SEM0530 - Problemas de Engenharia Mecatrônica II

Tarefa 1 - Zeros de Funções

André Zanardi Creppe - 11802972

Professor:

Marcelo Areias Trindade

Maio de 2021

Conteúdo

1 Objetivos

Nessa atividade, o nosso principal objetivo é determinar uma **expressão para o deslocamento estático** provocado pelo peso de uma suspensão automotiva oblíqua, além de também encontrar um ou mais valores para os quais o **equilíbrio estático** é alcançado. Podemos ver um diagrama simplificado do problema na Figura 1 abaixo.

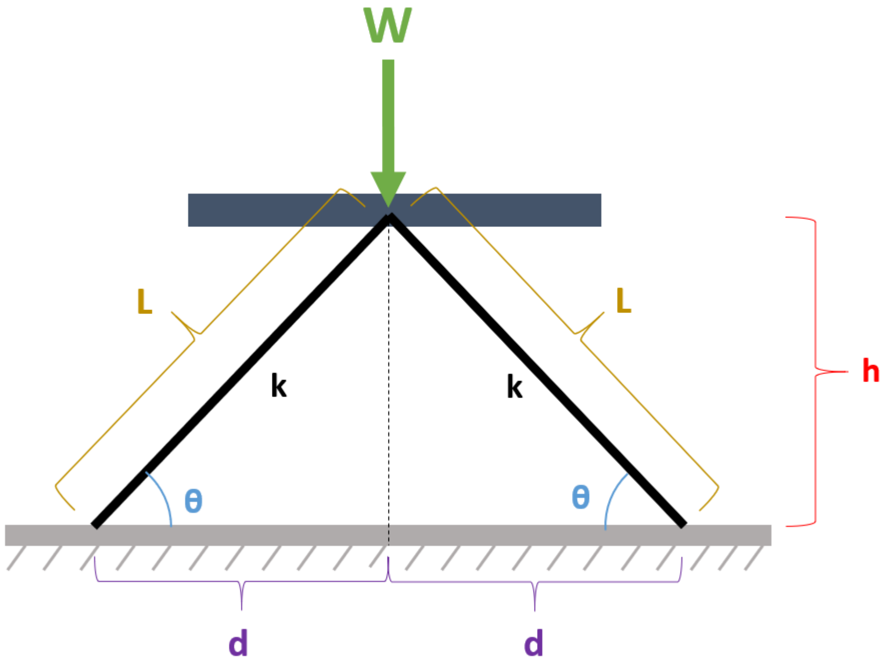


Figura 1: Diagrama da suspensão automotiva a ser analisada.

Ademais, deseja-se calcular e visualizar graficamente a **rigidez efetiva** em função do deslocamento, bem como o seu valor na proximidade das configurações de equilíbrio estático.

2 Equacionando o problema

2.1 Pontos de equilíbrio

Utilizando o diagrama fornecido pelo enunciado, podemos aplicar o deslocamento provocado pela força peso (W) e observar o aparecimento de uma reação devido a compressão da mola (F = F_{el}) bem como a diminuição de algumas dimensões, como o tamanho da mola (L) e a altura da suspensão (h). Colocamos todas essas informações na Figura 2, com a força elástica já decomposta no sentido mais interessante para o estudo.

