

- Notas: 1) Passar para o caderno ou imprimir esta planificação e estudá-la antes da aula.
 2) A aula será essencialmente dedicada à resolução dos exercícios apresentados.
 3) Depois da aula consolidar a matéria estudando as páginas 74, 75 e 76 dos apontamentos teóricos e resolver os TPCs indicados no final desta planificação.

Slides 23 e 24 EDOs de Bernoulli

Definição: Uma EDO de Bernoulli é uma equação do tipo

$$y' + a(x)y = b(x)y^\alpha, \alpha \in \mathbb{R}$$

Nota: Se $\alpha = 0$ ou $\alpha = 1$ a EDO é linear de 1ª ordem

Procedimento para resolver uma EDO de Bernoulli:

1º Passo: Escrever a EDO na forma $y' + a(x)y = b(x)y^\alpha$

2º Passo: Multiplicar ambos os membros da EDO por $y^{-\alpha}$, obtendo-se

$$y^{-\alpha} y' + a(x) y^{1-\alpha} = b(x)$$

3º Passo: Efetuar a mudança de variável $z = y^{1-\alpha}$. Logo $z' = (1-\alpha) y^{-\alpha} y'$
 e obtém-se $\Leftrightarrow \frac{z'}{1-\alpha} = y^{-\alpha} y'$

$$\frac{z'}{1-\alpha} + a(x)z = b(x) \Leftrightarrow z' + (1-\alpha)a(x)z = (1-\alpha)b(x)$$

↳ EDO linear de 1ª ordem

4º Passo: Resolver a EDO linear obtida

5º Passo: Regressar à variável original fazendo $z = y^{1-\alpha}$ e resolver em ordem a y

Exercício 1: Resolver a EDO $y' + \frac{1}{x}y = xy^2, x > 0$

Exercício 2: Resolver o PVI $\begin{cases} x^2 y' - 2xy = 3y^4 \\ y(1) = \frac{1}{2} \end{cases}$

Trajetórias Ortogonais

Nota: Esta matéria não está nos slides. Ver páginas 75 e 76 dos apontamentos teóricos e figuras enviadas por email.

Definição: Uma trajetória ortogonal a uma família de curvas, é uma curva que intersecta ortogonalmente cada um dos membros dessa família.

Nota: Dada uma família de curvas que são solução de uma EDO $y' = f(x, y)$, a família das suas trajetórias ortogonais é solução da EDO $y' = -\frac{1}{f(x, y)}$

Recordar: dadas as retas r e s , se $r \perp s$ então $m_r = -\frac{1}{m_s}$

Procedimento para determinar trajetórias ortogonais

1.º Passo: Determinar a EDO associada à família de curvas dada $\leadsto y' = f(x, y)$

2.º Passo: Escrever a EDO das trajetórias ortogonais $\leadsto y' = -\frac{1}{f(x, y)}$

3.º Passo: Resolver a EDO anterior

Nota: Para resolver o 1.º passo ver os exercícios 4 e 5 da aula 19

Exercício 3: Determinar as trajetórias ortogonais às seguintes famílias de curvas:

- a) $y = kx^2$
- b) $xy = c$, $c \neq 0$
- c) $y = \ln(x^2 + c)$

TPCs: Folha prática 4 : 16, 18

Ex. Recurso, 08/07/2019 \rightarrow Ex. 7

Teste 1, 05/04/2017 \rightarrow Ex. 6