



LABORATÓRIO DE FÍSICA II

## Prática II - Densimetria

ANDRÉ ZANARDI CREPPE - 11802972

GABRIEL DE OLIVEIRA MAIA - 11819790

VITOR MALOSSO MICHELETTI - 10738291

Professores:

EMANUEL ALVES DE LIMA HENN

LEONARDO DE BONI

Outubro de 2020

# Conteúdo

<b>1</b>	<b>Objetivos</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Materiais e métodos</b>	<b>4</b>
2.1	Determinação do volume e da densidade de um sólido com uma balança	4
2.2	Determinação do volume e da densidade de um sólido utilizando um Areômetro de Nicholson . . . . .	7
2.3	Determinação da densidade de um líquido utilizando o Areômetro de Nicholson . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Resultados e discussão</b>	<b>11</b>
3.1	Determinação do volume e da densidade de um sólido com uma balança	11
3.2	Determinação do volume e da densidade de um sólido utilizando um Areômetro de Nicholson . . . . .	12
3.3	Determinação da densidade de um líquido utilizando o Areômetro de Nicholson . . . . .	14
<b>4</b>	<b>Conclusões</b>	<b>17</b>
4.1	Determinação do volume e da densidade de um sólido com uma balança	17
4.2	Determinação do volume e da densidade de um sólido utilizando um Areômetro de Nicholson . . . . .	17
4.3	Determinação da densidade de um líquido utilizando o Areômetro de Nicholson . . . . .	18
<b>5</b>	<b>Bibliografia</b>	<b>19</b>

# 1 Objetivos

Nessa prática, buscaremos determinar a densidade de líquidos e de sólidos, utilizando para isso, o princípio de Arquimedes (existência da força de empuxo, agindo sobre corpos imersos em fluidos).

Utilizando esses conceitos, conseguiremos determinar o volume de corpos desconhecidos - conhecendo suas massas-, e assim, calcular suas densidades.

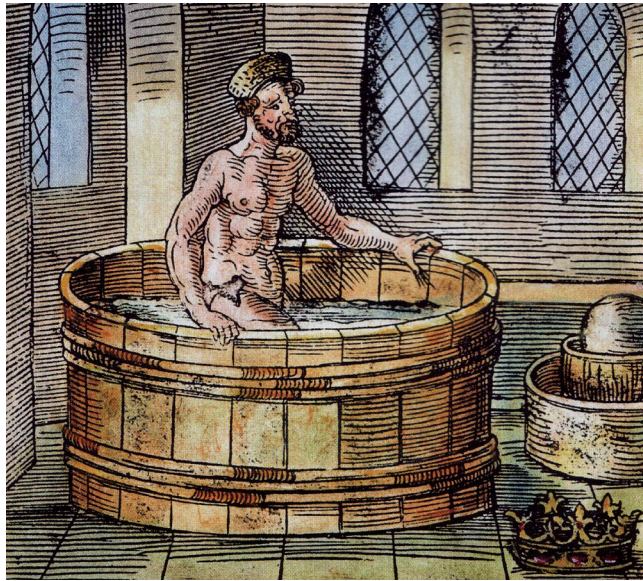


Figura 1: Ilustração de Arquimedes em sua icônica banheira

## 2 Materiais e métodos

Os experimentos realizados nessa prática foram embasados no Princípio de Arquimedes, o qual afirma que um fluido exerce uma força ascendente em um corpo que se encontra mergulhado no mesmo fluido, sendo que o módulo dessa força corresponde ao peso do volume do líquido deslocado.

Assim, foi montado um dispositivo dentro do laboratório para verificar tal princípio, de modo que um pequeno cilindro fosse acoplado na extremidade inferior de uma mola posicionada verticalmente. Logo, quando o cilindro foi solto, seu peso (força gravitacional) deformou a mola até tal força se igualar com a força elástica proporcionada em função do tempo, enquanto uma régua posicionada verticalmente próximo à mola viabilizou a marcação da deformação.

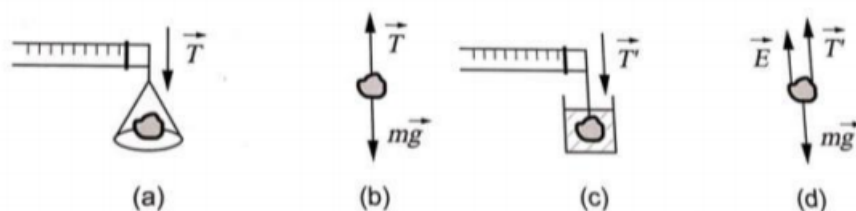


Figura 2: Esquema de Forças atuando em uma balança de tração.

