Cálculo II – 2020/2021

Aula 9 ①/1

Planificação **Aula 9** (E@D)

TP4D-1: 5ª feira, 15/04, 14h ; TP4D-2: 5ª feira, 15/04, 16h ; TP4D-3: 6ª feira, 16/04, 11h ; TP4D-4: 4ª feira, 14/04, 10h30 ; TP4D-5: 6ª feira, 16/04, 14h

1ª Parte da aula: Resolução do Mini Teste 1

2ª Parte da aula: Resolução dos seguintes exercícios sobre séries de Fourier

Exercício 1: Seja f definida em $[-\pi,\pi[$ por $f(x)=\begin{cases}\cos x & \text{se } x\in\,]0,\pi[\\ 0 & \text{se } x=0\\ -\cos x & \text{se } x\in[-\pi,0[\end{cases}$

a) Esboce o gráfico de f em $[-\pi,\pi[$.

b) Mostre que a série de Fourier associada a f é uma série de senos, ou seja, $\sum_{n=1}^{+\infty} b_n \operatorname{sen}(nx)$ e calcule o valor do coeficiente b_1.

Exercício 2: Seja f 2π-periódica tal que $f(x)=\begin{cases}\alpha, & -\pi\leq x<0\\ \beta, & 0\leq x<\pi\end{cases}$ $(\alpha,\beta\in\mathbb{R}\,;\ \alpha\neq\beta)$

a) Sem determinar a série de Fourier associada a f, indique a sua soma em $x=0$ e em $x=\frac{\pi}{2}$.

b) Considerando $\alpha=-\pi$ e $\beta=\pi$, mostre que a série de Fourier associada a f é $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{4}{2n-1}\operatorname{sen}((2n-1)x)$.

c) Usando o resultado anterior, mostre que $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{2n-1}=\frac{\pi}{4}$.

Exercício 3: Seja f 2π-periódica tal que $f(x)=\pi-2|x|$, $-\pi\leq x\leq\pi$.

a) Determine a série de Fourier associada a f.

b) Justifique que $f(x)=\frac{8}{\pi}\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{\cos((2n-1)x)}{(2n-1)^2}$, $\forall x\in\mathbb{R}$.

c) Mostre que $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{(2n-1)^2}=\frac{\pi^2}{8}$.

d) Mostre que a série de Fourier associada a f é uniformemente convergente em $\mathbb{R}$.