

Artificial Intelligence UE

Assignment 3

David Auinger Sorin Davidoi Andreea Muscalagiu

12th January 2014

1 Predicate Logic – Backward Chaining

2 Probabilistic Inference

(A) $P(\text{crying}) =$
 $0.02 + 0.07 + 0.01 + 0.03 + 0.10 + 0.04 + 0.05 + 0.01 = 33\%$

(B) $P(\text{toothache} | \neg \text{nightmare}) =$
 $\frac{P(\text{toothache} \wedge \neg \text{nightmare})}{P(\neg \text{nightmare})} =$
 $\frac{0.01+0.01+0.05+0.03}{0.01+0.03+0.01+0.02+0.05+0.01+0.03+0.40} =$
 $\frac{0.10}{0.56} \approx 17.9\%$

(C) $P(\text{excited} \wedge \text{nightmare}) =$
 $0.02 + 0.07 + 0.01 + 0.05 = 15\%$

(D) $P((\text{nightmare} \wedge \neg \text{toothache}) | \neg \text{crying}) =$
 $\frac{P(\text{nightmare} \wedge \neg \text{toothache} \wedge \neg \text{crying})}{P(\neg \text{crying})} =$
 $\frac{0.05+0.10}{0.01+0.05+0.01+0.02+0.05+0.10+0.03+0.40} =$
 $\frac{0.15}{0.67} \approx 22.4\%$

(E) $P(\neg \text{excited} | (\text{excited} \wedge \text{toothache})) =$
 $\frac{P(\neg \text{excited} \wedge \text{excited} \wedge \text{toothache})}{P(\text{excited} \wedge \text{toothache})} = 0$

(F) $P(\neg \text{nightmare}) =$
 $0.01 + 0.03 + 0.01 + 0.02 + 0.05 + 0.01 + 0.03 + 0.40 = 56\%$

(G) $P(\text{crying} \vee \neg \text{crying}) = 1$

$$(H) P((\text{toothache} \wedge \text{nightmare}) \vee (\text{crying} \wedge \text{excited})) = \\ 0.02 + 0.07 + 0.01 + 0.01 + 0.03 + 0.10 + 0.05 = 29\%$$

$$(I) P(\text{crying} | (\text{toothache} \wedge \text{nightmare})) = \\ \frac{P(\text{crying} \wedge \text{toothache} \wedge \text{nightmare})}{P(\text{toothache} \wedge \text{nightmare})} = \\ \frac{0.02+0.10}{0.02+0.01+0.10+0.05} = \frac{0.12}{0.18} \approx 66.7\%$$

$$(J) P(\text{toothache} \vee \text{excited}) = \\ 0.02 + 0.07 + 0.01 + 0.05 + 0.01 + 0.03 + 0.01 + 0.02 + 0.10 + 0.05 + \\ 0.05 + 0.03 = 45\%$$

3 Bayesian Nets – Constructing a Net

4 Bayesian Nets – Inference by Enumeration

$$(A) P(m|s, \neg h) = \alpha \sum_{R \in \{r, \neg r\}} \sum_{P \in \{p, \neg p\}} \sum_{W \in \{w, \neg w\}} P(R, P, s, m, W, \neg h) = \\ \alpha [\begin{array}{l} P(r, \quad p, \quad s, \quad m, \quad w, \quad \neg h) + \\ P(r, \quad p, \quad s, \quad m, \quad \neg w, \quad \neg h) + \\ P(r, \quad \neg p, \quad s, \quad m, \quad w, \quad \neg h) + \\ P(r, \quad \neg p, \quad s, \quad m, \quad \neg w, \quad \neg h) + \\ P(\neg r, \quad p, \quad s, \quad m, \quad w, \quad \neg h) + \\ P(\neg r, \quad p, \quad s, \quad m, \quad \neg w, \quad \neg h) + \\ P(\neg r, \quad \neg p, \quad s, \quad m, \quad w, \quad \neg h) + \\ P(\neg r, \quad \neg p, \quad s, \quad m, \quad \neg w, \quad \neg h) \end{array}] = \\ \alpha [\begin{array}{l} P(r) P(p) P(s|r, p) P(m|s) P(w|m) P(\neg h|s, w) + \\ P(r) P(p) P(s|r, p) P(m|s) P(\neg w|m) P(\neg h|s, \neg w) + \\ P(r) P(\neg p) P(s|r, \neg p) P(m|s) P(w|m) P(\neg h|s, w) + \\ P(r) P(\neg p) P(s|r, \neg p) P(m|s) P(\neg w|m) P(\neg h|s, \neg w) + \\ P(\neg r) P(p) P(s|\neg r, p) P(m|s) P(w|m) P(\neg h|s, w) + \\ P(\neg r) P(p) P(s|\neg r, p) P(m|s) P(\neg w|m) P(\neg h|s, \neg w) + \\ P(\neg r) P(\neg p) P(s|\neg r, \neg p) P(m|s) P(w|m) P(\neg h|s, w) + \\ P(\neg r) P(\neg p) P(s|\neg r, \neg p) P(m|s) P(\neg w|m) P(\neg h|s, \neg w) \end{array}] = \\ \alpha [\begin{array}{l} 0.6 \cdot 0.3 \cdot 0.5 \cdot 0.1 \cdot 0.6 \cdot 0.70 + \\ 0.6 \cdot 0.3 \cdot 0.5 \cdot 0.1 \cdot 0.4 \cdot 0.99 + \\ 0.6 \cdot 0.7 \cdot 0.9 \cdot 0.1 \cdot 0.6 \cdot 0.70 + \\ 0.6 \cdot 0.7 \cdot 0.9 \cdot 0.1 \cdot 0.4 \cdot 0.99 + \\ 0.4 \cdot 0.3 \cdot 0.1 \cdot 0.1 \cdot 0.6 \cdot 0.70 + \\ 0.4 \cdot 0.3 \cdot 0.1 \cdot 0.1 \cdot 0.4 \cdot 0.99 + \\ 0.4 \cdot 0.7 \cdot 0.2 \cdot 0.1 \cdot 0.6 \cdot 0.70 + \\ 0.4 \cdot 0.7 \cdot 0.2 \cdot 0.1 \cdot 0.4 \cdot 0.99 \end{array}] \approx 0.0437\alpha$$

