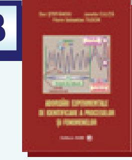


❼ Algoritmi rapizi CMMP-R şi VI-R cu fereastră

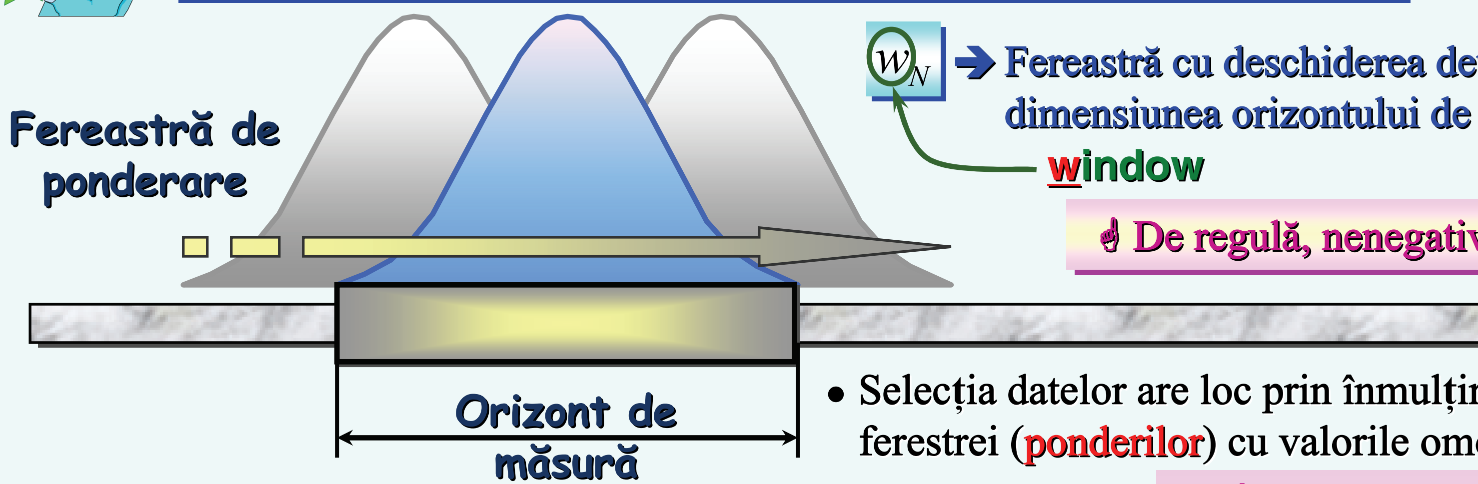
☞ Contextul de lucru

- Există situații (în special în cazul proceselor rapid variabile) în care contribuția datelor anterioare momentului curent de reactualizare trebuie atenuată cu rapiditate controlată.
- Istoria comportamentului procesului poate distorsiona rezultatul operației de adaptare curentă dacă datele achiziționate devin rapid învechite şi tind să nu mai corespundă comportamentului actual al procesului.

Cum poate fi controlată atenuarea istoriei datelor?

10 p

Prin intermediul ferestrelor culisante fie de-a lungul setului de date, fie de-a lungul erorilor de predicție.



w_N ➔ Fereastră cu deschiderea determinată de dimensiunea orizontului de măsură.

window

☝ De regulă, nenegativă.

- Selecția datelor are loc prin înmulțirea valorilor ferestrei (ponderilor) cu valorile omoloage ale datelor.
- În acest modul, va fi abordată problema estimării recursive a parametrilor prin minimizarea unui criteriu pătratic în care pătratul erorii de predicție curente este ponderat de o fereastră culisantă nenegativă.

