universidade de aveiro
deti departamento de eletrónica, telecomunicações e informática

Relatório Orientado

Guião PL02

Métodos Probabilísticos para Engenharia Informática

Departamento de Eletrónica, Telecomunicações e Informática

Prof. Amaro Sousa

Ano letivo 2020/2021

Turma P3

André Pragosa Clérigo, 98485

Tiago Afonso Marques, 98459

10/11/2020

Índice

Nota a manter durante este relatório, as alíneas do mesmo exercício foram feitas no mesmo ficheiro por isso aconselhamos a manter em mente que o código referido numa alínea pode ser referido nas alíneas seguintes. Considere também que o output resultante desse mesmo código é referido abaixo da linha delimita o código.

Exercício 1

Exercício 1 alínea a

```
p1 = 0.002;
p2 = 0.005;
pa = 0.01;
N  = 1e7;
n  = 8;
exp = [rand(n,N) < p1; rand(n,N) < p2; rand(n,N) < pa];

%A - uma caixa de brinquedos tem pelo menos 1 brinquedo com defeito

resultado = sum(exp) >= 1;
pA = sum(resultado) / N
```

```
pA = 0.1276
```

O resultado o obtido na simulação da probabilidade de acontecer o evento A (pA) foi de 0,1276 e este está numa ordem de grandeza para a qual consideramos correta. Apesar do brinquedo ser composto por 3 componentes (Componente 1, 2 e montagem) a probabilidade de estas produzirem defeitos é bastante pequena (comparada com o valor de grandeza de pA) e assim achamos que o valor obtido é tem sentido matemático.

Exercício 1 alínea b

```
montagemDefeituosa = sum(exp(17:24,:)) == 1  & sum(exp(1:16,:)) == 0;
nMontagem = sum(montagemDefeituosa)/sum(resultado)

%É feita a contagem de brinquedos defeituosos apenas por montagem:
peças 1 e 2 =0 e a montagem=1
%O número medio de brinquedos com defeito por montagem é obtido
%dividindo o numero de brinquedos com defeito por montagem por o
numero %de brinquedos com defeito total.
```

```
nMontagem = 0.5530
```

O resultado obtido na simulação da probabilidade de nMontagem foi de 0,5530 e este não nos surpreende vistos que a probabilidade de ocorrer um defeito no processo de montagem está numa ordem de grandeza acima da probabilidade de ocorrer um defeito no fabrico do componente 1 e do componente 2 do brinquedo.

Exercício 2

Exercício 2 alínea a

```
p1 = 0.002;
p2 = 0.005;
pa = 0.01;
N  = 1e6;
n  = 8;
exp = [rand(n,N) < p1; rand(n,N) < p2; rand(n,N) < pa];

%B - uma caixa de brinquedos não tem brinquedos com defeito

resultado = sum(exp) == 0;
pB = sum(resultado)/N;
```

```
pB = 0.8722
```

O resultado obtido nesta simulação para pB foi de 0,8722 e este era esperado vistos que os eventos B e A (do exercício 1a) são completares e assim o valor obtido nesta simulação deveria ser algo aproximado a 1 – valor obtido no 1a), sendo assim 1 – 0,1276 = 0,8724, podendo assim considerar que o valor obtido está correto e que se aproximaria cada vez mais do valor esperado quantas mais experiências (N) fossem feitas.

Exercício 2 alínea b

Para uma caixa n = 8 brinquedos.

Probabilidade do evento A

= (p1*p2*pA + p1*pA + p2*pA + p1*p2 + p1 + p2 + pA) * n

= (0,002*0,005*0,01 + 0,002*0,01 + 0,005*0,01 + 0,005*0,002 + 0,002 + 0,005 + 0,01) * 8