$$\begin{aligned}
P(\neg m|s, \neg h) &= \alpha \sum_{R \in \{r, \neg r\}} \sum_{P \in \{p, \neg p\}} \sum_{W \in \{w, \neg w\}} P(R, P, s, \neg m, W, \neg h) = \\
&\alpha [P(r, p, s, \neg m, w, \neg h) + \\
&\quad P(r, p, s, \neg m, \neg w, \neg h) + \\
&\quad P(r, \neg p, s, \neg m, w, \neg h) + \\
&\quad P(r, \neg p, s, \neg m, \neg w, \neg h) + \\
&\quad P(\neg r, p, s, \neg m, w, \neg h) + \\
&\quad P(\neg r, p, s, \neg m, \neg w, \neg h) + \\
&\quad P(\neg r, \neg p, s, \neg m, w, \neg h) + \\
&\quad P(\neg r, \neg p, s, \neg m, \neg w, \neg h)] = \\
&\alpha [P(r) P(p) P(s|r, p) P(\neg m|s) P(w|\neg m) P(\neg h|s, w) + \\
&\quad P(r) P(p) P(s|r, p) P(\neg m|s) P(\neg w|\neg m) P(\neg h|s, \neg w) + \\
&\quad P(r) P(\neg p) P(s|r, \neg p) P(\neg m|s) P(w|\neg m) P(\neg h|s, w) + \\
&\quad P(r) P(\neg p) P(s|r, \neg p) P(\neg m|s) P(\neg w|\neg m) P(\neg h|s, \neg w) + \\
&\quad P(\neg r) P(p) P(s|\neg r, p) P(\neg m|s) P(w|\neg m) P(\neg h|s, w) + \\
&\quad P(\neg r) P(p) P(s|\neg r, p) P(\neg m|s) P(\neg w|\neg m) P(\neg h|s, \neg w) + \\
&\quad P(\neg r) P(\neg p) P(s|\neg r, \neg p) P(\neg m|s) P(w|\neg m) P(\neg h|s, w) + \\
&\quad P(\neg r) P(\neg p) P(s|\neg r, \neg p) P(\neg m|s) P(\neg w|\neg m) P(\neg h|s, \neg w)] = \\
&\alpha [0.6 \cdot 0.3 \cdot 0.5 \cdot 0.9 \cdot 0.1 \cdot 0.70 + \\
&\quad 0.6 \cdot 0.3 \cdot 0.5 \cdot 0.9 \cdot 0.9 \cdot 0.99 + \\
&\quad 0.6 \cdot 0.7 \cdot 0.9 \cdot 0.9 \cdot 0.1 \cdot 0.70 + \\
&\quad 0.6 \cdot 0.7 \cdot 0.9 \cdot 0.9 \cdot 0.9 \cdot 0.99 + \\
&\quad 0.4 \cdot 0.3 \cdot 0.1 \cdot 0.9 \cdot 0.1 \cdot 0.70 + \\
&\quad 0.4 \cdot 0.3 \cdot 0.1 \cdot 0.9 \cdot 0.9 \cdot 0.99 + \\
&\quad 0.4 \cdot 0.7 \cdot 0.2 \cdot 0.9 \cdot 0.1 \cdot 0.70 + \\
&\quad 0.4 \cdot 0.7 \cdot 0.2 \cdot 0.9 \cdot 0.9 \cdot 0.99] \approx 0.4636\alpha \\
P(m|s, \neg h) + P(\neg m|s, \neg h) &= 1 \Rightarrow \alpha \approx \frac{1}{0.0437+0.4636} \approx 1.971 \\
P(M|s, \neg h) &\approx (0.0437, 0.4636)\alpha \approx (0.086, 0.914)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(B)} \quad P(w|\neg p, \neg r, h) &= \alpha \sum_{S \in \{s, \neg s\}} \sum_{M \in \{m, \neg m\}} P(\neg r, \neg p, S, M, w, h) = \\
