Exercícios globais sobre EDOs de 1.ª ordem

Classificar e resolver as seguintes EDOs

a) $3(1+e^x)y^2y' = e^x$ separadas

b) $xy' - y = x^2 \operatorname{sen} x$, $x>0$ linear

c) $x\cos(y/x)\,y' = x + y\cos(y/x)$, $x>0$ homogenea

d) $(2xy-3x^2)dx + (x^2-2y)dy = 0$ Exata

e) $y' = y + e^{-3x}y^4$ Bernoulli

f) $xy' = y(\ln y - \ln x) + y$, $y>0, x>0$ homogenea

g) $(x-1)y^4 - x^3(y^2-3)y' = 0$ separadas

h) $y'(y-x^2) = 2xy - 1$ Exata

i) $xy' + y = y^2 \ln x$, $x>0$ Bernoulli.

Soluções:

a) $y = \sqrt[3]{\ln(1+e^x)+c}$, $c \in \mathbb{R}$

b) $y = -x\cos x + Cx$, $C \in \mathbb{R}$

c) $y = x \arcsen(\ln x + c)$, $c \in \mathbb{R}$

d) $x^2y - x^3 - y^2 = c$, $c \in \mathbb{R}$

e) $y = \sqrt[3]{\dfrac{e^{3x}}{C-3x}}$, $C \in \mathbb{R}$

f) $\ln\left|\ln\left(\frac{y}{x}\right)\right| = \ln x + c$, $c \in \mathbb{R}$ $\rightsquigarrow$ $y = xe^{kx}$, $k \in \mathbb{R}$

g) $-\frac{1}{y} + \frac{1}{y^3} = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2x^2} + C$, $C \in \mathbb{R}$; $y=0$ solução singular

h) $x - x^2y + \frac{y^2}{2} = c$, $c \in \mathbb{R}$

i) $y = \dfrac{1}{1+Cx+\ln x}$, $C \in \mathbb{R}$

Nota: Classificações possíveis

- Variáveis separáveis
- Homogénea
- Exata
- Linear
- Bernoulli