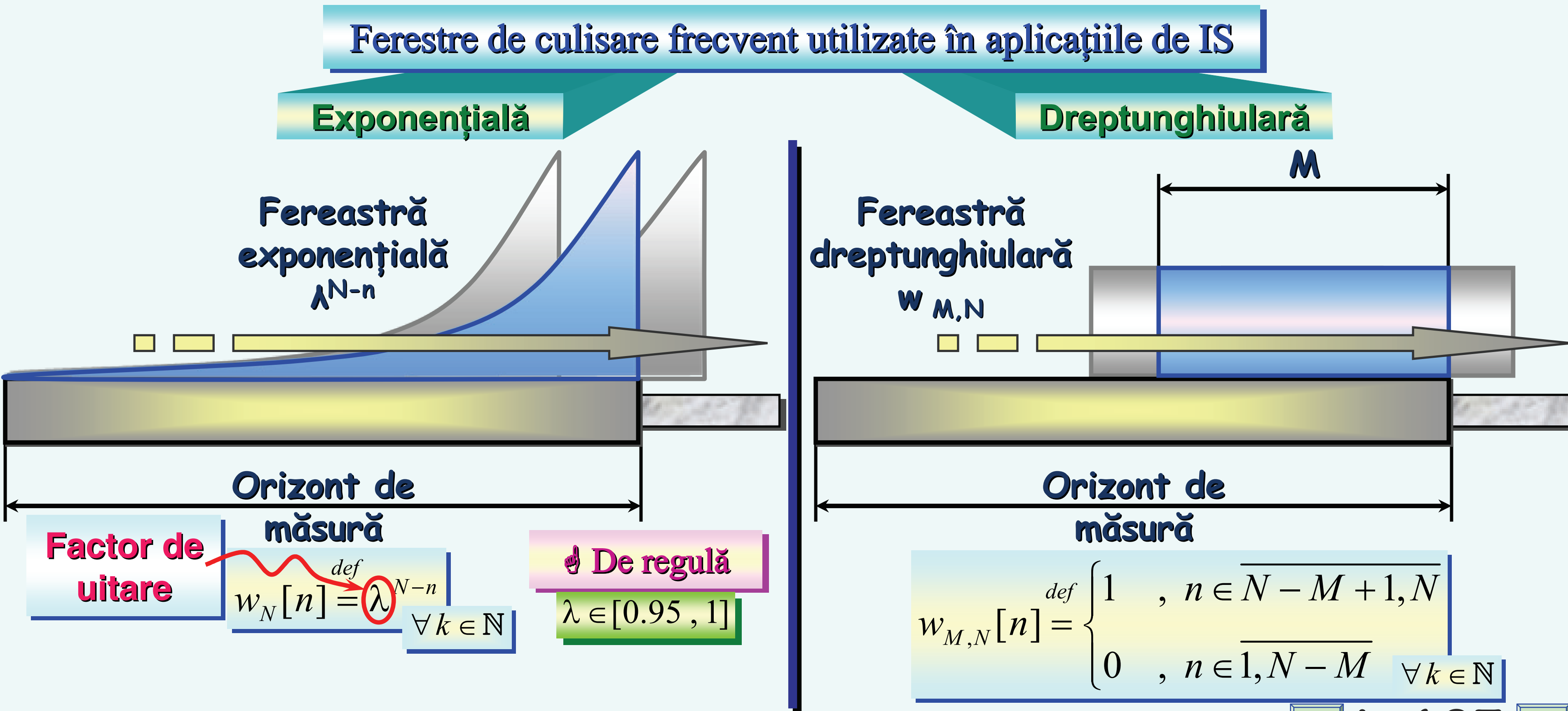
☝ În cazul modelelor de regresie liniară, datele sunt ponderate de radicalul ferestrei.

$$\mathcal{V}(\boldsymbol{\theta}) \overset{def}{=} \sum_{n=1}^{N} w_N[n]\varepsilon^2[n,\boldsymbol{\theta}]$$

❼ Algoritmi rapizi CMMP-R şi VI-R cu fereastră

☞ Contextul de lucru

- Deponderarea prea drastică a datelor implică deteriorarea sensibilă a preciziei modelului de identificare, astfel că fereastra trebuie aleasă cu atenţie.
- Aplicarea ferestrelor de ponderare asupra datelor este o operaţie frecvent întîlnită în aplicaţiile de PS.
- Spre deosebire de ferestrele din aplicaţiile de PS (care, de regulă, sunt simetrice pe orizontul de măsură), ferestrele utilizate în aplicaţiile de IS pot fi asimetrice.