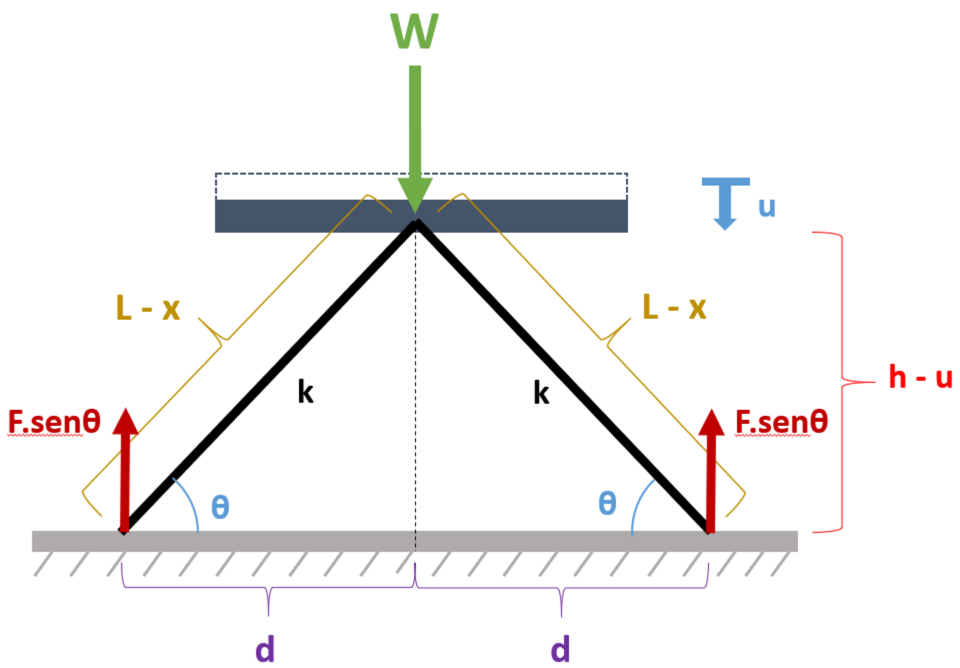


Figura 2: DCL com o deslocamento aplicado e o surgimento das forças.

Para equacionar o problema, podemos ver que o sistema sofre deslocamento apenas na direção vertical (y), portanto será ela que iremos analisar. Dessa forma, também conhecendo o fato de que estamos tratando o problema como uma situação estática, podemos dizer que:

$$\Sigma F_y = 0$$

$$2Fsen(\theta) - W = 0$$

$$2Fsen(\theta) - mg = 0$$

Analisando a figura, podemos definir algumas dimensões geometricamente por causa do triângulo formado pela mola entre os 2 planos. Seriam elas a altura normal da suspensão (h)

$$L^2 = d^2 + h^2$$
$$h = \sqrt{L^2 - d^2}$$

e o comprimento da mola já comprimida $(L - x)$

$$(L - x)^2 = d^2 + (h - u)^2$$
$$(L - x) = \sqrt{d^2 + (h - u)^2}$$

para possibilitar reescrever o $sen(\theta)$ como:

$$sen(\theta) = \frac{h - u}{L - x}$$
$$sen(\theta) = \frac{h - u}{\sqrt{d^2 + (h - u)^2}}$$

Da mesma forma, temos que a força elástica (F) pode ser definida por:

$$F = k\Delta x$$
$$F = k[L - (L - x)]$$
$$F = k(L - \sqrt{d^2 + (h - u)^2})$$

Assim sendo, juntando os novos termos teremos uma equação f em função do deslocamento (u) que, quando igualada a 0, nos fornecerá os valores para que o sistema se mantenha em equilíbrio estático:

$$f(u) = 2 \cdot k(L - \sqrt{d^2 + (h - u)^2}) \cdot \frac{h - u}{\sqrt{d^2 + (h - u)^2}} - mg \tag{1}$$

O nosso objetivo então será encontrar os zeros da função *f(u)* pois eles indicarão para quais valores de u o sistema se mantém em equilíbrio.

2.2 Rigidez Efetiva

Para a segunda parte da atividade, precisaremos calcular a Rigidez Efetiva (K_{ef}) da mola de acordo com o deslocamento (u), que pode ser determinado pela seguinte relação:

$$K_{ef}(u) = \frac{W}{u} \tag{2}$$

Além disso objetivamos montar um gráfico que mostre essa proporção conforme o deslocamento dado para também determinar qual é o seu valor para os deslocamentos em que o sistema se mantêm em equilíbrio.

3 Resolução numérica e computacional

3.1 Pontos de equilíbrio

Com a Equação 1 em mãos, foi possível traduzí-la para uma função no *Octave* a fim de resolver o problema de forma automática baseado nos valores iniciais, pois eles foram inseridos na forma de variáveis. O código para essa função pode ser visto no Listing 1 abaixo:

```
# suspensao.m
function res = suspensao(u)
  % Dados providos do enunciado do problema
  d = 0.2;
  L = 0.5;
  k = 10000;
  g = 9.81;
  m = 180 + 72; % 118029(72)

  % Outros valores importantes que precisam ser calculados
  h = sqrt(power(L, 2) - power(d, 2));
  pit = sqrt(power(d, 2) + power((h-u), 2));

  % Quebrando a equacao para facilitar leitura
  a = 2 .* k .* (L-pit);
  b = (h-u) ./ pit;
  c = m .* g;

  % Juntando de acordo
  res = (a .* b) - c;
end
```

Listing 1: Função da equação de equilíbrio.