&\alpha [P(\neg r, \neg p, s, m, w, h) + \\
&\quad P(\neg r, \neg p, s, \neg m, w, h) + \\
&\quad P(\neg r, \neg p, \neg s, m, w, h) + \\
&\quad P(\neg r, \neg p, \neg s, \neg m, w, h)] = \\
&\alpha [P(\neg r) P(\neg p) P(s|\neg r, \neg p) P(m|s) P(w|m) P(h|s, w) + \\
&\quad P(\neg r) P(\neg p) P(s|\neg r, \neg p) P(\neg m|s) P(w|\neg m) P(h|s, w) + \\
&\quad P(\neg r) P(\neg p) P(\neg s|\neg r, \neg p) P(m|\neg s) P(w|m) P(h|\neg s, w) + \\
&\quad P(\neg r) P(\neg p) P(\neg s|\neg r, \neg p) P(\neg m|\neg s) P(w|\neg m) P(h|\neg s, w)] = \\
&0.4 \cdot 0.7 \cdot 0.2 \cdot 0.1 \cdot 0.6 \cdot 0.30 + \\
&0.4 \cdot 0.7 \cdot 0.2 \cdot 0.9 \cdot 0.1 \cdot 0.30 + \\
&0.4 \cdot 0.7 \cdot 0.8 \cdot 0.5 \cdot 0.6 \cdot 0.90 + \\
&0.4 \cdot 0.7 \cdot 0.8 \cdot 0.5 \cdot 0.1 \cdot 0.90] \approx 0.0731\alpha
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P(\neg w|\neg p, \neg r, h) &= \alpha \sum_{S \in \{s, \neg s\}} \sum_{M \in \{m, \neg m\}} P(\neg r, \neg p, S, M, \neg w, h) = \\
\alpha [&P(\neg r, \neg p, s, m, \neg w, h) + \\
&P(\neg r, \neg p, s, \neg m, \neg w, h) + \\
&P(\neg r, \neg p, \neg s, m, \neg w, h) + \\
&P(\neg r, \neg p, \neg s, \neg m, \neg w, h)] = \\
\alpha [&P(\neg r) P(\neg p) P(s|\neg r, \neg p) P(m|s) P(\neg w|m) P(h|s, \neg w) + \\
&P(\neg r) P(\neg p) P(s|\neg r, \neg p) P(\neg m|s) P(\neg w|\neg m) P(h|s, \neg w) + \\
&P(\neg r) P(\neg p) P(\neg s|\neg r, \neg p) P(m|\neg s) P(\neg w|m) P(h|\neg s, \neg w) + \\
&P(\neg r) P(\neg p) P(\neg s|\neg r, \neg p) P(\neg m|\neg s) P(\neg w|\neg m) P(h|\neg s, \neg w) = \\
&0.4 \cdot 0.7 \cdot 0.2 \cdot 0.1 \cdot 0.4 \cdot 0.01 + \\
&0.4 \cdot 0.7 \cdot 0.2 \cdot 0.9 \cdot 0.9 \cdot 0.01 + \\
&0.4 \cdot 0.7 \cdot 0.8 \cdot 0.5 \cdot 0.4 \cdot 0.50 + \\
&0.4 \cdot 0.7 \cdot 0.8 \cdot 0.5 \cdot 0.9 \cdot 0.50] \approx 0.0732\alpha \\
P(w|\neg p, \neg r, h) + P(\neg w|\neg p, \neg r, h) &= 1 \Rightarrow \alpha \approx \frac{1}{0.0731+0.0732} \approx 6.833 \\
P(W|\neg p, \neg r, h) &\approx (0.0731, 0.0732)\alpha \approx (0.499, 0.501)
\end{aligned}$$