❼ Algoritmi rapizi CMMP-R şi VI-R cu fereastră

☞ Contextul de lucru

Algoritmul CMMP/VI recursiv cu fereastră exponenţială

➢ *Date de intrare*:

a. ordinele modelului de identificare: na, nb, nc, nd şi nf;

b. factorul de uitare: $\lambda \in [0,1]$ (de regulă, $\lambda \in [0.95, 0.995]$);

c. o colecţie redusă de date intrare-ieşire măsurate (dacă este posibil): $\mathcal{D}_{N_0} = \{u[n]\}_{n \in \overline{1,N_0}} \cup \{y[n]\}_{n \in \overline{1,N_0}}$ (cu N_0 de ordinul zecilor, cel mult);

d. un semnal instrumental extern: $\{f[n]\}_{n \geq 1}$ (eventual).

1. Dacă nu a fost specificat nici un semnal instrumental, vectorul variabilelor instrumentale, ζ, este identic cu vectorul regresorilor φ. Altfel, ζ este definit ca în cazul MVI, dar folosind în general semnalul instrumental extern f în locul intrării u (în particular, este posibil ca $f \equiv u$).

2. Iniţializare. Fie se setează arbitrar vectorul parametrilor $\hat{\boldsymbol{\theta}}_0$ şi matricea $\mathbf{P}_0 = \alpha \mathbf{I}_{n\theta}$ (cu $\alpha \in \mathbb{R}_+^*$) (în cazul în care nu se dispune de setul de date redus $\mathcal{D}_{N_0}$), fie se estimează valoarea iniţială a parametrilor ($\hat{\boldsymbol{\theta}}_0$) folosind o metodă off-line adecvată modelului particular utilizat (din clasa MCMMP-MVI) şi se egalează matricea $\mathbf{P}_0$ cu inversa matricii de covarianţă $\mathbf{R}_0$ folosită în calculul lui $\hat{\boldsymbol{\theta}}_0$ (în cazul în care setul de date redus $\mathcal{D}_{N_0}$ este disponibil).

3. Pentru $k \geq 1$:

   3.1. Se evaluează eroarea de predicţie: $\varepsilon[k] = y[k] - \boldsymbol{\varphi}^T[k]\hat{\boldsymbol{\theta}}_{k-1}$.

   3.2. Se vectorul auxiliar: $\boldsymbol{\xi}_k = \mathbf{P}_{k-1}\boldsymbol{\zeta}[k]$.

   3.3. Se evaluează cîştigul de senzitivitate: $\boldsymbol{\gamma}_k = \dfrac{\boldsymbol{\xi}_k}{\lambda + \boldsymbol{\varphi}^T[k]\boldsymbol{\xi}_k}$.

   3.4. Se reactualizează inversa matricii $\mathbf{R}_k$, adică: $\mathbf{P}_k = \dfrac{1}{\lambda}\left(\mathbf{P}_{k-1} - \boldsymbol{\gamma}_k\boldsymbol{\varphi}^T[k]\mathbf{P}_{k-1}\right)$ (cu evitarea inversării explicite a matricilor).

   3.5. Se reactualizează vectorul parametrilor: $\hat{\boldsymbol{\theta}}_k = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{k-1} + \boldsymbol{\gamma}_k\varepsilon[k]$.

➢ *Date de ieşire*: parametrii $\hat{\boldsymbol{\theta}}_k$ ai modelului de identificare la fiecare pas de reactualizare $k \geq 0$.

❼ Algoritmi rapizi CMMP-R şi VI-R cu fereastră

☞ Contextul de lucru

Algoritmul CMMP/VI recursiv cu fereastră dreptunghiulară

➢ *Date de intrare*:

a. ordinele modelului de identificare: na , nb , nc , nd şi nf ;

b. lungimea ferestrei dreptunghiulare: M ;

c. o colecţie redusă de date intrare-ieşire măsurate:

$$\mathcal{D}_M = \{u[n]\}_{n\in\overline{1,M}} \cup \{y[n]\}_{n\in\overline{1,M}};$$

d. un semnal instrumental extern: $\{f[n]\}_{n\geq 1}$ (eventual).