Dois casos foram realizados. O primeiro foi com o cilindro, sem submersão deste em um líquido, foi solto, enquanto o segundo houve submersão do corpo cilíndrico em um recipiente com água após ser solto.

### 2.1 Determinação do volume e da densidade de um sólido com uma balança

O segundo experimento consiste em determinar o Volume de um sólido a partir da medida do Empuxo sofrido pelo objeto quando mergulhado em um líquido de densidade conhecida - nesse caso o líquido é a água. Para isso, será utilizado um sistema com uma balança que sofre a ação de uma “Força Normal”(N), que pode ser representado conforme a Imagem a seguir:

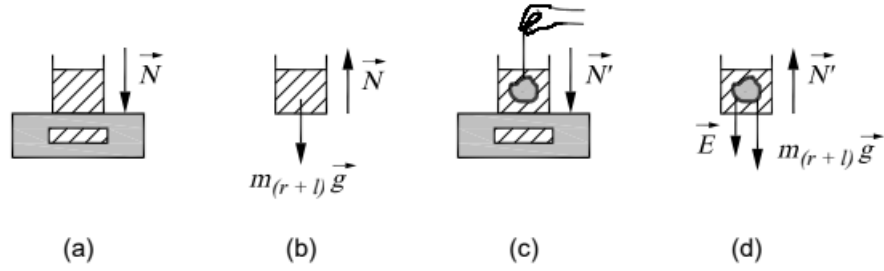


Figura 3: Representação do experimento realizado em um sistema de balança que sofre a ação de uma força normal ( $N$ ).

Com base na imagem, primeiramente determina-se a massa do recipiente com o líquido que será utilizado para submergir o corpo (a). Como o conjunto formado pelo recipiente e o líquido está em equilíbrio ( $\sum F=0$ ), tem-se que a força normal ( $N$ ), exercida pela superfície da balança perpendicularmente à parede do recipiente, é igual à força Peso ( $P$ ) do sistema recipiente-líquido. Dessa forma, realizando as devidas manipulações matemáticas, tem-se que a massa do recipiente-líquido é igual a seguinte expressão:

$$N = P$$

$$N = m_{r+l} \cdot g$$

$$\therefore m_{r+l} = \frac{N}{g}$$

Entretanto, como está sendo utilizado uma balança digital, pode-se simplificar a obtenção da massa do sistema recipiente-líquido pela simples leitura do valor registrado na balança.



Figura 4: Leitura da balança após incluir um recipiente com água.

Após isso, mergulha-se o corpo cujo volume se deseja determinar, segurando-o por um fio e tomando os devidos cuidados para que ele fique totalmente submerso no líquido e não toque nas laterais ou no fundo do recipiente (c). De forma análoga, a massa do sistema após adicionar o objeto submerso pode ser determinado por uma expressão que iguala a Força Normal ( $N'$ ) à Força Peso ( $P'$ ):

$$N' = P'$$

$$N' = m'_{r+l} \cdot g$$

$$\therefore m'_{r+l} = \frac{N'}{g}$$

Como também foi utilizado uma balança para essa etapa, também pode-se simplificar a obtenção do sistema após a adição do objeto pela simples leitura do valor registrado na balança.



Figura 5: Leitura da balança após incluir um sólido de volume desconhecido no recipiente com água.

Através do diagrama de forças do recipiente, com o líquido na situação em que o corpo está submerso, obtém-se as seguintes expressões:

$$E = N' - m_{r+l} \cdot g$$

$$\rho_1 \cdot V_s \cdot g = (m'_{r+l} - m_{r+l}) \cdot g$$

$$\therefore V_s = \frac{(m'_{r+l} - m_{r+l})}{\rho_1}$$

Como o líquido em questão no qual o sólido foi submerso é a água, cuja densidade é igual a  $\rho_{agua} = 1,0 \text{ g/cm}^3$ , a expressão acima pode ser sintetizada pela simples diferença entre as duas leituras da balança, ou seja, o Volume do sólido submerso ( $V_s$ ) é igual a:

$$V_s = m'_{r+l} - m_{r+l}$$

Depois de calculado o volume, será determinado a densidade desse sólido submerso ( $\rho_{solido}$ ). Para isso, será determinado a massa do sólido diretamente pela leitura na balança.

