



SEM0501 - Dinâmica Aplicada às Máquinas

Trabalho 1 - Projeto de Mecanismo

ANDRÉ ZANARDI CREPPE - 11802972

Professor:

MARCELO AREIAS TRINDADE

Junho de 2021

Conteúdo

| | | |
|----------|-------------------------------------|-----------|
| 1 | Objetivos | 3 |
| 2 | Proposta de Solução | 4 |
| 3 | Memorial de cálculo | 6 |
| 3.1 | Dimensionando o Mecanismo | 6 |
| 3.2 | Equacionando o Mecanismo | 7 |
| 4 | Gráficos | 9 |
| 4.1 | Resultados Computacionais | 9 |
| 4.2 | Algoritimos | 11 |
| 5 | Conclusões | 13 |

1 Objetivos

O projeto a ser desenvolvido nessa atividade será o de um mecanismo de **trem de pouso retrátil** para ser implementado em um avião monomotor.

Como ponto de partida para o mecanismo, temos o trem frontal dessa aeronave, que deve ser preso a uma barra AB de 2,5 pés (ou ft) de comprimento, a qual, por sua vez, necessita ser articulada na estrutura da aeronave em B, como pode ser visto na Figura 1. O conjunto a ser construído deve permitir a completa retração da roda para frente (girar 90° no sentido horário) em menos de 4 segundos. Essa movimentação será possível pela utilização de um cilindro hidráulico com extensão variável de 1,25 a 2 ft.

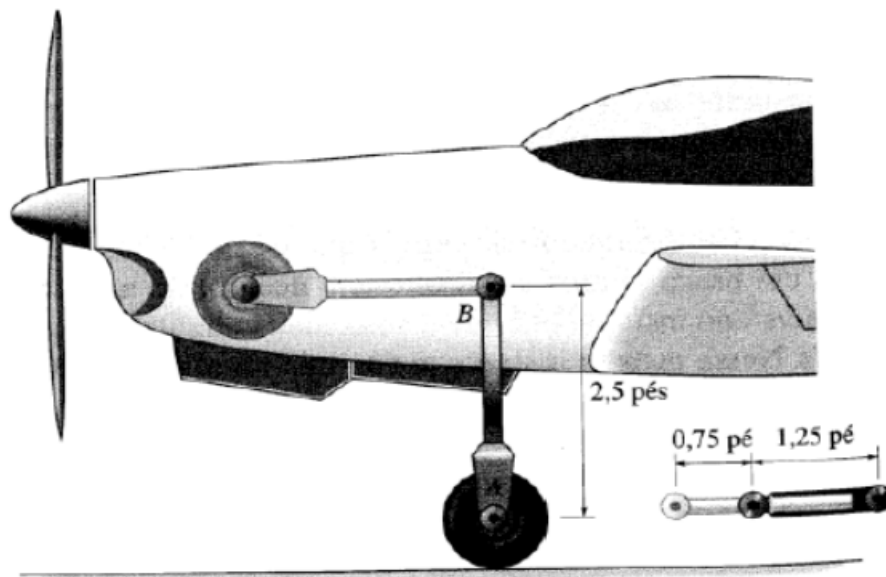


Figura 1: Ilustração do problema: o avião e seu trem de pouso.

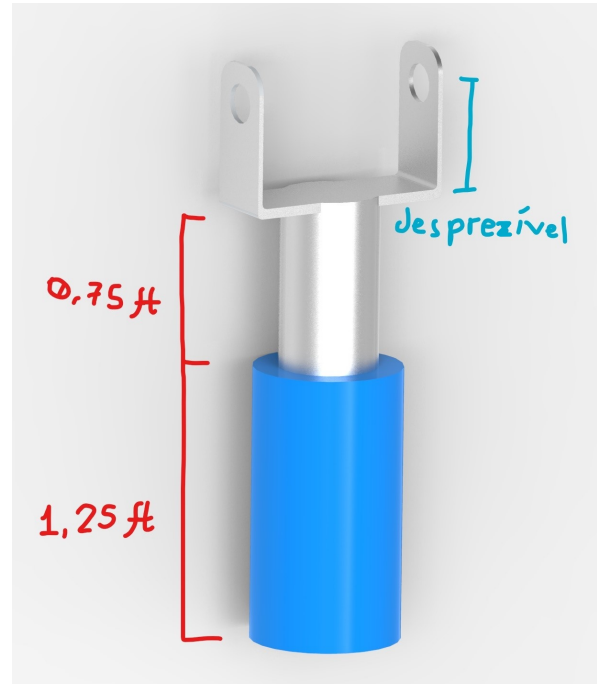
Após a definição do design, objetiva-se determinar as equações do movimento de tal mecanismo e a partir delas gerar visualizações gráficas mostrando a variação dessas expressões, como a velocidade angular (ω) e aceleração angular (α), com o tempo.