1. Dacă nu a fost specificat nici un semnal instrumental, vectorul variabilelor instrumentale, ζ , este identic cu vectorul regresorilor φ . Altfel, ζ este definit ca în cazul MVI, dar folosind în general semnalul instrumental extern f în locul intrării u (în particular, este posibil ca $f \equiv u$).

2. Iniţializare. Se estimează valoarea iniţială a parametrilor ($\hat{\boldsymbol{\theta}}_0$) folosind o metodă off-line adecvată modelului particular utilizat (din clasa MCMMP-MVI, cu datele $\mathcal{D}_M$) şi se egalează matricea $\mathbf{P}_0$ cu inversa matricii de covarianţă $\mathbf{R}_0$ folosită în calculul lui $\hat{\boldsymbol{\theta}}_0$.

3. Pentru $k \geq 1$:

3.1. Se evaluează eroarea de predicţie la dreapta: $\varepsilon_d[k] = y[k] - \boldsymbol{\varphi}^T[k]\hat{\boldsymbol{\theta}}_{k-1}$.

3.2. Se evaluează eroarea de predicţie la stînga:

$$\varepsilon_s[k-M] = y[k-M] - \boldsymbol{\varphi}^T[k-M]\hat{\boldsymbol{\theta}}_{k-1} .$$

3.3. Se reactualizează matricea P_k în 2 paşi:

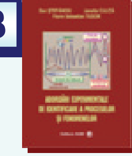
- $\boldsymbol{\xi}_k = \mathbf{P}_{k-1}\boldsymbol{\zeta}[k]$ şi $\mathbf{P}_{k-1} \leftarrow \mathbf{P}_{k-1} - \dfrac{\boldsymbol{\xi}_k\boldsymbol{\varphi}^T[k]\mathbf{P}_{k-1}}{1+\boldsymbol{\varphi}^T[k]\boldsymbol{\xi}_k}$;

- $\boldsymbol{\xi}_k = \mathbf{P}_{k-1}\boldsymbol{\zeta}[k-M]$ şi $\mathbf{P}_{k-1} \leftarrow \mathbf{P}_{k-1} + \dfrac{\boldsymbol{\xi}_k\boldsymbol{\varphi}^T[k-M]\mathbf{P}_{k-1}}{1-\boldsymbol{\varphi}^T[k-M]\boldsymbol{\xi}_k}$.

3.4. Se reactualizează vectorul parametrilor:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_k = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{k-1} + \mathbf{P}_k\left(\boldsymbol{\zeta}[k]\varepsilon_d[k] - \boldsymbol{\zeta}[k-M]\varepsilon_s[k-M]\right) .$$

➢ *Date de ieşire*: parametrii $\hat{\boldsymbol{\theta}}_k$ ai modelului de identificare la fiecare pas de reactualizare $k \geq 0$.



❼ Algoritmi rapizi CMMP-R şi VI-R cu fereastră

☞ Contextul de lucru

Procesul generator de date

ARX[2,2] $\left(1+a_1[n]\mathrm{q}^{-1}+a_2[n]\mathrm{q}^{-2}\right)y[n]=\left(b_1[n]\mathrm{q}^{-1}+b_2[n]\mathrm{q}^{-2}\right)u[n]+e[n]$ $\quad \forall\, n\in\mathbb{N}^*$

Parametri variabili

$$a_1[n]\overset{def}{=}\frac{1}{2}\cos\left(\frac{7\pi(n-1)}{N}\right) \qquad a_2[n]\overset{def}{=}2\exp\left(\frac{1-n}{N}\right) \qquad b_1[n]\overset{def}{=}\frac{3}{4\pi}\mathrm{arctg}\left((-1)^n\frac{n}{N}\right) \qquad b_2[n]\overset{def}{=}\frac{10\cdot 5^{-n}}{1+\dfrac{n\%25}{N}}$$

$\forall\, n\in\mathbb{N}^*$

e ➔ SPAB Gaussian sau bipolar de medie nulă şi dispersie unitară

Date generate $\mathcal{D}=\{u[n]\}_{n=\overline{1,N}}\cup\{y[n]\}_{n=\overline{1,N}}$

ales liber de către utilizator ➔ $N\geq 200$

☝ Pe un orizont mare de timp, modelul ARX[2,2] tinde să devină un model ARX[1,1].