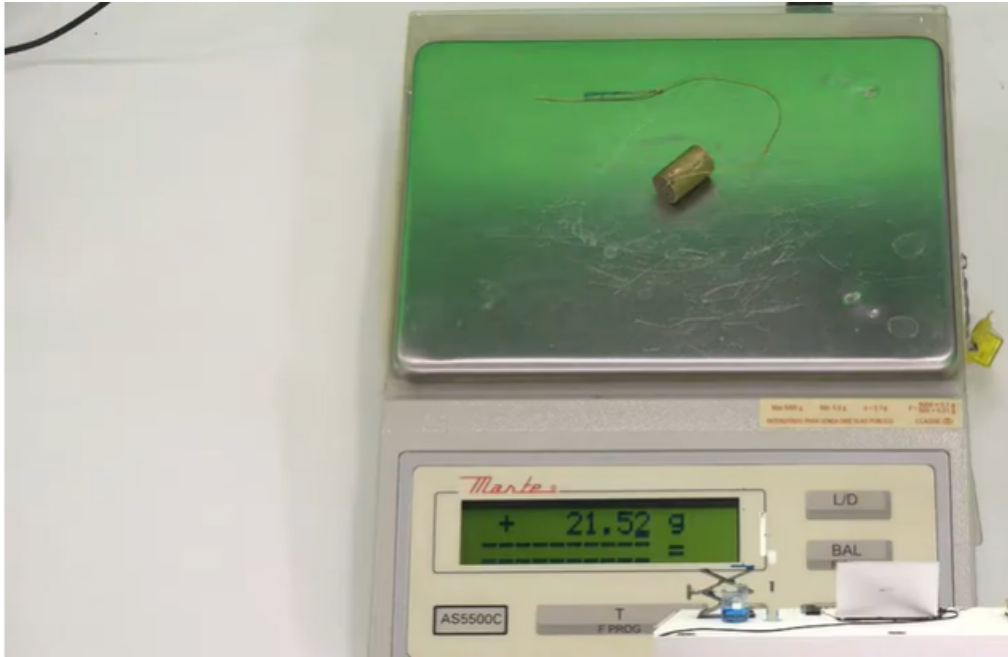


Figura 6: Leitura da balança após incluir o sólido.

Com esse valor e com o volume do sólido ( $V_s$ ) calculado na etapa anterior, será determinado a Densidade do sólido pela seguinte expressão:

$$\rho_{solido} = \frac{m_{solido}}{V_s}$$

Após o cálculo, será feito a comparação da densidade obtida com o valor tabelado para, então, determinar de que material é feito o sólido.

## 2.2 Determinação do volume e da densidade de um sólido utilizando um Areômetro de Nicholson

Para essa prática vamos utilizar um Areômetro de Nicholson, que é formado por um cilindro oco de metal, ao qual estão presos dois pratos: um na parte de cima do cilindro, e outro na parte de baixo, como mostrado na figura a seguir.

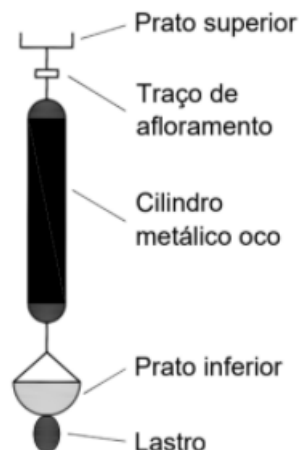


Figura 7: Representação da estrutura de um Areômetro de Nicholson

O volume de areômetro será denominado  $V_{ar}$  e seu peso total  $P_{ar}$ .

Uma haste o cilindro ao prato superior conta com uma marcação que referencia a medida, e é chamada de "traço de afloramento". O "afloramento" é obtido quando o aparato se encontra submerso em um líquido, em equilíbrio hidrostático, com o "traço de afloramento" coincidindo com o nível do fluido.