Para computar o gráfico, foi utilizado o intervalo $[\mathbf{0, h}]$ pois, para o deslocamento ser real, ele não pode ultrapassar a altura do todo (h). Dessa forma, ao fazer um *plot* com incrementos de 0.01 em u conseguimos obter o gráfico presente na Figura 3.

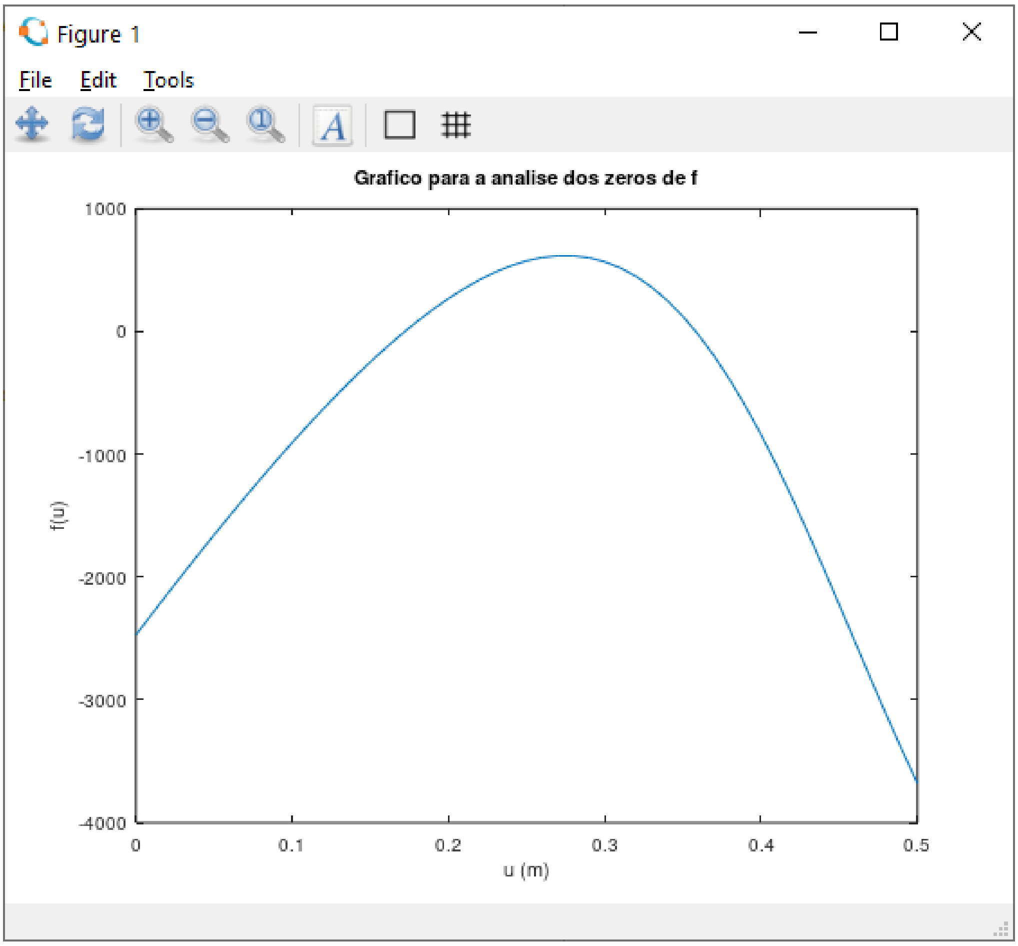
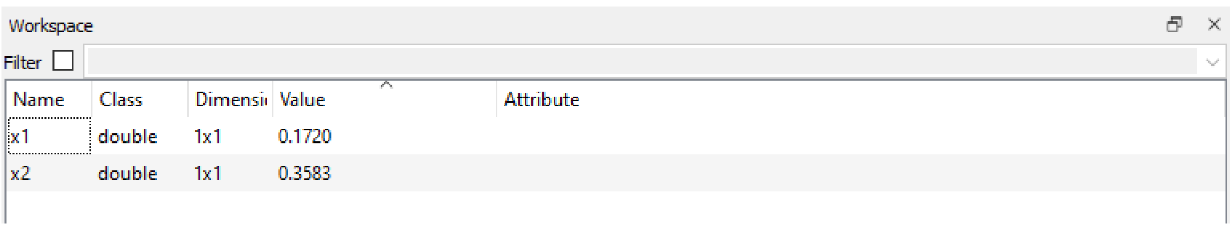


Figura 3: Grafico para a analise dos zeros de *f*.

