Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro

CÁLCULO II - Agrupamento 3

Soluções do 2.º Teste de Avaliação Discreta (22 de junho de 2017)

---

1. $y = C_1 + (C_2 + C_3 x)\, e^{-x} + \dfrac{\cos x}{2}\,, \qquad C_1, C_2, C_3 \in \mathbb{R}.$

2. $y = (2t^2 - 3)\, e^{-2t}.$

3. (a) O domínio de convergência é $]-7/2, -5/2]$. A série converge absolutamente no intervalo $]-7/2, -5/2[$ e converge simplesmente em $x = -5/2$.

   (b) $f(x) = -2\ln(7 + 2x)\,, \quad x \in\,]-7/2, -5/2]$.

4. (a) Aplicar, por exemplo, o Critério de D'Alembert...

   (b) Derivando a série (duas vezes) podemos verificar que $f''(x) = -f(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Consequentemente, f é uma solução (em $\mathbb{R}$) da equação diferencial $y'' + y = 0$.

5. Aplicar o Critério de Weierstrass...

6. Aplicar o Teorema de Taylor: para cada $x \in]9, 11]$ existe $\theta \in]9, x[$ tal que

$$R_9^2 f(x) = \frac{f'''(\theta)}{3!}\,(x-9)^3 = \frac{3\,\theta^{-5/2}}{8\cdot 3!}\,(x-9)^3 = \frac{\theta^{-5/2}}{8\cdot 2}\,(x-9)^3.$$

   O erro pode ser majorado do seguinte modo:

$$|R_9^2 f(x)| = \frac{1}{8\cdot 2\cdot \theta^{5/2}}\,|x-9|^3 \le \frac{2^3}{8\cdot 2\cdot \theta^{5/2}} < \frac{1}{2\cdot 9^{5/2}} = \frac{1}{2\cdot 243} < \frac{1}{400} = \frac{1}{4}\times 10^{-2}.$$

7. (a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8}{\pi(2n-1)}\,\mathrm{sen}\,((2n-1)x).$

   (b) Considerar o seguinte para esboçar o gráfico da soma da série de Fourier: pelo Teorema (da convergência) de Dirichlet, a soma $S(x)$ vale precisamente $f(x)$ nos pontos $x \neq k\pi$ e vale $\dfrac{f(x^+) + f(x^-)}{2} = 0$ nos pontos $x = k\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$.