Aula 25
1/2

Cálculo II – 2020/2021

Planificação **Aula 25** (E@D)

TP4D: 3ª feira, 15/06, 16h30

Notas: 1) Passar para o caderno ou imprimir esta planificação e estudá-la antes da aula.
2) A aula será essencialmente dedicada à resolução dos exercícios apresentados.
3) Depois da aula consolidar a matéria estudando as páginas 82 a 85 dos apontamentos teóricos e resolver os TPCs indicados no final desta planificação.

Slides 37 a 41 Cálculo de y_p usando o Método da Variação das Constantes

Notas:
- Este método pode-se usar em qualquer EDO linear completa

$$a_m(x)\,y^{(m)} + a_{m-1}(x)\,y^{(m-1)} + \cdots + a_1(x)\,y' + a_0(x)\,y = b(x) \quad , \; a_m(x) \neq 0$$

- Só devem usar este método se não der para usar o Método dos coeficientes indeterminados (última aula)

Suponhamos que $\boxed{y_H = c_1\varphi_1(x) + c_2\varphi_2(x) + \cdots + c_m\varphi_m(x)}$, $c_i \in \mathbb{R}$, $i = 1, \dots, m$

Pelo método da variação das constantes tem-se que

$$\boxed{y_p = c_1(x)\varphi_1(x) + c_2(x)\varphi_2(x) + \cdots + c_m(x)\varphi_m(x)}$$

$c_i(x)$ são agora funções

onde as derivadas $c_i'(x)$ são determinadas pelo sistema do slide 38.

$$m = 1 \rightsquigarrow c_1'(x)\,\varphi_1(x) = \frac{b(x)}{a_1(x)}$$

$$m = 2 \rightsquigarrow \begin{cases} c_1'(x)\,\varphi_1(x) + c_2'(x)\,\varphi_2(x) = 0 \\ c_1'(x)\,\varphi_1'(x) + c_2'(x)\,\varphi_2'(x) = \dfrac{b(x)}{a_2(x)} \end{cases}$$

$$m = 3 \rightsquigarrow \begin{cases} c_1'(x)\,\varphi_1(x) + c_2'(x)\,\varphi_2(x) + c_3'(x)\,\varphi_3(x) = 0 \\ c_1'(x)\,\varphi_1'(x) + c_2'(x)\,\varphi_2'(x) + c_3'(x)\,\varphi_3'(x) = 0 \\ c_1'(x)\,\varphi_1''(x) + c_2'(x)\,\varphi_2''(x) + c_3'(x)\,\varphi_3''(x) = \dfrac{b(x)}{a_3(x)} \end{cases}$$

Notas:
- Ver demonstração do caso $m=1$ na pág. 82 dos apontamentos teóricos
- Ver exercício resolvido nos slides 40 e 41

Exercício 1: Determinar a solução geral das seguintes EDOs usando o método da variação das constantes.

a) $2y'' - 4y' - 6y = 3e^{2x}$

b) $y'' + y = \operatorname{tg} x \;, \quad x \in \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$

c) $y''' - y'' - 4y' + 4y = e^{-2x}$

Slide 45 — Existência e unicidade de solução num PVI

Teorema: Se $a_0(x), a_1(x), \dots, a_n(x)$ e $b(x)$ são funções contínuas num intervalo I, $a_n(x) \neq 0, \forall x \in I$, então o problema de valores iniciais (PVI)

$$\begin{cases} a_n(x)\, y^{(n)} + a_{n-1}(x)\, y^{(n-1)} + \dots + a_1(x)\, y' + a_0(x)\, y = b(x) \\ y(x_0) = \beta_0 \,, \quad y'(x_0) = \beta_1 \,, \dots, \; y^{(n-1)}(x_0) = \beta_{n-1} \end{cases}$$

onde $x_0 \in I$ e β_i, $i = 0, 1, \dots, n-1$, são n.os reais dados, tem em I uma e uma só solução.

Exercício 2: Determinar a solução do PVI

$$\begin{cases} y''' + y'' - 5y' + 3y = 6 \operatorname{senh}(2x) \\ y(0) = 0 \,, \quad y'(0) = 0 \,, \quad y''(0) = 4 \end{cases}$$

TPCs: Folha prática 4: 17, 19 f), 20, 22, 23

2.º teste, 19/06/2019 → Ex 3b)
Ex. Recurso, 08/07/2019 → Ex 5b)

} podem usar quer o método dos coeficientes indeterminados quer a variação das constantes