Visualmente é possível identificar que a função possui dois pontos que cruzam o eixo das abscissas, ou seja, duas situações em que será possível obter um equilíbrio estático. Dentro do próprio ambiente do *Octave* é possível utilizar o comando *fzero* para calcular esses pontos, resultando em:


Workspace

Filter

Name	Class	Dimensi	Value	Attribute
x1	double	1x1	0.1720	
x2	double	1x1	0.3583	

Figura 4: Resultados da execução de *fzero*.

Ou seja, para u valendo **0.1720m** ou **0.3583m** o sistema estará em equilíbrio.

3.2 Rigidez Efetiva

Prosseguindo na atividade, precisamos obter o gráfico da Rigidez Efetiva (K_{ef}) do sistema, definido pela Equação 2. Traduzindo-a para uma função obtivemos o código definido no Listing 2 abaixo:

```
# rigidez.m
function res = rigidez(u)
  % Dados do enunciado
  g = 9.81;
  m = 180 + 72; % 118029(72)

  res = (g .* m) ./ u;
end
```

Listing 2: Função da Rigidez Efetiva.

A partir dele, fizemos o mesmo procedimento visto anteriormente, com o intervalo igual de **[0, h]** e passos de 0.01 em conjunto com o comando *plot*, para então conseguimos obter o gráfico da Figura 5.

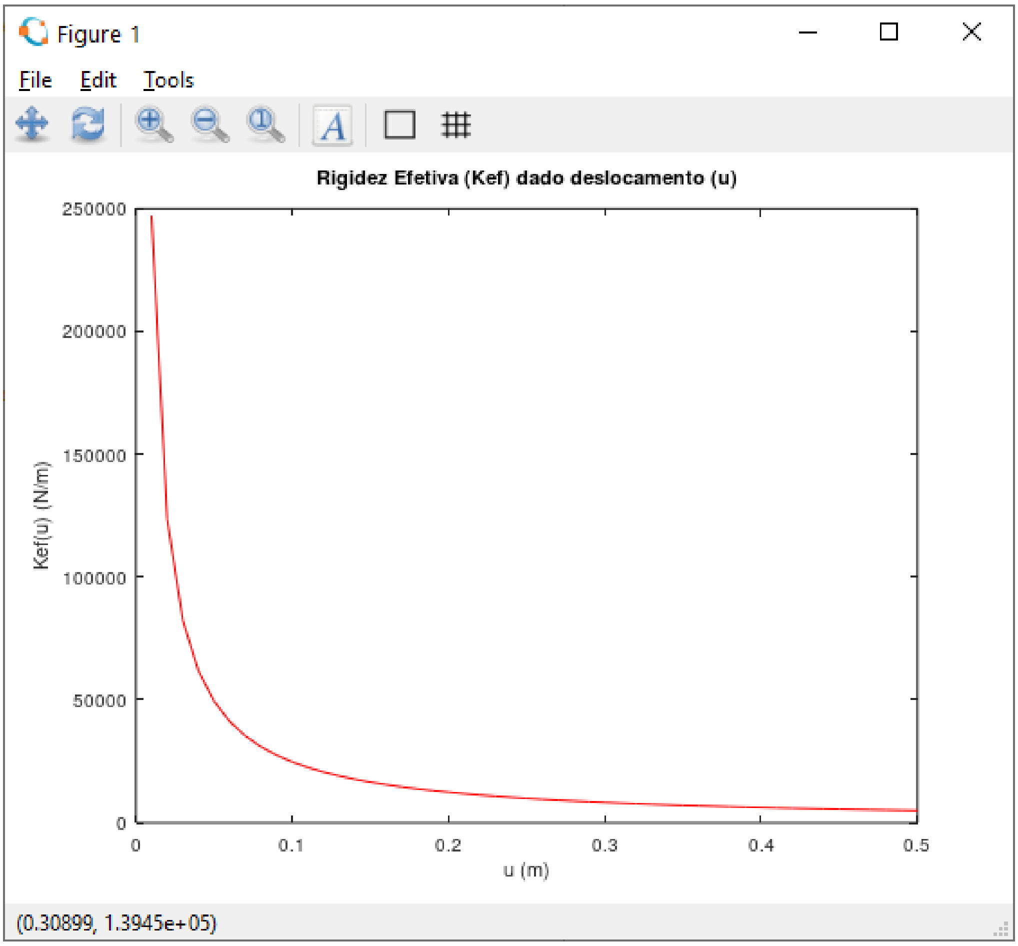
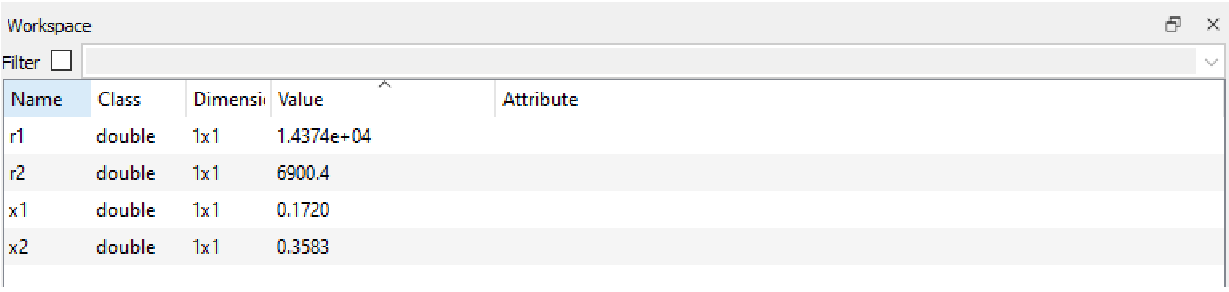