2 Proposta de Solução

Dadas as dimensões do enunciado, foi possível construir um modelo 3D do mecanismo e seus componentes utilizando o *SolidEdge*. Tais peças e conjuntos podem ser vistos na Figura 2 abaixo.



(a) Trem de Pouso.



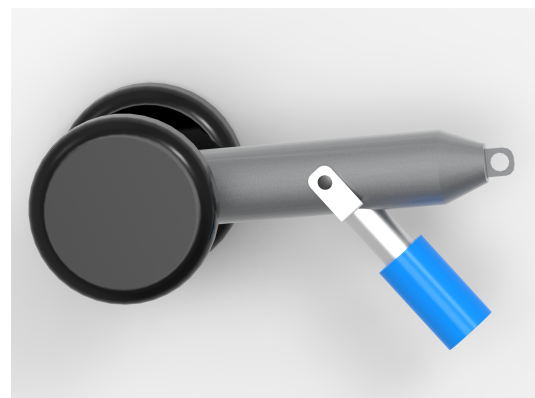
(b) Pistão (estendido).

Figura 2: Componentes do mecanismo com as suas dimensões.

Juntas, essas peças permitem que o sistema do trem de pouso evolua do estado estendido (pistão retraído) para o estado recolhido (pistão estendido). Essas duas configurações possíveis para o problema estão reunidas na Figura 3 a seguir.



(a) Trem estendido (posição inicial).



(b) Trem recolhido (posição final).

Figura 3: Conjunto mecanismo e seus estados de funcionamento.

Como podemos observar pelas imagens anteriores, o pistão possui uma dupla fixação no suporte das rodas, providenciando uma melhor segurança ao adicionar redundância no encaixe, além de estabilidade para a estrutura. Ademais, o pistão é preso na aeronave (não mostrado nas Figuras anteriores para deixar a visualização simples), garantindo que as cargas sejam bem distribuídas ao avião como um todo. Vale ressaltar também que as dimensões do encaixe do pistão podem ser desprezadas neste estudo, uma vez que não interferem na dinâmica do movimento.

Preparando o problema para a construção das equações, foi desenhado também um diagrama bidimensional simplificado do mecanismo, presente na Figura 4 abaixo.