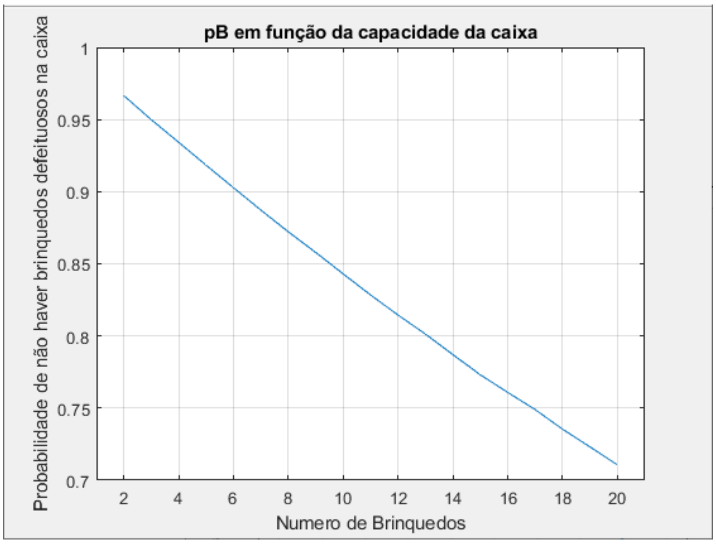
= 0,1366408

Probabilidade do evento B = 1 – Probabilidade do evento A = 0,8633592

Podemos concluir que o nosso valor simulado se aproxima bastante do valor teórico e assim demonstra que o processo utilizado foi adequado para calcular a probabilidade do evento B acontecer para uma caixa que contem 8 brinquedos.

Exercício 2 alínea c

```
fX = zeros(1,19); %gera uma matriz 1 por 19 com os valores a 0
X  = 2:20;
for i = X %percorre os valores de 2 a 20
    sim = [rand(i,N) < p1; rand(i,N) < p2; rand(i,N) < pa]; %gera
matriz com N caixas cada uma com i brinquedos
    sucess = sum(sim) == 0; %contabiliza o número de caixas sem
qualquer defeito
    fX(i-1) = sum(sucess)/N; %guarda na matriz fX a probabilidade de
uma caixa com i brinquedos ter 0 defeituosos
end
plot(X,fX)
axis([1 21 0.7 1]);
grid on
title('pB em função da capacidade da caixa');
xlabel('Número de Brinquedos');
ylabel('Probabilidade de não haver brinquedos defeituosos na caixa');
```



A curva obtida no gráfico que mostra a tendência da probabilidade do evento B acontecer (pB) em função do número de brinquedos numa caixa parece estar de acordo com as nossas previsões vistos que à medida que há mais brinquedos numa caixa menor a probabilidade de não haver brinquedos defeituosos na caixa. Algo que podemos dizer que também é uma boa referência para a qualidade do gráfico é o valor de y quando o número de brinquedos é igual a 8 que é 0,8721 e está de acordo com o valor obtido na alínea a).

Exercício 2 alínea d

Observando o gráfico da questão 2c) se a empresa quiser garantir uma probabilidade de pelo menos 90% que a caixa não tenha brinquedos defeituosos a capacidade máxima da caixa de brinquedos deverá ser 6.

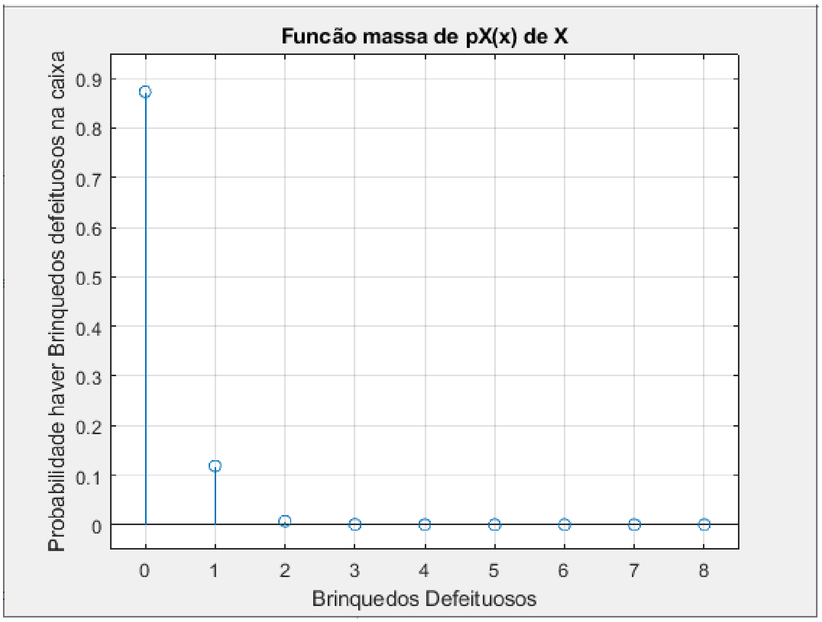
Exercício 3

Exercício 3 alínea a

```
p1 = 0.002;
p2 = 0.005;
pa = 0.01;
N  = 1e7;
n  = 8;

exp = [rand(n,N) < p1; rand(n,N) < p2; rand(n,N) < pa];
resultado = sum(exp);

X = 0:8;
fX = zeros(1,9); %gera uma matriz 1 por 9 com os valores a 0
for i = X %percorre o vetor X
    fX(i+1) = sum(resultado==i)/N; %guarda na matriz fX a
probabilidade de uma caixa com n brinquedos ter i defeituosos
end
stem(X,fX)
axis([-0.5 8.5 -0.05 0.95]);
grid on
title('Funcão massa de pX(x) de X');
xlabel('Brinquedos Defeituosos');
ylabel('Probabilidade haver Brinquedos defeituosos na caixa');
```