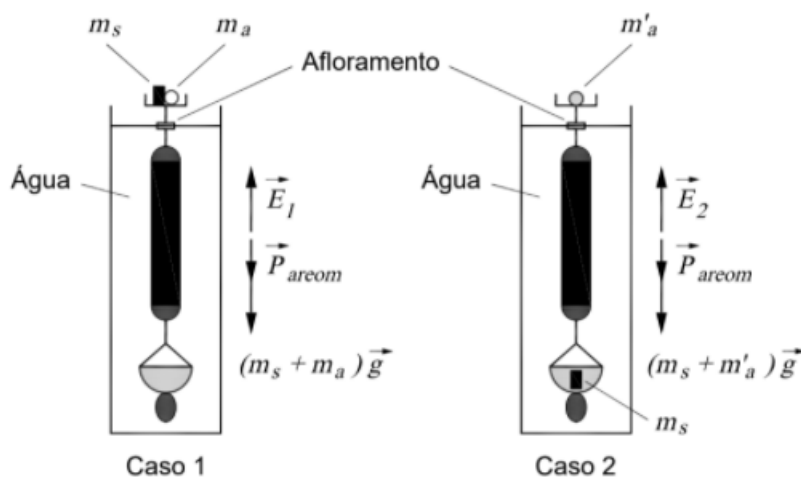


Figura 8: Representação do experimento para determinar o volume de um sólido utilizando um areômetro

Após termos entendido do que é constituído o Areômetro de Nicholson, vamos utilizá-lo para calcular o volume - e consequentemente - a densidade de um sólido desconhecido.

Para o cálculo do volume do sólido, primeiramente precisamos determinar a massa



dele  $m_s$ , com a ajuda de uma balança digital. Colocamos então, o sólido no prato superior do areômetro e vamos adicionando uma massa  $m_a$  até que o "afloamento" seja atingido - por conta do equilíbrio hidrostático em água. Mediremos a massa adicionada  $m_a$ , e anotaremos o valor. Dessa forma, a equação do equilíbrio hidrostático é:

$$(m_s + m_a)g + P_{ar} = \rho_{agua}gV_{ar}$$

Então retiramos o sólido do prato superior, e o colocamos no prato inferior (que ficará submerso). Agora, adicionaremos uma massa  $m'_a$  no prato superior até que ocorra o "afloamento". O equilíbrio hidrostático nos dá uma nova equação:

$$(m_s + m'_a)g + P_{ar} = \rho_{agua}g(V_{ar} + V_s)$$

Vamos combinar as duas equações acima, para obter o volume do sólido e sua densidade:

$$V_s = \frac{(m'_a - m_a)}{\rho_{agua}}$$

e

$$\rho_s = \frac{m_s}{V_s} = \frac{m_s}{(m'_a - m_a)}\rho_{agua}$$

Podemos dizer que a força de empuxo sobre o sólido é basicamente a diferença entre os pesos necessários para que ocorra o "afloamento" com o sólido no prato de cima ou no prato de baixo, pois quando ele está dentro do líquido, o empuxo sobre ele demanda uma massa  $m'_a$  maior para compensá-lo.

## 2.3 Determinação da densidade de um líquido utilizando o Areômetro de Nicholson

Da mesma forma que o experimento anterior, utilizaremos o areômetro como instrumento para determinar a densidade, mas agora não de um sólido, mas sim de um líquido. Ele não foi feito inventado para essa finalidade, mas produz ainda sim um resultado aceitável.

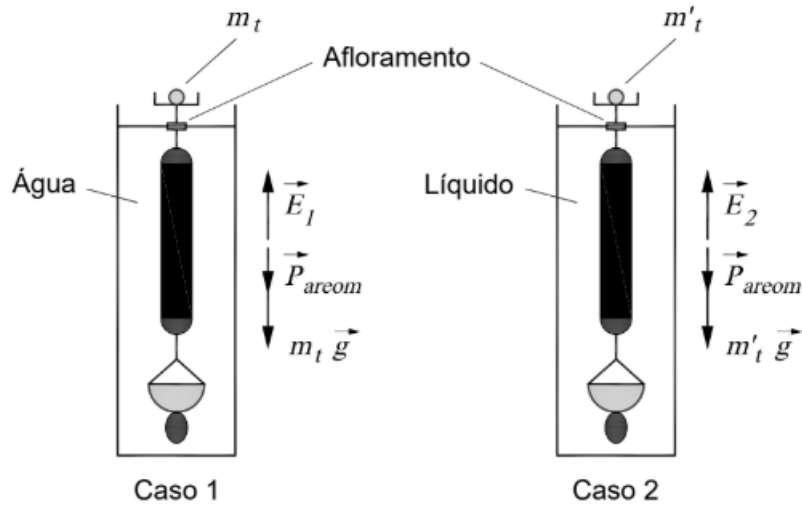


Figura 9: Representação do experimento para determinar a densidade de um líquido utilizando um areômetro