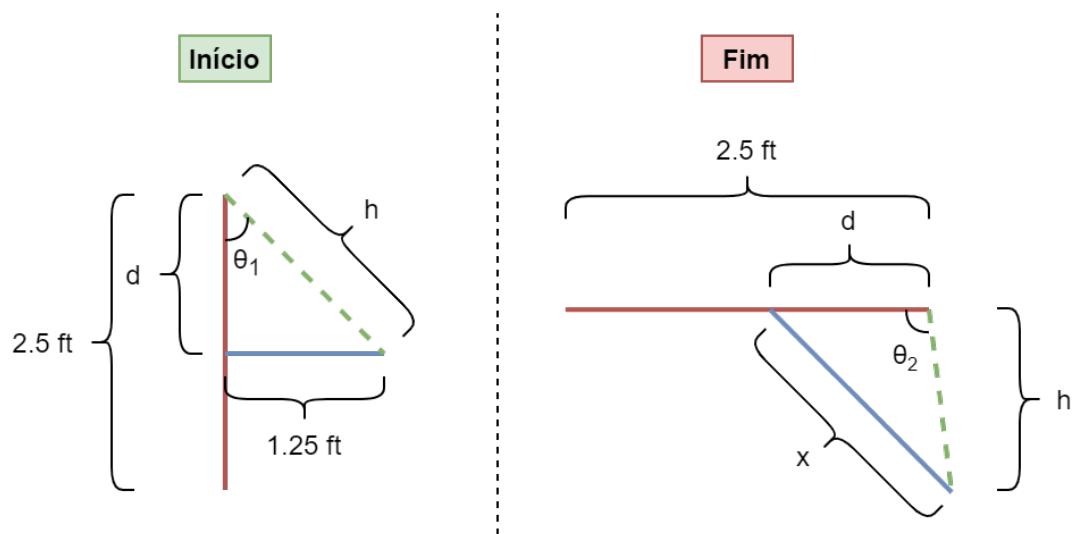


Figura 4: Diagrama simplificado da Figura 3.

Utilizando então essas definições e informações, podemos partir para o equacionamento do problema.

3 Memorial de cálculo

3.1 Dimensionando o Mecanismo

Antes de começar a equacionar o movimento do mecanismo em si, precisamos determinar os tamanhos d e h (extraídos da Figura 4) máximos necessários para a fixação do pistão. Utilizando conceitos básicos de trigonometria, temos que o ângulo θ_1 (situação inicial) pode ser definido por:

$$\text{sen}(\theta_1) = \frac{1.25}{h} \quad ; \quad \text{cos}(\theta_1) = \frac{d}{h}$$

Dado que o mecanismo necessita rotacionar 90° no sentido horário, θ_2 poderá ser definido em função do θ_1 por uma relação de funções trigonométricas:

$$\begin{aligned}\theta_2 &= \theta_1 + \frac{\pi}{2} \\ \text{cos}(\theta_2) &= \text{sen}(\theta_1)\end{aligned}$$

Dessa forma, utilizando a Lei dos Cossenos nos dois triângulos formados pela situação de *início* e *fm* da Figura 4, teremos um sistema em função de d e h que vai nos permitir encontrar tais parâmetros na situação inicial:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \text{cos}(\theta)$$

$$\begin{cases} 1.25^2 = d^2 + h^2 - 2dh \cdot \text{cos}(\theta_1) \\ (1.25 + 0.75)^2 = d^2 + h^2 - 2dh \cdot \text{sen}(\theta_1) \end{cases}$$

resolvendo o sistema por subtração de (2) em (1) teremos que:

$$2^2 - 1.25^2 = 2dh \cdot (\text{sen}(\theta_1) + \text{cos}(\theta_1))$$

$$1.21875 = dh \left(\frac{1.25}{h} + \frac{d}{h} \right)$$

$$d^2 + 1.25d - 1.21875 = 0 \tag{1}$$

e ao extrair as raízes desse polinômio da Equação 1, encontraremos:

$$d_1 = 0.64361 \text{ ft} \quad e \quad d_2 = -1.89361 \text{ ft}$$

Ou seja, como o nosso d representa uma dimensão física, o valor de d_1 será escolhido para ser nossa **distância de fixação do pistão no trem de pouso**. Com ele em mãos, podemos também determinar o valor de h utilizando o Teorema de Pitágoras:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$h^2 = 0.64361^2 + 1.25^2$$

$$\mathbf{h = 1.4060\ ft}$$

obtendo assim outro parâmetro de construção do mecanismo: a **altura do suporte articulado do pistão**. Com essas duas informações em mãos, conseguimos determinar o valor do **ângulo estável de início** (θ_1) pela relação trigonométrica descrita anteriormente:

$$\theta_1 = \arcsen\left(\frac{1.25}{0.64361}\right) = 62.76^\circ$$

$$\theta_1 = \mathbf{1.0953\ rad}$$

3.2 Equacionando o Mecanismo

Agora, com as dimensões fundamentais do problema em mãos, podemos levar em conta o deslocamento do pistão (x) de forma dinâmica. Como dito pelo enunciado e visto na situação de *fim* da Figura 4, o deslocamento varia seguindo o intervalo $1.25 \leq x \leq 2$ (ft), representando uma amplitude Δx total de 0.75 ft.