Podemos considerar que o gráfico obtido aparenta estar correto vistos que conforme o número de brinquedos defeituosos vai aumentando, a sua probabilidade de acontecer vai diminuindo. Outro fator que aponta para que o nosso gráfico está correto é o facto do resultado obtido na questão 2a) (probabilidade de não haver brinquedos defeituosos) ser bastante próximo ao resultado quando observamos o valor de y = 0,87042 para x = 0.

Exercício 3 alínea b

```
%b) Com base em pX(x), calcule a probabilidade de X >= 2. O que
conclui?

pX2n8 = 0;
for i = 2:8 %percorre todos os valores de X possíveis para os quais
X>=2
    pX2n8 = pX2n8 + fX(i+1);
end
pX2n8
```

```
pX2n8 = 0.0081
```

Para um valor de 0,0081 para pX2n8 podemos concluir que ter 2 ou mais brinquedos defeituosos numa caixa com 8 brinquedos é um acontecimento raro (probabilidade muito baixa).

Exercício 3 alínea c

```
%c) Com base em pX(x), estime o valor esperado, a variância e o desvio
padrão de X.
valorEsperado8 = sum(fX.*X)

%VARIANCIA VAR(X) = E(x^2)-(E(x))^2
variancia8 = sum(fX.*(X.^2)) - valorEsperado8^2
%DESVIO = RAIZ(VAR(X))
desvioPadrao8 = sqrt(variancia8)
```

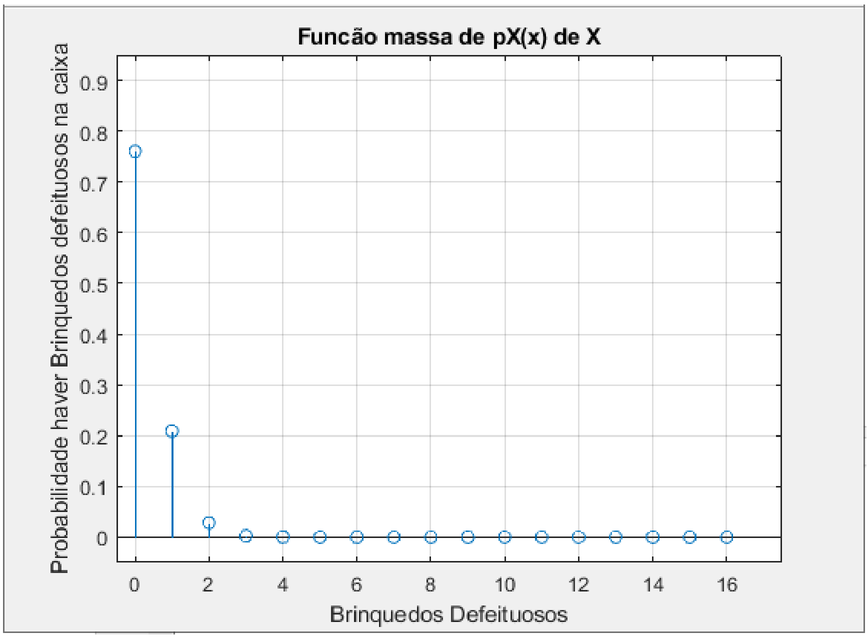
```
valorEsperado8 = 0.1363
variancia8 = 0.1353
desvioPadrao8 = 0.367
```

Exercício 3 alínea d

O codigo desenvolvido na alínea d é o mesmo desenvolvido nas alíneas a, b e c, com a diferença de n = 16;

```
n = 16;
exp = [rand(n,N) < p1; rand(n,N) < p2; rand(n,N) < pa];
resultado = sum(exp);

%função massa de probabilidade pX(x)de X quando n = 16
Y = 0:16;
fY = zeros(1,17);
for i = Y
    fY(i+1) = sum(resultado==i)/N;
end
figure(2)
stem(Y,fY)
axis([-0.5 17.5 -0.05 0.95]);
grid on
title('Funcão massa de pX(x) de X');
xlabel('Brinquedos Defeituosos');
ylabel('Probabilidade haver Brinquedos defeituosos na caixa');
```



Obtemos um gráfico que apresenta a função massa de pX(x) de X e que aparenta estar correto vistos que conforme o número de brinquedos defeituosos vão aumentando, a sua probabilidade de acontecer vai diminuindo. Um fator que aponta para a qualidade deste gráfico é o facto de o valor para x = 0 para uma caixa de 16 brinquedos ser menor do que o valor obtido no gráfico anterior para uma caixa de 8 brinquedos.

```
%Com base em pY(y), calcule a probabilidade de Y >= 2.
pX2n16 = 0;
for i = 2:8
    pX2n16 = pX2n16 + fY(i+1);
end
pX2n16
```

```
pX2n16 = 0.0307
```

Para um valor de 0,03 para pX2n16 podemos concluir que ter 2 ou mais brinquedos defeituosos numa caixa com 20 brinquedos é um acontecimento raro (probabilidade muito baixa). Um bom indicador que este valor está correto é o facto de pX2n16 > pX2n

```
valorEsperado16 = sum(fY.*Y)

%VARIANCIA VAR(Y) = E(y^2)-(E(y))^2
variancia16 = sum(fY.*(Y.^2)) - valorEsperado16.^2
%DESVIO = RAIZ(VAR(Y))
desvioPadrao16 = sqrt(variancia16)
```

```
valorEsperado16 = 0.2732
variancia16 = 0.2721
desvioPadrao16 = 0.5216
```

Exercício 4

Exercício 4 alínea a

```
p1  = 0.002;
p2  = 0.005;
pa  = 0.001;
N   = 1e6;
n   = 20;
m   = 1;

exp = [rand(n,N) < p1; rand(n,N) < p2; rand(n,N) < pa];

% simulação a probabilidade de uma caixa ser comercializada quando o
processo de garantia de qualidade é implementado com m = 1
m = 1;
chosen = randperm(n,m); %gera vetor com m elementos diferentes de 1
até n ( neste caso gera 1 elemento).

caixaComercial = 0;

for i = 1:N %percorre todas as colunas (ou seja caixas)
   if exp(chosen,i)==0 && exp(n+chosen,i)==0 && exp(2*n+chosen,i)==0
       caixaComercial = caixaComercial + 1;
       %se a caixa não apresentar defeitos no brinquedo de posição
       %chosen, essa caixa conta como uma caixa para Comercializar
       %exp(chosen) é a peça 1 do brinquedo
       %exp(n+chosen) é a peça 2 do brinquedo
       %exp(2*n+chosen) é a montagem do brinquedo
   end
end

pComercial = caixaComercial/N
```

```
pComercial = 0.9920
```

O valor obtido na probabilidade de uma caixa ser comercializada foi de 0,9920 apesar de ser extremamente elevado achamos que este seja correto vistos que o processo que mais contribuía para produzir um brinquedo com defeito diminui por um fator de 10. Esta diminuição aliada de uma amostra de 1 brinquedo em 20 brinquedos presentes numa caixa faz com que a probabilidade de um brinquedo ter defeito e ser escolhido para teste seja extremamente baixa, e por consequência faz com que a probabilidade de uma caixa ser comercializada seja extremamente alta, algo que está a par com o valor obtido.

Exercício 4 alínea b

```
pDesejado = 0.9;
m = 19;

for i = m:-1:1  %vai de 1 a 19 (m)
    escolhidos = randperm(n,i); %randperm(n,k) gera vector com i
elementos diferentes de 1 até n ( neste caso gera 1 elemento).
    caixaDefeito = 0;
    for coluna = 1:N %percorre todas as caixas (colunas)
        for k = escolhidos %percorre linha de cada brinquedo escolhido
            if exp(k,coluna) == 1 || exp(n+k,coluna) == 1 ||
exp(2*n+k,coluna) == 1 %verifica se brinquedo é defeituoso
                caixaDefeito = caixaDefeito + 1;
                break;
            end
        end
    end
    pTeste = 1 - caixaDefeito/N;
    if(pTeste >= pDesejado)
        fprintf('Menor valor de m para p >= 90 é %d\n', i);
        break;
    end
end
```

```
Menor valor de m para p >= 90 é 13
```

Para garantir com uma certeza de 90% de que uma caixa comercializada não contem um brinquedo com defeito necessitamos de uma amostra de 13 brinquedos, ou seja, testar 13 brinquedos aleatórios por caixa.