Cálculo II – 2020/2021

Aula 24 ①/2

Planificação **Aula 24** (E@D)

TP4D: 3ª feira, 08/06, 16h30

Notas: 1) Passar para o caderno ou imprimir esta planificação e estudá-la antes da aula.
2) A aula será essencialmente dedicada à resolução dos exercícios apresentados.
3) Depois da aula consolidar a matéria estudando as páginas 85 a 92 dos apontamentos teóricos e resolver os TPCs indicados no final desta planificação.

Recordar: A solução de uma EDO linear completa é:

$$y = y_H + y_p$$

y_H → Aula 23

y_p → dois métodos de resolução
- Método dos coeficientes indeterminados (Aula 24)
- Método da variação das constantes (Aula 25)

Slides 42 e 43

Cálculo de y_p usando o método dos coeficientes indeterminados

Este método só se pode usar se:
- a EDO for de coeficientes constantes: $a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \dots + a_1 y' + a_0 y = b(x)$, $a_i \in \mathbb{R}$, $a_n \neq 0$
- $b(x)$ tem de ser da forma: $b(x) = P_m(x)\, e^{\alpha x} \cos(\beta x)$ ou $b(x) = P_m(x)\, e^{\alpha x} \operatorname{sen}(\beta x)$, onde $P_m(x)$ é um polinómio de grau $m \in \mathbb{N}_0$ e $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

Nestas condições tem-se que

$$\boxed{y_p = x^k e^{\alpha x} \left[P(x) \cos(\beta x) + Q(x) \operatorname{sen}(\beta x) \right]}$$

onde:
- $k \in \mathbb{N}$ é a multiplicidade de $r = \alpha + \beta i$ se esta for raiz do polinómio característico; caso contrário, $k = 0$
- $P(x)$ e $Q(x)$ são polinómios de grau m genéricos com coeficientes a determinar substituindo y_p e as suas derivadas na EDO completa

Exercício 1: Determinar a solução geral das seguintes EDOs:

a) $y''' + y' = \operatorname{sen} x$

b) $2y'' - 4y' - 6y = 3e^{2x}$

c) $y' + 2y = x^2 e^{-2x}$

$\boxed{\text{Slide 44}}$ Princípio da sobreposição dos efeitos

Teorema: Se y_{p_1} é uma solução particular da EDO

$$a_n(x)\,y^{(n)} + a_{n-1}(x)\,y^{(n-1)} + \cdots + a_0(x)\,y = b_1(x)$$

e y_{p_2} é uma solução particular da EDO

$$a_n(x)\,y^{(n)} + a_{n-1}(x)\,y^{(n-1)} + \cdots + a_0(x)\,y = b_2(x)$$

então $y_{p_1} + y_{p_2}$ é uma solução particular da EDO

$$a_n(x)\,y^{(n)} + a_{n-1}(x)\,y^{(n-1)} + \cdots + a_0(x)\,y = b_1(x) + b_2(x)$$

Exercício 2: Determinar a solução geral da EDO

$$y'' - 3y' = e^{3x} + x^2 - 2$$

TPCs: Folha prática 4 : 19 (exceto o f)) ; 21

2.º teste, 13/06/18 → Ex. 4

Ex. Recurso, 02/07/18 → Ex. 6c)

2.º teste, 22/06/17 → Ex. 1

Ex. Recurso, 10/07/17 → Ex. 4b)