

## Planificação Aula 11 (presencial)

TP4D-1: 5ª feira, 22/04, 14h ; TP4D-2: 5ª feira, 22/04, 16h ; TP4D-3: 6ª feira, 23/04, 11h ; TP4D-4: 4ª feira, 21/04, 10h30 ; TP4D-5: 6ª feira, 23/04, 14h

- Notas: 1) Passar para o caderno ou imprimir esta planificação e estudá-la antes da aula.  
 2) A aula será essencialmente dedicada à resolução dos exercícios apresentados.  
 3) Depois da aula resolver os TPCs indicados no final desta planificação.

Slides 10 a 12

## Funções reais de várias variáveis reais

## Definições:

- Uma **função real de  $n$  variáveis reais**  $f: D \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  é uma correspondência que a cada elemento  $(x_1, \dots, x_n) \in D$  associa um único número real  $z = f(x_1, \dots, x_n)$ .
- O conjunto  $D$  é o **domínio** de  $f$ .
- O **contradomínio** de  $f$  é o conjunto dos valores que  $f$  toma, isto é,

$$CD_f = \{z = f(x_1, \dots, x_n) : (x_1, \dots, x_n) \in D\}$$

- O **gráfico** de  $f$  é o subconjunto de  $\mathbb{R}^{n+1}$

$$G_f = \{(x_1, \dots, x_n, z) \in \mathbb{R}^{n+1} : z = f(x_1, \dots, x_n) \text{ com } (x_1, \dots, x_n) \in D\}$$

Nota: Ver exemplos de gráficos nos links do slide 11.

**Exercício 1:** Calcule e esboce o domínio das seguintes funções.

a)  $f(x, y) = \frac{\arcsen(3 - x^2 - y^2)}{x - \sqrt{y}}$

b)  $f(x, y, z) = \ln(x^2 + y^2 - z^2 - 1)$

**Exercício 2:** Calcule o domínio, contradomínio e esboce o gráfico das funções:

a)  $f(x, y) = x^2 + y^2$

b)  $f(x, y) = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$

**Exercício 3:** Calcule o domínio e contradomínio das seguintes funções:

a)  $f(x, y) = \ln(x - y)$

b)  $f(x, y, z) = \frac{1}{x^2 + y^2}$

**Slide 13** Conjuntos de nível

**Definição:** Seja  $f: D_f \subseteq \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$ . Chama-se **conjunto de nível**  $k \in \mathbb{R}$  da função  $f$  ao conjunto

$$N_k = \{(x_1, \dots, x_m) \in D_f : f(x_1, \dots, x_m) = k\}$$

**Observação:** Em  $\mathbb{R}^2$ : **curva de nível**  $k \in \mathbb{R} \rightsquigarrow C_k = \{(x, y) \in D_f : f(x, y) = k\}$

Em  $\mathbb{R}^3$ : **superfície de nível**  $k \in \mathbb{R} \rightsquigarrow S_k = \{(x, y, z) \in D_f : f(x, y, z) = k\}$

**Exercício 4:** Determine as curvas de nível ou superfícies de nível das seguintes funções e descreva-as geometricamente.

- a)  $f(x, y) = x^2 + y^2$
- b)  $f(x, y) = y - 2x$
- c)  $f(x, y, z) = x - y^2 - 3z^2$

**Exercício 5:** Seja  $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2 - \beta^2)$ ,  $\beta > 0$

- a) Determine o domínio de  $f$ .
- b) Determine as curvas de nível de  $f$

**Exercício 6:** Seja  $f(x, y) = \frac{x^2 y}{x^4 + y^2}$

- a) Determine o domínio de  $f$
- b) Determine  $C_k$  para  $k=0$  e  $k=\frac{1}{2}$  e faça os seus esboços.

TPCs: Folha prática 3: 2, 3, 4

1º Teste, 10/04/2019  $\rightarrow$  Ex. 4

1º Teste, 13/04/2018  $\rightarrow$  Ex. 6a), 6b)