Para começar, iremos inserir o instrumento numa líquido cujo valor de  $\rho$  é conhecido (no caso será água a 25°C). Então colocamos o recipiente com água e tamos a balança, para que agora possamos aflorar o areômetro, anotando o valor da massa do areômetro junto com os pesinhos ( $m_{ar} + m_{pa}$ ). Pesando depois as massinhas separadamente ( $m_t$ ) podemos determinar o valor do volume do areômetro, que será dado fórmula básica da densidade:

$$V_{ar} = \frac{m_{ar} + m_t}{\rho_{agua}}$$

$$\delta V_{ar} = \frac{\delta m_{ar} + \delta m_t}{\rho_{agua}}$$

Com esse dado em mão podemos partir para a determinação da densidade do líquido desconhecido. Assim sendo, iremos primeiramente encher a proveta com esse líquido e aflorar o areômetro lá imerso, e pesaremos o valor das massinhas utilizadas ( $m'_t$ ). Com esse valor em mãos, podemos utilizar a fórmula deduzida no vídeo para o cálculo de densidades utilizando um aerômetro:

$$\rho_x = \rho_{agua} + \frac{m'_t - m_t}{V_{ar}}$$

$$\delta \rho_x = \rho_{agua} \cdot \frac{(\delta m'_t + \delta m_t) \cdot V_{ar} + \delta V_{ar} \cdot (m'_t - m_t)}{V_{ar}^2}$$

Após a obtenção de  $\rho_x$  vamos procurar online tabelas com valores para comparar o nosso resultado.

### 3 Resultados e discussão

#### 3.1 Determinação do volume e da densidade de um sólido com uma balança

Conforme descrito na Metodologia, os primeiros dados registrados foram as massas do sistema recipiente-líquido ( $m_{r+l}$ ) e do sistema recipiente-líquido com o sólido submerso ( $m'_{r+l}$ ), que estão registrados na Tabela abaixo com suas respectivas incertezas inerentes ao método de aferição utilizado:

O que foi medido	Valor	Incerteza	Unidade
Recipiente-Líquido ( $m_{r+l}$ )	83,70	$\pm 0,01$	g
Recipiente-Líquido com Sólido Submerso ( $m'_{r+l}$ )	86,23	$\pm 0,01$	g
Densidade da água a 25°C ( $\rho_{agua}$ )	1,000	-	$g/cm^3$

Tabela 1: Massas do sistema recipiente-líquido ( $m_{r+l}$ ) e do sistema recipiente-líquido com o sólido submerso ( $m'_{r+l}$ ).

Com estes valores em mãos, calculamos o volume do sólido por meio da fórmula já enunciada anteriormente:

$$V_s = m'_{r+l} - m_{r+l}$$

$$V_s = 86,23 - 83,70$$

$$V_s = 2,53cm^3$$

A partir dos valores das massas e de suas respectivas incertezas, podemos determinar a incerteza final do volume encontrado para o sólido. Dessa forma, temos que a incerteza associada ao valor pode ser encontrada pela expressão a seguir:

$$\sigma_s = \sigma_m - \sigma_{m'}$$

$$\sigma_s = 0,01 + 0,01$$

$$\sigma_s = 0,02cm^3$$

Portanto, este é o volume do sólido em questão. Agora, resta calcular a densidade e para isso é necessário conhecer a massa do sólido submerso. Após a leitura da balança, a massa do sólido é:  $m_{solido} = (21,52 \pm 0,01)$  g. Em seguida, calculamos a densidade do sólido e sua incerteza utilizando as fórmulas:

$$\rho_{solido} = \frac{m_{solido}}{V_s}$$

$$\rho_{solido} = \frac{21,53}{2,53}$$

$$\rho_{solido} = 8,505928 g/cm^3$$

$$\sigma_s = \frac{m \cdot \delta V + V \cdot \delta m}{V^2} = \frac{21,52 \cdot 0,02 + 2,53 \cdot 0,01}{2,53^2} = \frac{0,4304 + 0,0253}{6,4009}$$

$$\sigma_s = \frac{0,4557}{6,4009} = 0,071193$$

$$\therefore \rho_{solido} = (8,50 \pm 0,07) g/cm^3$$

Após o cálculo, comparamos a densidade com o valor tabelado, que pode ser visualizado na curva de Gauss abaixo, e chegamos à conclusão de que o sólido é feito de latão:

Densidade experimental:  $\rho_s = 8,50 \pm 0,07 g/cm^3$

Densidade tabelada do Latão:  $\rho_l = 8,56 g/cm^3$

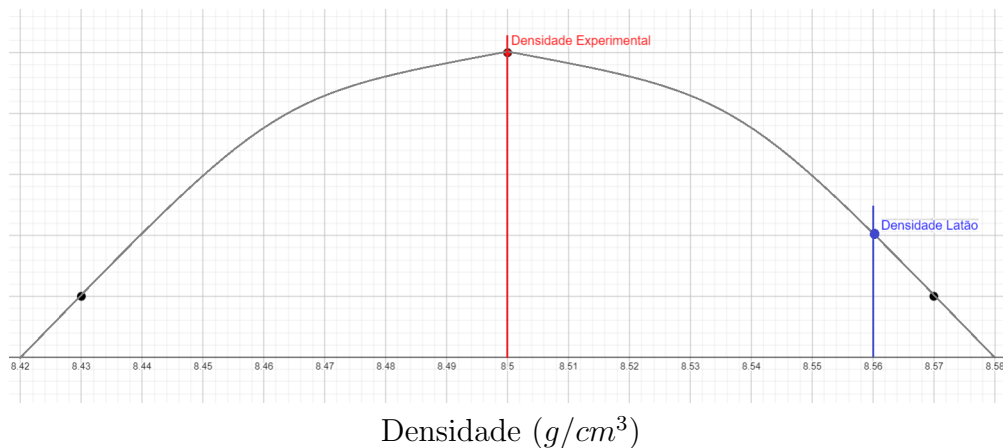


Figura 10: Gráfico de distribuição de valores da densidade experimental

### 3.2 Determinação do volume e da densidade de um sólido utilizando um Areômetro de Nicholson

Para calcularmos o volume e a densidade do nosso sólido, vamos usar os valores fornecidos pela videoaula, juntamente com o valor da densidade da água - disponibilizado na apostila :

O que foi medido	Valor	Incerteza	Unidade
Massa do sólido a ser analisado ( $m_s$ )	21,44	$\pm 0,01$	g
Massa adicionada - sólido no prato superior ( $m_a$ )	12,87	$\pm 0,01$	g
Massa adicionada - sólido no prato inferior ( $m'_a$ )	15,36	$\pm 0,01$	g
Densidade da água a 25°C - valor tabelado ( $\rho_{agua}$ )	1,000	-	$g/cm^3$

Tabela 2: Dados coletados para o experimento de determinação do volume e da densidade de um sólido

Então, com os dados aquistados, podemos iniciar os cálculos. Inicialmente vamos calcular o volume do sólido e sua incerteza:

$$V_s = \frac{m'_a - m_a}{\rho_L} = \frac{m'_a - m_a}{\rho_{agua}}$$

$$V_s = \frac{15,36 - 12,87}{1,000} = 2,49cm^3$$

$$\delta V_s = \frac{\delta m'_a + \delta m_a}{\rho_{agua}}$$

$$\delta V_s = \frac{0,01 + 0,01}{1} = 0,02cm^3$$

Sendo assim, determinamos o volume:

$$\therefore V_s = 2,49 \pm 0,02cm^3$$

Agora, podemos calcular a densidade do sólido e sua incerteza:

$$\rho_s = \frac{m_s}{V_s}$$

$$\rho_s = \frac{21,44}{2,49} = 8,610441767g/cm^3$$

$$\delta \rho_s = \frac{(m_s \cdot \delta V_s) + (V_s \cdot \delta m_s)}{V_s^2}$$

$$\delta \rho_s = \frac{(21,44 \cdot 0,02) + (2,49 \cdot 0,01)}{(2,49)^2} = 0,073176239g/cm^3$$

Ajustando os algarismos significativos, encontraremos a densidade do sólido em questão:

$$\therefore \rho_s = 8,61 \pm 0,07g/cm^3$$

Desse modo, ao determinarmos a densidade do sólido ( $\rho_s$ ), pudemos compará-lo com a *Tabela 2.1 - "Densidade de alguns materiais"* da página 39 da Apostila de Laboratório, e concluímos que o sólido era feito do material **Latão**, que apresenta densidade  $\rho_l = 8,56 \text{ g/cm}^3$ . Podemos afirmar que o nosso sólido é de latão, pois o resultado experimental da densidade do sólido ( $\rho_s$ ) é **compatível** com o valor da densidade do Latão ( $\rho_l$ ).

