fornecedor*.

Cliente

id	nomeCliente	endereço	cidade	país
1	Alfredo	Av. Rubens Paiva 10	Rio de Janeiro	Brasil
2	Joana Fernandez	R do Governo 1	Santiago	Chile
3	Bernardo	Rua projetada 5	Rio Negro	Uruguai
...

Fornecedor

id	nomeEmpresa	endereço	cidade	país
1	Irmãos ZUK	Av. Rubens Paiva 10	Rio de Janeiro	Brasil
2	Kelvin solutions	R do Governo 1	Santiago	Chile
3	Arts BMY	Rua projetada 5	Rio Negro	Uruguai
...

Elabore as **expressões da Álgebra Relacional** para responder às seguintes consultas:

- d. Obter todos os países distintos, independentemente de estarem apenas em *Cliente*, apenas em *Fornecedor* ou em ambas as relações.

$$\pi_{\text{país}}(\textit{Cliente}) \cup \pi_{\text{país}}(\textit{Fornecedor})$$

Álgebra Relacional – Exercício

- Abaixo, são apresentados **exemplos de tuplas** de duas relações, *Cliente* e *Fornecedor*.

Cliente

id	nomeCliente	endereço	cidade	país
1	Alfredo	Av. Rubens Paiva 10	Rio de Janeiro	Brasil
2	Joana Fernnandez	R do Governo 1	Santiago	Chile
3	Bernando	Rua projetada 5	Rio Negro	Uruguai
...

Fornecedor

id	nomeEmpresa	endereço	cidade	país
1	Irmãos ZUK	Av. Rubens Paiva 10	Rio de Janeiro	Brasil
2	Kelvin solutions	R do Governo 1	Santiago	Chile
3	Arts BMY	Rua projetada 5	Rio Negro	Uruguai
...

Elabore as **expressões da Álgebra Relacional** para responder às seguintes consultas:

e. Quais as cidades do ‘EUA’ armazenadas em *Cliente* que não constam em *Fornecedor*?

$$(\pi_{\text{cidade}}(\sigma_{\text{país}='EUA'}(\textit{Cliente}))) - (\pi_{\text{cidade}}(\sigma_{\text{país}='EUA'}(\textit{Fornecedor})))$$

Obrigado