

Выполнил Андрей Долбнин, 501 группа

Я буду объяснять значение каждой строки справа, давая конкретику к первому столбцу. Длинные вещественные числа буду сокращать двумя точками в конце.

Задание 1

$$\Delta u = e^y \sin x,$$

$$u|_{x^2+y^2=\pi^2} = 1,$$

$$\frac{\partial u}{\partial n}|_{x^2+y^2=4\pi^2} = \sin x \sin y.$$

Экспорт из “Draw”:

gd:

| | | |
|--------|--------|-------------------------------------|
| 1 | 1 | (тип фигуры, в нашем случае - круг) |
| 0 | 0 | (x_0, центр по x) |
| 0 | 0 | (y_0, центр по y) |
| 6.28.. | 3.14.. | (R, радиус круга) |

ns:

| | | |
|----|----|--------------------------------------------------------------------------|
| 67 | 67 | (код буквы в ASCII, обозначает тип фигуры – C (круг)) |
| 49 | 50 | (код числа в ASCII, обозначает порядковый номер данного типа фигуры - 1) |

Чтобы расшифровать, можно использовать команду char: char(67) = 'C'.

sf:

'C1-C2' (формула связи фигур)

Экспорт из “Boundary”:

g:

| | | | | | | | | |
|------------|------------|---------|---------|-------------|------------|------------|-------------|---------------------------------|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | (тип границы, 1 - дуга) |
| -5.80.. | 3.84..e-16 | 6.22.. | 1.62.. | -3.14.. | 1.92..e-16 | 3.14.. | 1.92..e-16 | (x начала (дуги)) |
| 3.84..e-16 | 6.22.. | 1.62.. | -5.80.. | 1.92..e-16 | 3.14.. | 1.92..e-16 | -3.14.. | (x конца (дуги)) |
| 2.40.. | -6.28.. | -0.82.. | 6.06.. | -3.84..e-16 | -3.14.. | 0 | 3.14.. | (y начала (дуги)) |
| -6.28.. | -0.82.. | 6.06.. | 2.40.. | -3.14.. | 0 | 3.14.. | -3.84..e-16 | (y конца (дуги)) |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | (наша область слева (1 - да)) |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | (наша область справа (0 – нет)) |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | (x_0) |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | (y_0) |
| 6.28.. | 6.28.. | 6.28.. | 6.28.. | 3.14.. | 3.14.. | 3.14.. | 3.14.. | (R) |

Всего 8 столбцов – по одному на каждую дугу (в круге – 4 дуги).

Положение области (слева или справа) определяется по направлению движения по дуге (от начала до конца).

b:

Задание граничных условий. Сначала помечаем, что работаем со скалярами, потом род граничного условия (0 – Неймана, 1 - Дирихле), обозначаем коэффициенты ($q = 0$, $g = \sin(x) \cdot \sin(y)$ или $h = 1$, $r = 1$). Внутреннее представление этих условий – последовательность символов в кодировке ASCII, поэтому далее идёт количество символов в коэффициентах граничного условия, а потом код каждого символа в ASCII (пробелы – номер 32 – также учитываются (если они есть)).

| | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|----|----|----|----|---------------------------------------------------------------------------|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | (показывает, что работаем со скалярами; с векторами было бы, например, 2) |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | (условие Неймана) |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ($q = 0$, $\text{strlen}(q) = 1$) |
| 16 | 16 | 16 | 16 | 1 | 1 | 1 | 1 | ($g = \sin(x) \cdot \sin(y)$, $\text{strlen}(g) = 16$) |
| 48 | 48 | 48 | 48 | 1 | 1 | 1 | 1 | ($q = 0$, $\text{char}(48) = '0'$) |
| 115 | 115 | 115 | 115 | 1 | 1 | 1 | 1 | ($g = \sin(x) \cdot \sin(y)$, $\text{char}(115) = 's'$, и так далее) |
| 105 | 105 | 105 | 105 | 48 | 48 | 48 | 48 | |
| 110 | 110 | 110 | 110 | 48 | 48 | 48 | 48 | |
| 40 | 40 | 40 | 40 | 49 | 49 | 49 | 49 | |
| 120 | 120 | 120 | 120 | 49 | 49 | 49 | 49 | |
| 41 | 41 | 41 | 41 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 32 | 32 | 32 | 32 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 46 | 46 | 46 | 46 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 42 | 42 | 42 | 42 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 32 | 32 | 32 | 32 | 0 | 0 | 0 | 0 | |

| | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|---|---|---|---|
| 115 | 115 | 115 | 115 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 105 | 105 | 105 | 105 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 110 | 110 | 110 | 110 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 40 | 40 | 40 | 40 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 121 | 121 | 121 | 121 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 41 | 41 | 41 | 41 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Аналогично пред., всего 8 столбцов – по одному на каждую дугу.

