Planificação **Aula 16** (E@D)

TP4D: 3ª feira, 11/05, 16h30

Aula 16 1/2

Notas: 1) Passar para o caderno ou imprimir esta planificação e estudá-la antes da aula.
2) A aula será essencialmente dedicada à resolução dos exercícios apresentados.
3) Depois da aula resolver os TPCs indicados no final desta planificação.

Menores principais de uma matriz

Definição: Chama-se menor principal de ordem k de uma matriz quadrada $n \times n$ ao determinante da submatriz de ordem k que se obtém dela eliminando as últimas $n-k$ linhas e as últimas $n-k$ colunas

Notação:
- $\Delta_k \rightsquigarrow$ menor principal de ordem k
- $\Delta = (\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n) \rightarrow$ cadeia de menores principais

Exemplo: Se $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$ então:

- $\Delta_1 = |a_{11}|$
- $\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$
- $\Delta_3 = |A|$

Exercício: Calcular os menores principais da matriz $A = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 0 \\ -5 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

↳ Resolver antes da aula online

Solução: $\Delta = (-3; 7; -2)$

Notas:
- No exercício anterior, dizemos que o sinal de Δ é $(-; +; -)$, e vamos usar esta notação no teorema seguinte.
- Zero não é positivo nem negativo.

$\boxed{\text{Slides 9 e 13}}$ Classificação de pontos críticos

Teste dos menores principais da Hessiana

Sejam $f: D \subseteq \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ e $p \in int(D)$ um ponto crítico de f.
Suponha-se que f é de classe C^2 numa bola centrada em p. Então:

1) Se $\det(Hf(p)) \neq 0$, então:

a) Se $\Delta = (+,+,+,\dots,+)$ então $f(p)$ é um **mínimo local** de f.

b) Se $\Delta = (-,+,-,+,\dots)$ então $f(p)$ é um **máximo local** de f.

c) Se nenhuma das situações anteriores ocorrer, então p é um **ponto de sela** de f.

2) Se $\det(Hf(p)) = 0$, nada se pode concluir.

Notas:
- Se $n=2$, este método coincide com o teste das segundas derivadas dado na aula 14.
- Ver no slide 8 outro método baseado nos valores próprios da matriz Hessiana.

Exercício 1: Determine e classifique os pontos críticos das seguintes funções:

a) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 - xy + x - 2z$

b) $f(x,y,z) = \ln(z) - z + (\ln y - z) \times (2x-1)$, $y > 0 \wedge z > 0$

c) $f(x,y) = xy\,e^{x-y}$

Exercício 2: Seja $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por $f(x,y) = \dfrac{1}{1+x^2+y^2}$.

a) Mostre que f tem máximo global, mas não tem mínimo global (em $\mathbb{R}^2$)

b) Justifique que f possui extremos globais no círculo $C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2 \leq 2\}$ e calcule tais extremos.

TPCs: Folha prática 3: 29 e 38
Teste 2, 13/06/18 ⇝ Ex. 1c)
Ex. Recurso, 02/07/18 ⇝ Ex. 4
Ex. Final, 22/06/17 ⇝ Ex. 2