Podemos demonstrar com um gráfico de distribuição:

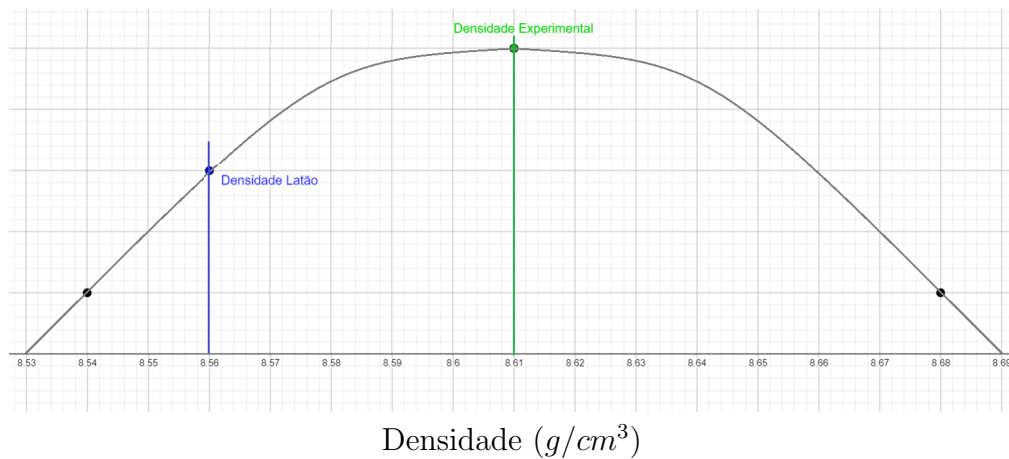


Figura 11: Gráfico de distribuição de valores da densidade experimental

Densidade experimental:  $\rho_s = 8,61 \pm 0,07 \text{ g/cm}^3$

Densidade tabelada do Latão:  $\rho_l = 8,56 \text{ g/cm}^3$

Assim, vemos que a densidade do latão está contida no intervalo da incerteza da densidade calculada no experimento, comprovando a compatibilidade supracitada.

### 3.3 Determinação da densidade de um líquido utilizando o Areômetro de Nicholson

Para os nossos cálculos, utilizaremos os seguintes dados que foram disponibilizados no vídeo da aula, em conjunto com um valor da densidade da água disponibilizado pela apostila:

O que foi medido	Valor	Incerteza	Unidade
Massa Aerômetro + Pesos ( $m_{ar} + m_t$ )	135,96	$\pm 0,01$	g
Massa dos Pesos na água ( $m_t$ )	34,30	$\pm 0,01$	g
Massa dos Pesos no líquido desconhecido ( $m'_t$ )	52,21	$\pm 0,01$	g
Densidade da água a 25°C ( $\rho_{agua}$ )	1,000	-	$g/cm^3$

Tabela 3: Dados coletados para o experimento da determinação da densidade de um líquido

Assim sendo, podemos começar os cálculos. Primeiro vamos determinar o volume do aerômetro:

$$V_{ar} = \frac{m_{ar} + m_t}{\rho_{agua}}$$

$$V_{ar} = \frac{135,96}{1,000} = 135,96(cm^3)$$

$$\delta V_{ar} = \frac{\delta m_{ar} + \delta m_t}{\rho_{agua}}$$

$$\delta V_{ar} = \frac{0,01 + 0,01}{1} = 0,02(cm^3)$$

Com esse dado em mãos, conseguiremos assim determinar a densidade do fluido desconhecido:

$$\rho_x = \rho_{agua} + \frac{m'_t - m_t}{V_{ar}}$$

$$\rho_x = 1,000 + \frac{52,21 - 34,30}{135,96} = 1,1317299(g/cm^3)$$

$$\delta \rho_x = \rho_{agua} \cdot \frac{(\delta m'_t + \delta m_t) \cdot V_{ar} + \delta V_{ar} \cdot (m'_t - m_t)}{V_{ar}^2}$$

$$\delta \rho_x = 1,000 \cdot \frac{(0,01 + 0,01) \cdot 135,96 + 0,02 \cdot (52,21 - 34,30)}{135,96^2}$$

$$\delta \rho_x = 0,0003408796(g/cm^3)$$

Dessa forma, ajustando os algarismos significativos teremos que a densidade do fluido desconhecido é:

$$\therefore \rho_x = 1,1317 \pm 0,0003(g/cm^3)$$

Comparando esse resultado com uma tabela online, podemos dizer que o líquido transparente com a densidade mais próxima do nosso resultado seria a da água proveniente do *mar morto* ( $\rho_{\text{mar-morto}} \approx 1,240\text{g/cm}^3$ ).