Figura 5: Grafico para a analise da Rigidez Efetiva do sistema.

E para obter os valores de K_{ef} nos deslocamentos de equilíbrio basta chamar a função passando os valores obtidos anteriormente na forma de argumentos:



Name	Class	Dimensi	Value	Attribute
r1	double	1x1	1.4374e+04	
r2	double	1x1	6900.4	
x1	double	1x1	0.1720	
x2	double	1x1	0.3583	

Figura 6: Resultados da execução da função de *rigidez*.

Dessa forma, podemos então dizer que K_{ef} para a primeira e segunda posição de equilíbrio, respectivamente, vale **14,374 kN** e **6,9 kN**.

3.3 Extra

Todos os gráficos e capturas de telas do Workspace do *Octave* foram obtidos a partir da execução do script presente no Listing 3 a seguir:

```
# tarefa1.m

% Grafico equacao de equilibrio
i = 0:0.01:0.5;
plot(i, suspensao(i));
xlabel("u (m)");
ylabel("f(u)");
title("Grafico para a analise dos zeros de f");

pause;

% Zeros da equacao de equilibrio
int = [0 0.25];
x1 = fzero(@suspensao, int);
int = [0.25 0.5];
x2 = fzero(@suspensao, int);

plot(i, rigidez(i), 'r');
xlabel("u (m)");
ylabel("Kef(u) (N/m)");
title("Rigidez Efetiva (Kef) dado deslocamento (u)");

r1 = rigidez(x1);
r2 = rigidez(x2);
```
Listing 3: Script para a obtenção dos gráficos e valores dessa tarefa.

4 Conclusões

Com toda a análise feita nessa tarefa pudemos encontrar a curva *f(u)* (Equação 1) de comportamento do sistema de suspensão, na qual as raízes

$$\mathbf{u1 = 0,1720m}$$

$$\mathbf{u2 = 0,3583m}$$

indicaram posições de equilíbrio estável, dos quais conseguimos também determinar a Rigidez Efetiva (Equação 2) em cada ponto de equilíbrio

$$\mathbf{K_{ef1} = 14,374kN}$$

$$\mathbf{K_{ef2} = 6,9kN}$$

Do ponto de vista educacional, conseguimos resolver um problema mecânico com aplicação utilizando análise de corpos e forças em conjunto com ferramentas computacionais.