Indici structurali sunt cunoscuţi $na=nb=2$

Test de stop ➔ Epuizarea datelor de pe orizontul de măsură.

Obiectiv

- Compararea performanţelor metodelor recursive de identificare cu şi fără fereastră, în cazul modelelor de tip ARX.

❼ Algoritmi rapizi CMMP-R şi VI-R cu fereastră

☞ Probleme de simulare

Problema 8.1 (Generarea datelor cu modelul ARX[2,2] avînd parametrii variabili)

Folosind modelul funcției `gdata_vp` (din cadrul aplicației nr. ❼), proiectați şi implementați o rutină generatoare de date corespunzătoare modelului ARX[2,2] prezentat anterior. Denumiți noua rutină `gdata_arx` şi testați funcționarea ei generînd cîteva seturi de date, cu lungimi cuprinse între 200 şi 2000. Afişați variațiile parametrilor modelului şi datele de intrare-ieşire. Ce se poate spune despre stabilitatea modelului? Oferiți o explicație cît se poate de bine argumentată.

Rutină ce trebuie proiectată | `gdata_arx`

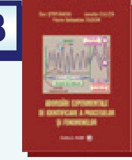
Problema 8.2 (Algoritmi recursivi cu fereastră exponențială)

Se va testa funcționarea algoritmilor CMMP/VI recursivi cu fereastră exponențială pentru modelul ARX[2,2].

a. Implementați algoritmul CMMP/VI recursiv cu fereastră exponențială prin intermediul funcției `rarx_e` (după modelul funcției `riv`). Unul dintre argumentele de intrare va trebui să fie factorul de uitare λ .

b. Plecînd de la mini-simulatorul `ISLAB_7D`, implementați mini-simulatorul `ISLAB_8A`, care adaugă rutina `rarx_e`. Efectuați o analiză comparativă exhaustivă cu ajutorul acestuia, pentru diferite seturi de date generate şi diferiți factori de uitare. (Se vor alege şi seturi de date din finalul orizontului de măsură, pentru durate mari, de peste 1000 de eşantioane).

Program & rutină ce trebuie proiectate | `ISLAB_8A` | `rarx_e`



❼ Algoritmi rapizi CMMP-R şi VI-R cu fereastră

☞ Probleme de simulare

Problema 8.3 (Algoritmi recursivi cu fereastră dreptunghiulară)

Se va testa funcționarea algoritmilor CMMP/VI recursivi cu fereastră dreptunghiulară pentru modelul ARX[2,2].

a. Implementați algoritmul CMMP/VI recursiv cu fereastră dreptunghiulară prin intermediul funcției **`rarx_r`** (după modelul funcției **`rarx_e`**). Unul dintre argumentele de intrare va trebui să fie deschiderea ferestrei M .

b. Plecînd de la mini-simulatorul **`ISLAB_8A`**, implementați mini-simulatorul **`ISLAB_8B`**, care adaugă rutina **`rarx_r`**. Efectuați o analiză comparativă exhaustivă cu ajutorul acestuia, pentru diferite seturi de date generate şi diferite deschideri ale ferestrei. (Se vor alege şi seturi de date din finalul orizontului de măsură, pentru durate mari, de peste 1000 de eşantioane). Observați variațiile parametrilor pentru a alege o valoare satisfăcătoare a deschiderii ferestrei, măcar pentru buna urmărire a unuia dintre aceşti parametri.

Program & rutină ce trebuie proiectate	**`ISLAB_8B`**	**`rarx_r`**