Экспорт из “**Mesh**”:

p:

| | | | | | | | | |
|---------|------------|---------|--------|-------------|------------|---|---------|-----------------------|
| -5.80.. | 3.84..e-16 | 6.22.. | 1.62.. | -3.14.. | 1.92..e-16 | - | 1.42.. | (x узла триангуляции) |
| 2.40.. | -6.28.. | -0.82.. | 6.06.. | -3.84..e-16 | -3.14.. | - | -5.37.. | (y узла триангуляции) |

Здесь и в других длинных таблицах выводятся первые и последний столбцы, разделённые чёрточкой.

Если в Mesh отметить галочкой Show Node Labels, то самый первый узел в таблице будет обозначен первым и в конструкторе pdetool – а. (В начале, кстати говоря, нумеруются начала и концы дуг, а потом уже другие точки.)

Всего столбцов 132 – по количеству узлов триангуляции.

e:

| | | | | | | | | | |
|---|----|----|----|----|---|----|---|----|-------------------------|
| 1 | 17 | 18 | 19 | 20 | 9 | 21 | - | 50 | (номер начального узла) |
|---|----|----|----|----|---|----|---|----|-------------------------|

| | | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---|--------|-------------------------------------------------------------------|
| 17 | 18 | 19 | 20 | 9 | 21 | 22 | - | 5 | (номер конечного узла) |
| 0 | 0.10.. | 0.20.. | 0.30.. | 0.40.. | 0.50.. | 0.60.. | - | 0.75.. | (начальное значение параметризации) |
| 0.10.. | 0.20.. | 0.30.. | 0.40.. | 0.50.. | 0.60.. | 0.70.. | - | 1 | (конечное значение параметризации) |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | - | 8 | (номер границы (дуги) – один из восьми) |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | - | 0 | (область слева, 1 – для внешнего круга (дуги 1 - 4), иначе 0) |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | - | 1 | (область справа, 1 – для внутреннего круга (дуги 5 - 8), иначе 0) |

Всего столбцов 50. В общем, они обозначают узлы на границах.

Строки 3 – 4 задают некую свою параметризацию, пред.значение + $i * h$ и пред.значение + $(i + 1) * h$, где i – независимая нумерация по границе.

t:

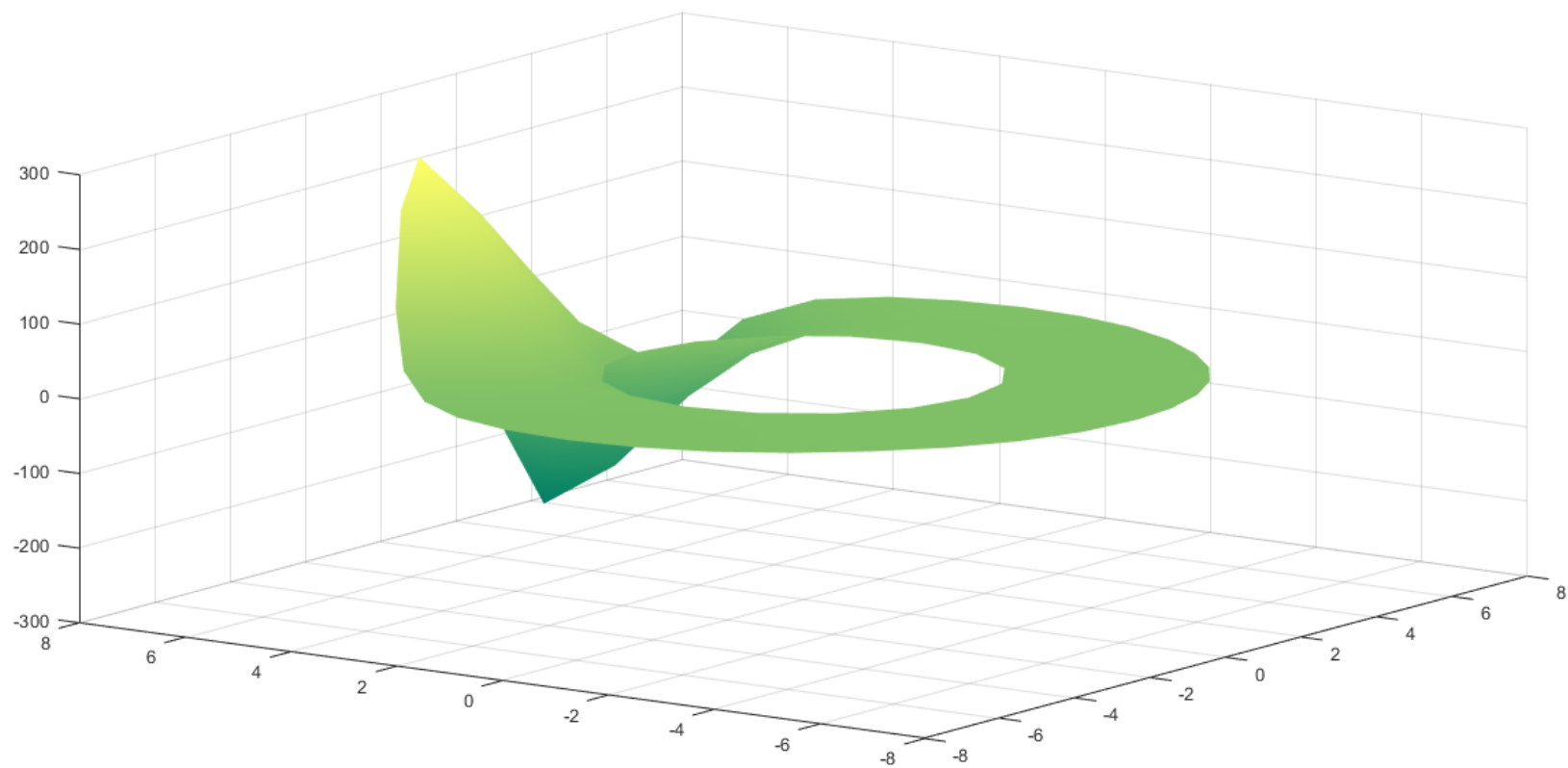
| | | | | | | | | | |
|----|-----|-----|----|----|-----|----|---|-----|-------------------------|
| 42 | 24 | 30 | 36 | 81 | 47 | 45 | - | 59 | (1-й узел треугольника) |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 7 | 6 | - | 104 | (2-й узел треугольника) |
| 81 | 126 | 105 | 76 | 95 | 130 | 92 | - | 132 | (3-й узел треугольника) |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | - | 1 | (номер подобласти) |

Всего 214 столбцов, по количеству треугольников триангуляции.

Их можно посмотреть, отметив галочкой Show Triangle Labels. Номер треугольника = номер столбца.

После задания параметров уравнения (нужно выбрать эллиптическое и задать $c = 1.0$, $a = 0.0$ и $f = -\exp(y) \cdot \sin(x)$), мы решаем его, а потом экспортируем решение u (1 столбец из 132 строки – по количеству узлов триангуляции).

После команд `pdesurf(p, t, u); grid on; colormap summer`; получаем такую красоту:



Задание 2

$$u_{tt} = \Delta u + \sin t \sin x \sin y,$$

$$u(x, 0, t) = \sin 2x,$$

$$u(\pi, y, t) = \sin 3y,$$

$$\frac{\partial u}{\partial y}(x, \pi, t) = 2,$$

$$\frac{\partial u}{\partial(-x)}(0, y, t) = 0,$$

$$u(x, y, 0) = 0,$$

$$u_t(x, y, 0) = 0.$$

В этом задании я буду объяснять строки, отличные от первого задания.

