

- Notas: 1) Passar para o caderno ou imprimir esta planificação e estudá-la antes da aula.
 2) A aula será essencialmente dedicada à resolução dos exercícios apresentados.
 3) Depois da aula resolver os TPCs indicados no final desta planificação.

Slides 14 a 16 Procedimento para o cálculo de extremos globais

Seja $f: D \subseteq \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$ uma função contínua e D fechado e limitado.

Para se determinarem os extremos globais de f em D , pode-se usar este procedimento:

- 1º Passo: Calcular os pontos críticos de f e só considerar os que pertencem ao interior de D .
- 2º Passo: Determinar, no interior de D , os pontos onde não exista pelo menos uma das derivadas parciais de f .
- 3º Passo: Determinar os candidatos a extremantes de cada restrição de f à fronteira de D .
- 4º Passo: Calcular o valor de f em todos os pontos encontrados nos passos anteriores. O menor dos valores é o mínimo global de f em D e o maior dos valores é o máximo global de f em D .

Notas sobre o 3º passo

- 1) Em cada restrição podemos optar por 2 métodos:
 - 1ª opção: calcular diretamente reduzindo o n.º de variáveis de f
 - 2ª opção: usar o método dos multiplicadores de Lagrange
- 2) Quando a fronteira for uma circunferência ou uma elipse, pode ser útil usar as seguintes parametrizações:

• circunferência $(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = r^2 \rightsquigarrow \begin{cases} x = x_0 + r \cos \theta \\ y = y_0 + r \sin \theta \end{cases}, \theta \in [0, 2\pi]$

• elipse $\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1 \rightsquigarrow \begin{cases} x = x_0 + a \cos \theta \\ y = y_0 + b \sin \theta \end{cases}, \theta \in [0, 2\pi]$

Ver exercício resolvido dos slides 15 e 16

Exercício 1: Determinar os extremos globais da função $f(x,y) = x^2 - 2xy + 2y$ no triângulo cujos vértices são os pontos $(0,0)$; $(0,2)$; $(3,2)$.

Exercício 2: Seja f a função definida em $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + (y-2)^2 \leq 4\}$ por $f(x,y) = x^2 + (y-1)^2$.
Determine os extremos globais da função f em D .

TPCs: Folha prática 3: 26, 30, 31, 37

Ex. Recurso, 08/07/2019 \rightarrow Ex. 4

2º Teste, 13/06/2018 \rightarrow Ex. 2

1º Teste, 05/04/2017 \rightarrow Ex. 2; 3