Além disso, é necessário que essa distensão ocorra num tempo máximo de 4 segundos. Tal fato culminou na escolha da realização do movimento do mecanismo em **3 segundos**, puramente feita para facilitar os cálculos a serem realizados:

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{0.75}{3} = 0.25 \quad (2)$$

Com isso, utilizando uma simples análise lógica, temos que o ângulo θ vai variar, para $0 \leq t \leq 3$, segundo a lei:

$$\theta(t) = \theta_1 + \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{3}\right) \cdot t$$

$$\theta(t) = 1.0953 + \frac{\pi}{6} t \quad (3)$$

Então, uma vez que x muda com o tempo, ao aplicar a Lei dos Cossenos vista anteriormente para o caso *fim*, teremos que o deslocamento x vai variar da seguinte forma:

$$x^2 = h^2 + d^2 - 2dh \cdot \cos(\theta(t))$$

$$x^2 = 1.4060^2 + 0.64361^2 - 2 \cdot 0.64361 \cdot 1.4060 \cdot \cos(\theta(t))$$

$$x(t) = \sqrt{2.3911 - 1.8098 \cdot \cos(\theta(t))} \quad (4)$$

Prosseguindo, podemos juntar então as Equações 2 e 4 para isolar $\dot{\theta}(t)$, obtendo assim a velocidade angular ω (rad/s):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\sqrt{2.3911 - 1.8098 \cdot \cos(\theta(t))} \right) &= 0.25 \\ \frac{\dot{\theta}(t) \cdot 1.8098 \cdot \sin(\theta(t))}{\sqrt{2.3911 - 1.8098 \cdot \cos(\theta(t))}} \cdot \frac{1}{2} &= \frac{1}{4} \\ \dot{\theta}(t) &= \frac{\sqrt{2.3911 - 1.8098 \cdot \cos(\theta(t))}}{3.6196 \cdot \sin(\theta(t))} \end{aligned} \quad (5)$$

Derivando novamente a Equação 5 podemos encontrar $\ddot{\theta}(t)$ como sendo a aceleração angular α (rad/s^2), obtendo a última expressão importante para o movimento desse mecanismo:

$$\begin{aligned} f(\theta(t)) &= 2.3911 - 1.8098 \cdot \cos(\theta(t)) \\ \ddot{\theta}(t) &= \frac{d}{dt} \left(\frac{\sqrt{f(\theta(t))}}{3.6196 \cdot \sin(\theta(t))} \right) \\ \ddot{\theta}(t) &= \frac{0.9049 \cdot \sin^2(\theta(t)) \cdot \dot{\theta}(t) - \cos(\theta(t)) \cdot \dot{\theta}(t) \cdot f(\theta(t))}{3.6196 \cdot \sin^2(\theta(t)) \cdot \sqrt{f(\theta(t))}} \end{aligned} \quad (6)$$

Finalmente, com todas as equações em mãos, podemos partir para a criação de gráficos e visualizar a mudança dessas expressões que acabamos de obter.

4 Gráficos

4.1 Resultados Computacionais

Utilizando as Equações agora definidas, foi construído um *script* traduzindo-as para o ambiente *Octave* a fim de poder criar vários gráficos representando essas diferentes expressões para analisarmos.

A começar pela evolução do ângulo θ ao longo do tempo (Equação 3), é de se esperar que o mesmo siga o comportamento linear, pois o movimento de rotação do pistão é para ser constante a medida que ele desloca o trem de pouso para cima. Esse fato pode ser comprovado pela Figura 5 abaixo:

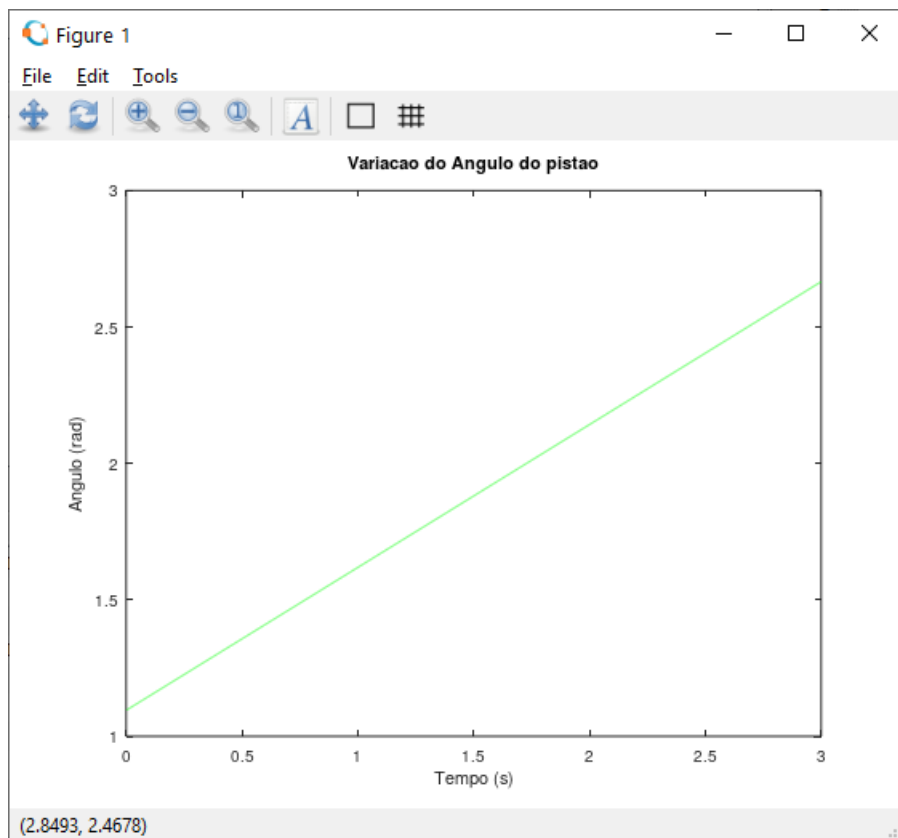


Figura 5: Gráfico 1 - Ângulo x Tempo.

Subindo um grau de influência, temos o deslocamento (x) do pistão com o tempo (Equação 4). Espera-se que essa progressão aconteça de forma quase linear, pois mesmo que a velocidade de extensão seja constante, a expressão está dentro de uma raiz quadrada, o que a toda uma função exponencial. Mesmo assim, podemos ver que na Figura 6 o caminho é *quase* uma reta, validando o raciocínio.

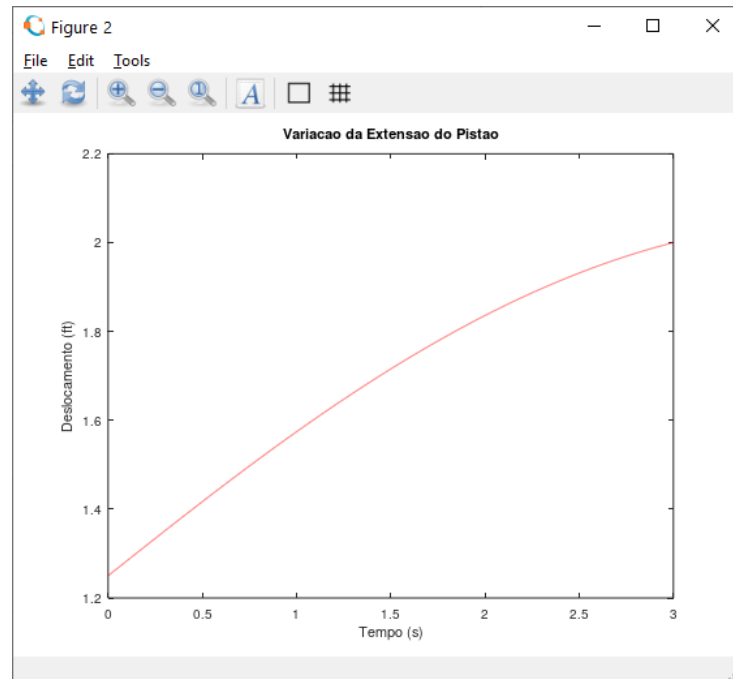


Figura 6: Gráfico 2 - Deslocamento x Tempo.

A seguir, temos a velocidade e a aceleração angular, respectivamente Figuras 7 e 8, que se comportam também como de esperado, de serem uma curva crescente rápida próximo ao final do movimento. Fisicamente, isso se dá pelo fato da geometria cada vez mais favorecer o deslocamento para cima; matematicamente, pela posição possuir um termo de raiz, que é amplificado nas sequentes derivações.