Экспорт из “**Draw**”:

gd:

| | |
|--------|-------------------------------------------------------------------------|
| 3 | (тип фигуры – прямоугольник (для квадрата отдельную цифру не выделили)) |
| 4 | (число сторон) |
| 0 | (далее идут координаты вершин – 4 икса, а потом – 4 игрека) |
| 3.14.. | |
| 3.14.. | |
| 0 | |
| 0 | |

| |
|--------|
| 0 |
| 3.14.. |
| 3.14.. |

ns:

| | |
|----|------------------|
| 83 | (char(83) = 'S') |
| 81 | (char(81) = 'Q') |
| 49 | (char(49) = '1') |

sf:

| |
|-------|
| 'SQ1' |
|-------|

Экспорт из “Boundary”:

g:

| | | | | |
|--------|--------|--------|---|-------------------------|
| 2 | 2 | 2 | 2 | (тип границы - отрезок) |
| 0 | 3.14.. | 3.14.. | 0 | (x начала (отрезка)) |
| 3.14.. | 3.14.. | 0 | 0 | (x конца (отрезка)) |

| | | | | |
|---|--------|--------|--------|----------------------|
| 0 | 0 | 3.14.. | 3.14.. | (у начала (отрезка)) |
| 0 | 3.14.. | 3.14.. | 0 | (у конца (отрезка)) |
| 1 | 1 | 1 | 1 | (область слева) |
| 0 | 0 | 0 | 0 | (область не справа) |

Всего столбцов – 4, по количеству отрезков.

b:

| | | | | |
|-----|-----|----|----|-----------------------------------------------------------------------------------|
| 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 1 | 1 | 0 | 0 | |
| 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 1 | 1 | 48 | 48 | |
| 10 | 10 | 50 | 48 | (видно, что где $u = 2$, для двойки стоит 50, а где $u = 0$, для нуля стоит 48) |
| 48 | 48 | 48 | 48 | |
| 48 | 48 | 48 | 48 | |
| 49 | 49 | 49 | 49 | |
| 115 | 115 | 48 | 48 | |
| 105 | 105 | 0 | 0 | |

| | | | | |
|-----|-----|---|---|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 110 | 110 | 0 | 0 | |
| 40 | 40 | 0 | 0 | |
| 50 | 51 | 0 | 0 | (видно, что где $u = \sin(2 * x)$, для двойки стоит 50, а где $u = \sin(3 * x)$, для тройки стоит 51) |
| 32 | 32 | 0 | 0 | |
| 42 | 42 | 0 | 0 | |
| 32 | 32 | 0 | 0 | |
| 120 | 120 | 0 | 0 | |
| 41 | 41 | 0 | 0 | |

Экспорт из “**Mesh**”:

p:

| | | | | | | | | |
|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---|--------|
| 0 | 3.14.. | 3.14.. | 0 | 0.31.. | 0.62.. | 0.94.. | - | 2.48.. |
| 0 | 0 | 3.14.. | 3.14.. | 0 | 0 | 0 | - | 0.42.. |

Всего узлов – 183.

e:

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|----|----|---|----|
| 1 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | - | 42 |
| 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | - | 1 |

| | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---|--------|
| 0 | 0.10.. | 0.20.. | 0.30.. | 0.40.. | 0.50.. | 0.60.. | - | 0.90.. |
| 0.10.. | 0.20.. | 0.30.. | 0.40.. | 0.50.. | 0.60.. | 0.70.. | - | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | - | 4 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | - | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | - | 0 |

t:

| | | | | | | | | |
|----|----|-----|----|-----|----|----|---|----------------------|
| 13 | 59 | 93 | 75 | 8 | 42 | 5 | - | 65 |
| 2 | 5 | 8 | 7 | 9 | 1 | 6 | - | 165 |
| 47 | 74 | 152 | 93 | 152 | 59 | 74 | - | 183 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | - | 1 (номер подобласти) |

Стоит пояснить, что такое номер подобласти. В нашем случае, имеется один квадрат. Поэтому и область у всех одна. Если бы было два разных непересекающихся квадрата, например, тогда было бы две подобласти со своими триангуляциями – 1 и 2.

В отличие от предыдущего задания, исходное уравнение – гиперболическое ($c = 1.0$, $a = 0.0$, $f = \sin(t) \cdot \sin(x) \cdot \sin(y)$). Задаются начальные условия, после чего получаем решения в промежутке времени (я взял от 0 до 10). Экспортированное решение u содержит 11 столбцов – решение на каждый момент времени.

Делаем `pdesurf(p, t, u(:, 11)); grid on; colormap bone`; получаем решение в момент времени $t = 10$:

