

Laborator 5

Transformate Discrete

Exercițiu 1:

Numărul de simboluri pe care îl putem reprezenta printr-o tabelă de codare bazată pe 8 biți este $2^8 = 256$.

Tema 5.1

```
clear all;
close all;
clc;

pas = 1/1000;
limita = 2;
t = -limita:pas:limita;
t0 = 0; % deplasarea portii
A = 0.33;
x = poarta(-A/2,A/2,1,t-t0);

figure(1);
plot(t,x); xlabel('t [s]'); ylabel('Amplitudinea [V]');
k = 10;
omega = -k*pi/A:1/10:k*pi/A;

X = zeros(1,length(omega));
for i=1:length(omega)
    X(i) = quad(@(t)poarta(-A/2,A/2,1,t-t0).*exp(-1i*omega(i)*t),-10,10);
    re = real(X(i));
    im = imag(X(i));
    if abs(re)<10^-10
        re = 0;
    end
    if abs(im)<10^-10
        im = 0;
    end
    X(i) = re + 1i*im;
end

figure(2);
subplot(2,1,1);
plot(omega/(2*pi),abs(X)),title('Parte reala');
xlabel('[Hz]');
subplot(2,1,2);
plot(omega/(2*pi),angle(X)),title('Parte imaginara');
xlabel('[Hz]');

figure(3);
plot3(omega,real(X),imag(X));
xlabel('Frecventa unghiulara');
ylabel('Partea reala');
zlabel('Partea imaginara');

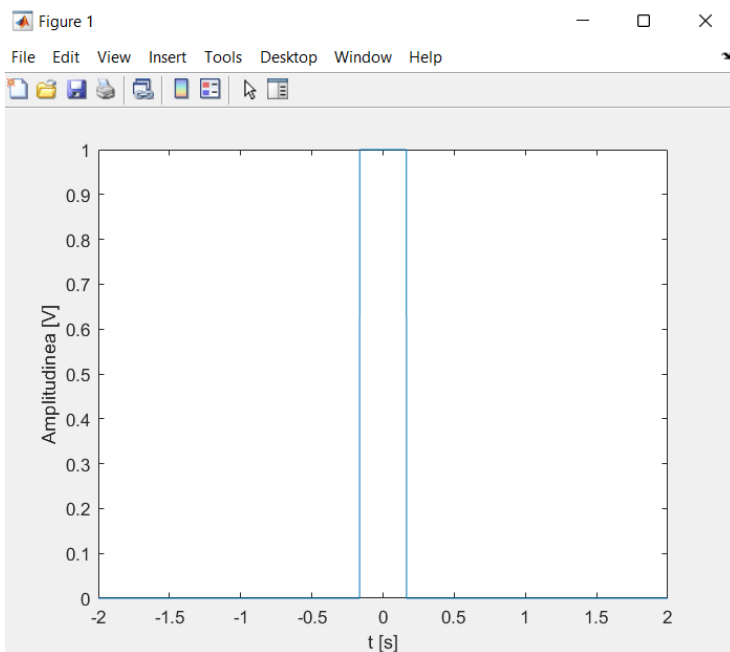
% esantionare semnale poarta

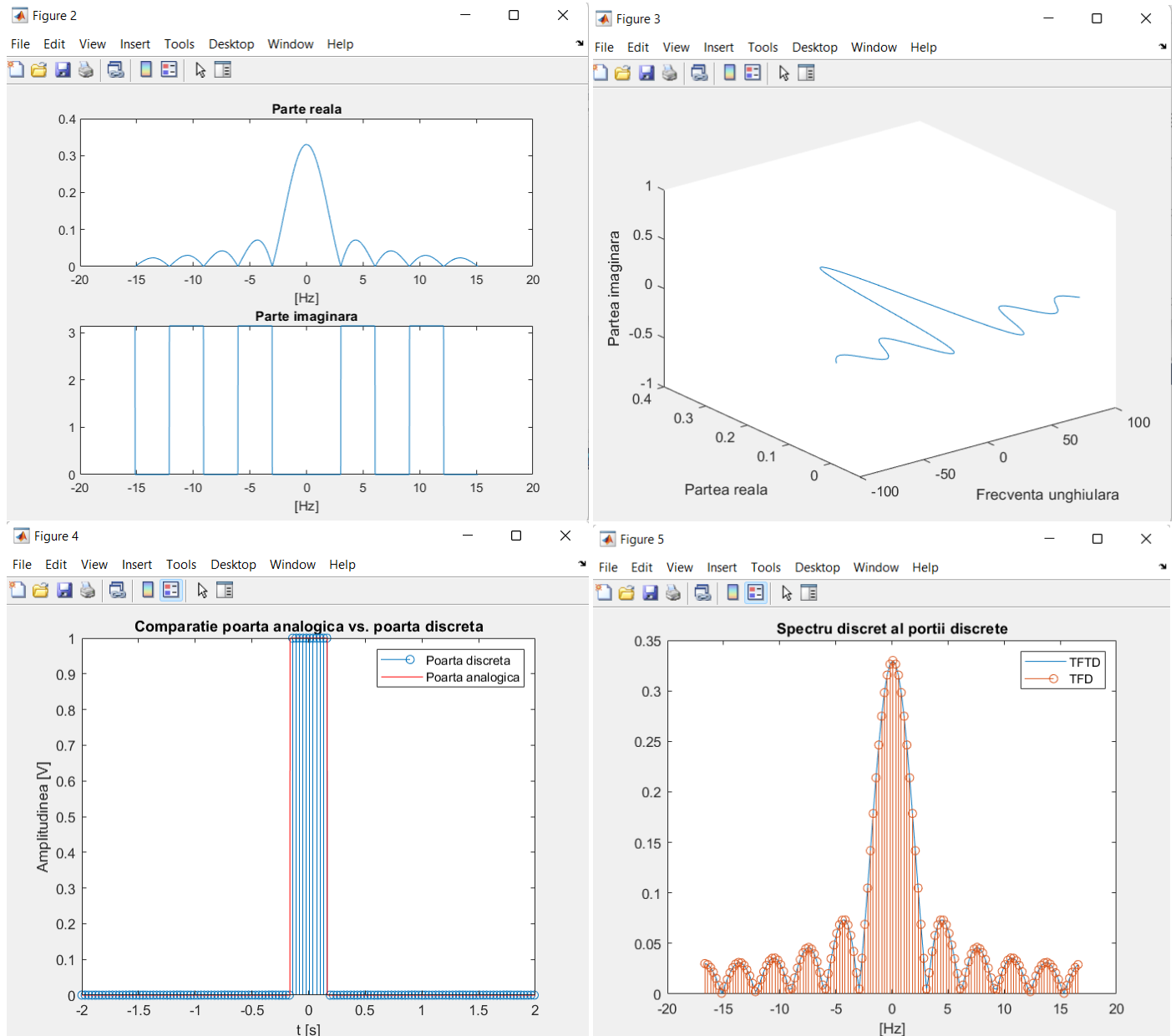
T = 0.03; % perioada de esantionare a semnalului de tip poartă
          % obținut prin esantionare
N = limita/T;
for n = -N:N
    xd(n+N+1) = poarta(-A/2,A/2,1,n*T);
end
```

```
% x reprezinta varianta discreta a semnalului de tip poarta  
% obtinut prin esantionare
```

```
X = fft(xd);  
n = -N:N;  
figure, stem(n*T,xd);  
hold on  
plot(t,x,'r-');  
hold off  
legend('Poarta discreta','Poarta analogica');  
title('Comparatie poarta analogica vs. poarta discreta');  
xlabel('t [s]'); ylabel('Amplitudinea [V]');  
freq = n/(N*2*T);  
figure, plot(freq, 2*fftshift(abs(X)/N));  
hold on  
stem(freq, 2*fftshift(abs(X)/N));  
xlabel('Hz');  
title('Spectru discret al portii discrete');  
legend('TFTD','TFD');  
hold off
```

```
function y = poarta(a, b, amp, t)  
% functia returneaza o treapta in intervalul [a,b], conform cu baza de timp  
% t  
y = zeros(1,length(t));  
  
for i = 1:length(t)  
    if t(i)>=a && t(i)<=b  
        y(i) = amp;  
    end  
end  
end  
end
```





Tema5.2

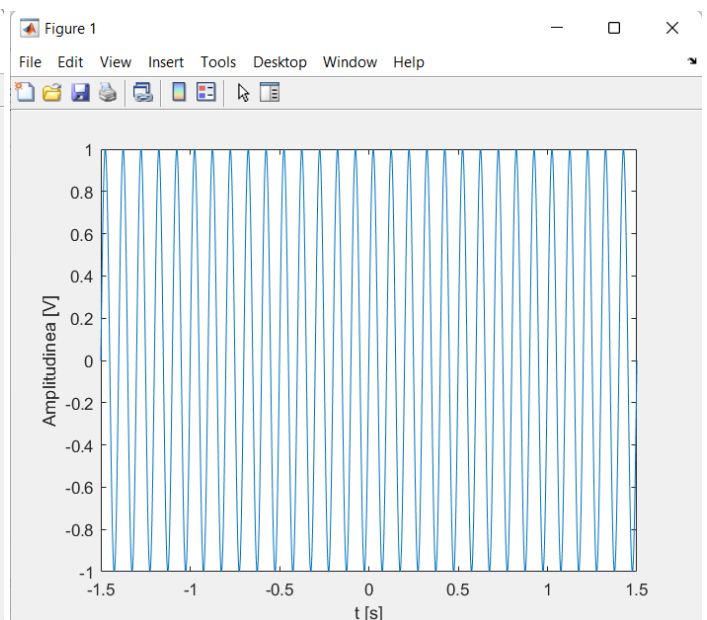
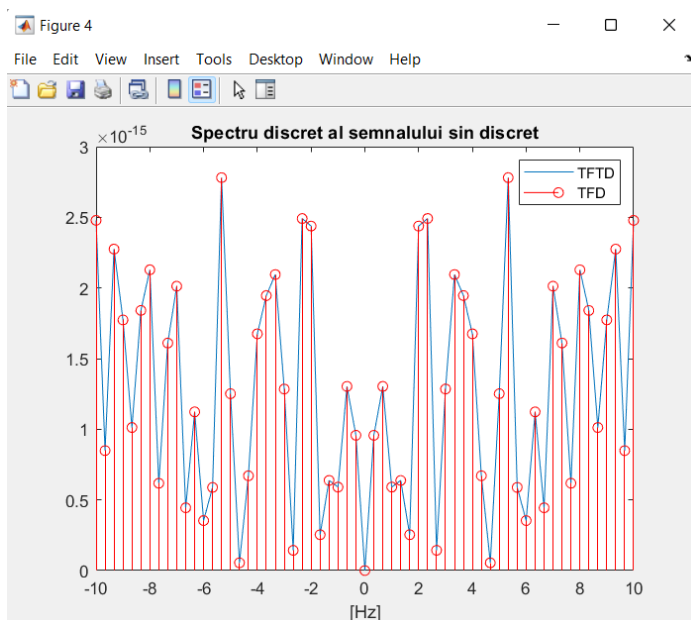
Frecvența de eșantionare de 20 Hz

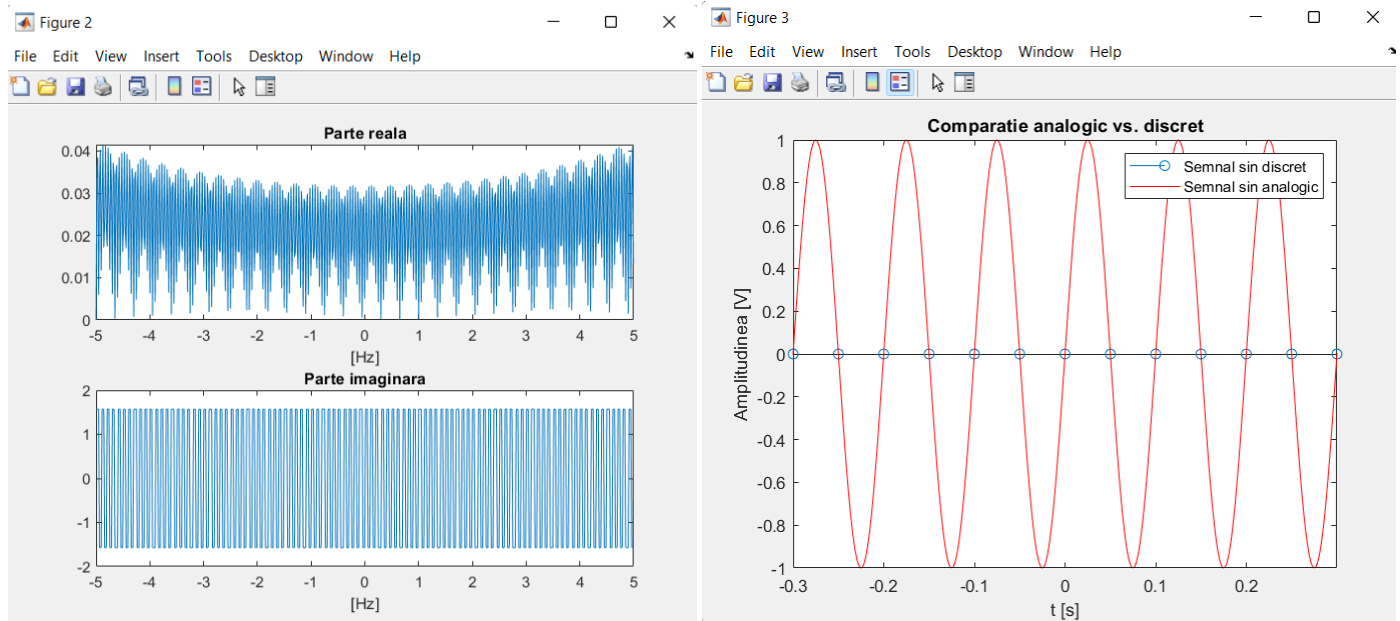
```
clear all; close all; clc;
pas = 1/1000;
limita=1.5;
t=-limita:pas:limita;
t0 = 0; %deplasarea portii
A = 1;
f=10;%frecventa semnalului sinusoidal
x = sin(2*pi*f*t);
figure(1);
plot(t,x);
xlabel('t [s]');
ylabel('Amplitudinea [V]');
k=10;
omega = -k*pi/A:1/10:k*pi/A;
X = zeros(1,length(omega));
for i=1:length(omega)
    X(i) = quad(@(t)sin(2*pi*f*t).*exp(-1i*omega(i)*t),-10,10);
    re = real(X(i));
```

Necula Madalina Andreea

422D

```
im = imag(X(i));
if abs(re)<10^-10
re = 0;
end
if abs(im)<10^-10
im = 0;
end
X(i) = re+1i*im;
end
figure(2);
subplot(2,1,1);
plot(omega/(2*pi),abs(X)), title('Parte reala');
xlabel(' [Hz] ');
subplot(2,1,2);
plot(omega/(2*pi),angle(X)), title('Parte imaginara');
xlabel(' [Hz] ');
T=0.05;%perioada de esantionare
N=limita/T;
for n=-N:N
    xd(n+N+1)=sin(2*pi*f*n*T);
end
%x reprezentinta varianta discreta a semnalului de tip poarta
%obtinut prin esantionare
X=fft(xd);
n=-N:N;
figure, stem(n*T,xd);
hold on
plot(t,x,'r-');
hold off
legend('Semnal sin discret', 'Semnal sin analogic');
title('Comparatie analogic vs. discret');
xlabel('t [s]');
axis([-0.3 0.3 -1 1]);
ylabel('Amplitudinea [V]');
freq=n/(N*2*T);
figure, plot(freq,2*fftshift(abs(X)/N));
hold on
stem(freq,2*fftshift(abs(X)/N),'r');
xlabel(' [Hz] ');
title('Spectru discret al semnalului sin discret');
legend('TFTD', 'TFD');
hold off
```





Frecvența de eșantionare de 100 Hz

```
clear all; close all; clc;
pas = 1/1000;
limita=1.5;
t=-limita:pas:limita;
t0 = 0; %deplasarea portii
A = 1;
f=10;%frecventa semnalului sinusoidal
x = sin(2*pi*f*t);
figure(1);
plot(t,x);
xlabel('t [s]');
ylabel('Amplitudinea [V]');
k=10;
omega = -k*pi/A:1/10:k*pi/A;
X = zeros(1,length(omega));
for i=1:length(omega)
    X(i) = quad(@(t)sin(2*pi*f*t).*exp(-1i*omega(i)*t),-10,10);
    re = real(X(i));
    im = imag(X(i));
    if abs(re)<10^-10
        re = 0;
    end
    if abs(im)<10^-10
        im = 0;
    end
    X(i) = re+1i*im;
end
figure(2);
subplot(2,1,1);
plot(omega/(2*pi),abs(X)), title('Parte reala');
xlabel('[Hz]');
subplot(2,1,2);
plot(omega/(2*pi),angle(X)), title('Parte imaginara');
xlabel('[Hz]');
T=0.01;%perioada de esantionare
N=limita/T;
for n=-N:N
    xd(n+N+1)=sin(2*pi*f*n*T);
end
%x reprezenta varianta discreta a semnalului de tip poarta
```

Necula Madalina Andreea

422D

%obtinut prin esantionare

```
X=fft(xd);
```

```
n=-N:N;
```

```
figure, stem(n*T,xd);
```

```
hold on
```

```
plot(t,x,'r-');
```

```
hold off
```

```
legend('Semnal sin discret', 'Semnal sin analogic');
```

```
title('Comparatie analogic vs. discret');
```

```
xlabel('t [s]');
```

```
axis([-0.3 0.3 -1 1]);
```

```
ylabel('Amplitudinea [V]');
```

```
freq=n/(N*2*T);
```

```
figure, plot(freq,2*fftshift(abs(X)/N));
```

```
hold on
```