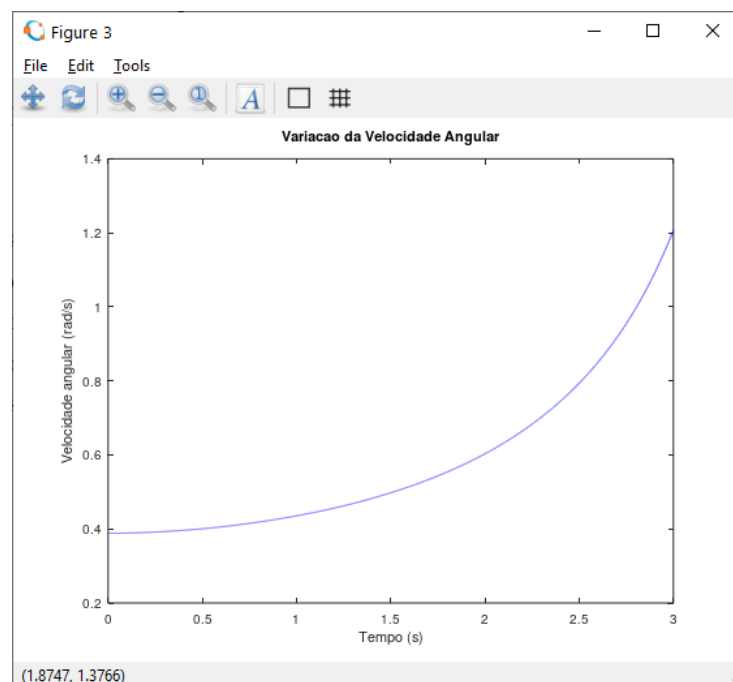


Figura 7: Gráfico 3 - Velocidade Angular x Tempo.

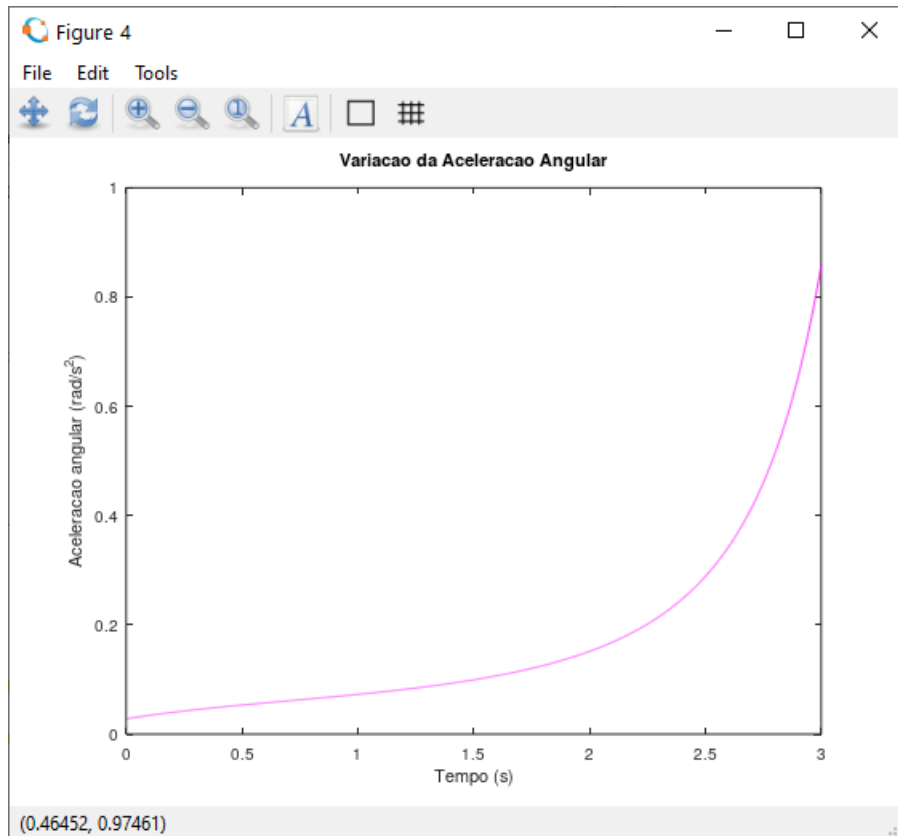


Figura 8: Gráfico 4 - Aceleração Angular x Tempo.