Se o líquido que foi pesado realmente tivesse a densidade do mar morto, podemos dizer que o nosso resultado **não foi compatível com o esperado**, uma vez que o intervalo do nosso resultado não engloba o valor da densidade encontrada online. Mas como não foi especificado pelo vídeo, não podemos afirmar isso com certeza.

Além disso, foi comentado no vídeo que o Aerômetro não é um bom equipamento para medir densidade de líquidos, uma vez que ele apresenta uma precisão menor do que para medir sólidos. Isso pode ser outro fator que somou no nosso resultado e fez com que ele desviasse do esperado.



## 4 Conclusões

### 4.1 Determinação do volume e da densidade de um sólido com uma balança

Após determinarmos a densidade do sólido utilizando o princípio de Arquimedes na balança, chegamos a resultados satisfatórios. Nesse experimento, por meio das massas iniciais e finais do cilindro imerso, respectivamente  $m_{r+l} = (83,70 \pm 0,01)g$  e  $m'_{r+l} = (86,23 \pm 0,01)g$ , realizadas na balança, calculamos seu volume,  $V_s = 2,53cm^3$ , e logo em seguida sua densidade  $\rho_s = (8,50 \pm 0,07)g/cm^3$ .

A partir desse valor calculado para a densidade do sólido imerso, realizamos uma comparação com valores tabelados para determinar o material que constituía o cilindro em questão. Dessa forma, sabendo que a densidade do latão é  $\rho_l = 8,56g/cm^3$ , analisamos se a densidade do latão estava dentro do intervalo de incertezas do nosso sólido desconhecido. Concluimos, portanto, que ambas as densidades são **compatíveis** e que o sólido imerso é constituído de latão.

### 4.2 Determinação do volume e da densidade de um sólido utilizando um Areômetro de Nicholson

Após realizarmos todas as etapas das aferições utilizando o Areômetro de Nicholson, pudemos encontrar uma densidade do sólido  $\rho_s = 8,61 \pm 0,07g/cm^3$ . Ao procurarmos em uma tabela de densidades, o valor que melhor representou a densidade do nosso sólido desconhecido, foi o material latão, que tem uma densidade tabelada de  $\rho_l = 8,56g/cm^3$ .

Comparamos os valores e confirmamos que os valores dessas duas densidades são **compatíveis**, checando que a densidade do latão está dentro do intervalo de incertezas da densidade do sólido - densidade experimental - como expresso no gráfico da figura 11.

Desse modo, pudemos comprovar a eficácia do nosso experimento, mostrando que o Areômetro de Nicholson é um método seguro de calcular volumes - e, consequentemente, densidades - de sólidos desconhecidos, porém, pode ser usado para o cálculo da densidade de líquidos desconhecidos (como feito por nós no experimento 4).

### 4.3 Determinação da densidade de um líquido utilizando o Areômetro de Nicholson

No final do experimento descobrimos que o valor da densidade desconhecida ( $\rho_x$ ) foi muito próximo do valor da água salgada encontrada no **mar morto**. Se o líquido que foi pesado realmente simulasse a densidade do mar morto, podemos dizer que o nosso resultado **não foi compatível com o esperado**.

Isso pode ter sido fruto principalmente do fato de que o Aerômetro não é o equipamento recomendado para medir densidade de líquidos, uma vez que ele apresenta uma precisão menor do que para medir sólidos.

## 5 Bibliografia

1. SCHNEIDER, José F., AZEVEDO, Eduardo R. *Laboratório de Física II: Livro de Práticas*. São Carlos, 2018.
2. HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. *Fundamentos de Física - Volume 1*. 10a ed. Rio de Janeiro, RJ: LTC, 2018 vol 1;
3. TIPLER, Paul A.; MOSCA, Gene, *Física para Cientistas e Engenheiros - Volume 1*, 6a ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012;
4. Densidade de alguns líquidos (a 20 graus Celsius). Disponível em:  
<https://www.newtoncbraga.com.br/index.php/almanaque/271-densidade-de-alguns-liquidos-a-20-graus-celsius.html>. Acesso em: 03/10/2020.