Com essas análises englobamos todos os movimentos interessante do mecanismo.

4.2 Algoritimos

Abaixo, os Listings 1 representa todo o procedimento computacional utilizado para gerar os as Figuras 5 a 8 vistas anteriormente e validar o nosso raciocínio de engenharia.

```

1 # projeto.m
2 % Limpeza do ambiente
3 close all
4 clear all
5
6 % Funcionamento do mecanismo: 0 -> 90 graus
7 t = 0 : 0.001 : 3;
8
9 theta1 = 1.0953;
10 theta = (pi./6) .* t;
11
12 % Equacoes de movimento
13 f = 2.3911 - (1.8098 .* cos(theta1 + theta));
14
15 x = sqrt(f);
16
17 v = x ./ (3.6196 .* sin(theta1 + theta));
18
19 anum1 = 0.9049 .* power(sin(theta1 + theta), 2) .* v;
20 anum2 = cos(theta1 + theta) .* v;

```

```

21 aden = 3.6196 .* power(sin(theta1 + theta), 2) .* sqrt(f);
22 a = (anum1 - anum2) ./ aden;
23
24 % Graficos
25 figure
26 plot(t, (theta + theta1), 'g');
27 title('Variacao do Angulo do pistao');
28 xlabel('Tempo (s)');
29 ylabel('Angulo (rad)');
30
31 figure
32 plot(t, x, 'r');
33 title('Variacao da Extensao do Pistao');
34 xlabel('Tempo (s)');
35 ylabel('Deslocamento (ft)');
36
37 figure
38 plot(t, v, 'b');
39 title('Variacao da Velocidade Angular');
40 xlabel('Tempo (s)');
41 ylabel('Velocidade angular (rad/s)');
42
43 figure
44 plot(t, a, 'm');
45 title('Variacao da Aceleracao Angular');
46 xlabel('Tempo (s)');
47 ylabel('Aceleracao angular (rad/s^2)');

```

Listing 1: Script de execução do problema

5 Conclusões

Após toda a análise feita nessa atividade, pudemos encontrar as expressões de interesse que descrevem o movimento cinemático - ao longo do tempo - do mecanismo desenvolvido pelo autor, sendo elas a variação do **ângulo** do pistão com a sua estrutura de apoio ($\theta(t)$)

$$\theta(t) = 1.0953 + \frac{\pi}{6} t$$

a variação do **comprimento** do pistão ($x(t)$)

$$x(t) = \sqrt{2.3911 - 1.8098 \cdot \cos(\theta(t))}$$

a variação da **velocidade angular** do conjunto trem de pouso ($\dot{\theta}(t)$)

$$\omega(t) = \dot{\theta}(t) = \frac{\sqrt{2.3911 - 1.8098 \cdot \cos(\theta(t))}}{3.6196 \cdot \sin(\theta(t))}$$

e a variação da **aceleração angular** do conjunto trem de pouso ($\ddot{\theta}(t)$)

$$\begin{aligned} f(\theta(t)) &= 2.3911 - 1.8098 \cdot \cos(\theta(t)) \\ \alpha(t) = \ddot{\theta}(t) &= \frac{0.9049 \cdot \sin^2(\theta(t)) \cdot \dot{\theta}(t) - \cos(\theta(t)) \cdot \dot{\theta}(t) \cdot f(\theta(t))}{3.6196 \cdot \sin^2(\theta(t)) \cdot \sqrt{f(\theta(t))}} \end{aligned}$$

Do ponto de vista educacional, conseguimos resolver um problema utilizando a criatividade e os conceitos de Dinâmica aprendidos até então, em conjunto com ferramentas de CAD e Desenho 3D. Ademais, foi possível fazer o uso de recursos computacionais disponíveis para resolução numérica a fim de elaborar gráficos úteis para uma análise de engenharia, validando os desenvolvimentos matemáticos e teóricos.