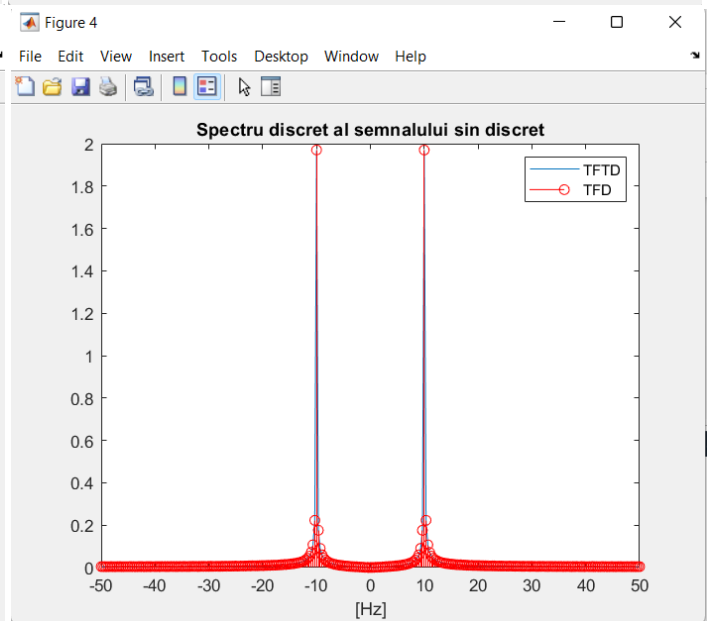
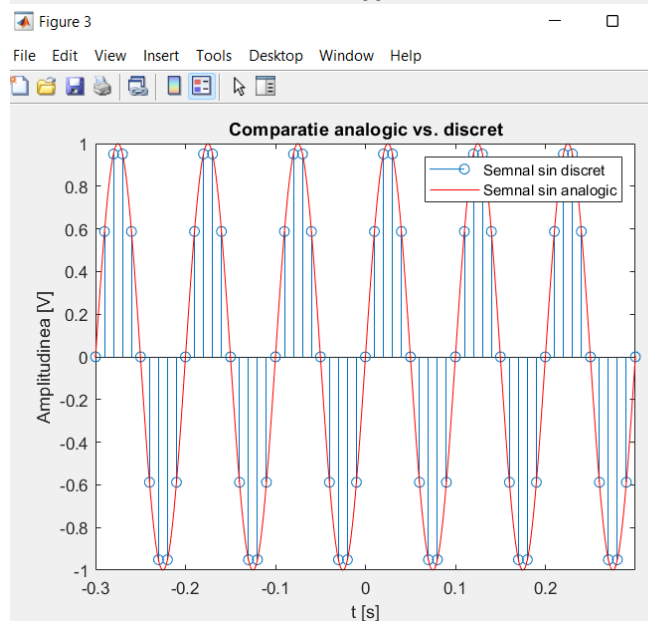
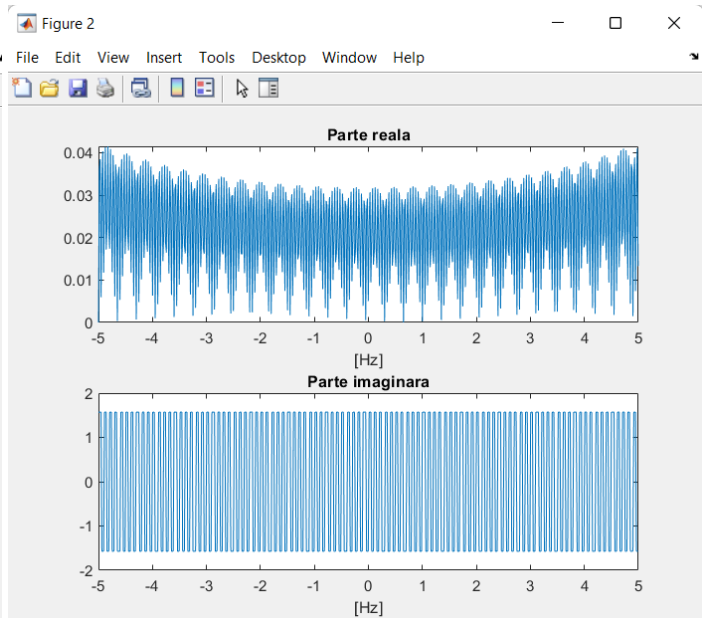
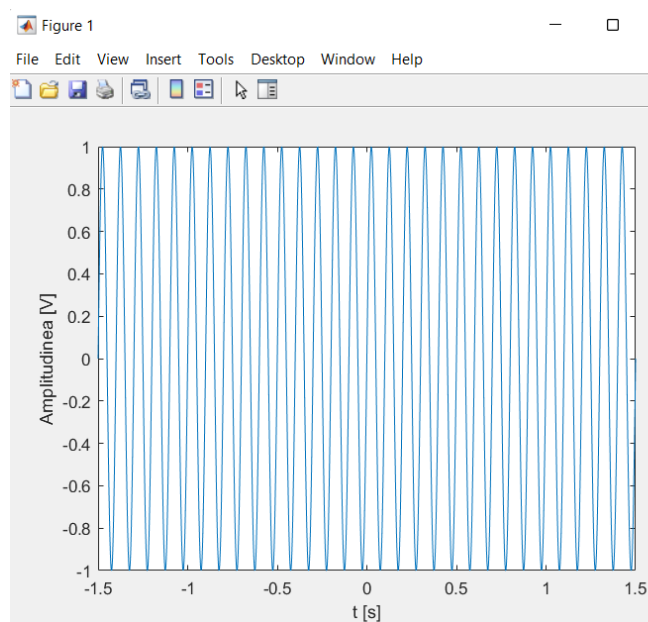
```
stem(freq,2*fftshift(abs(X)/N),'r');
```

```
xlabel('Hz');
```

```
title('Spectru discret al semnalului sin discret');
```

```
legend('TFTD', 'TFD');
```

```
hold off
```

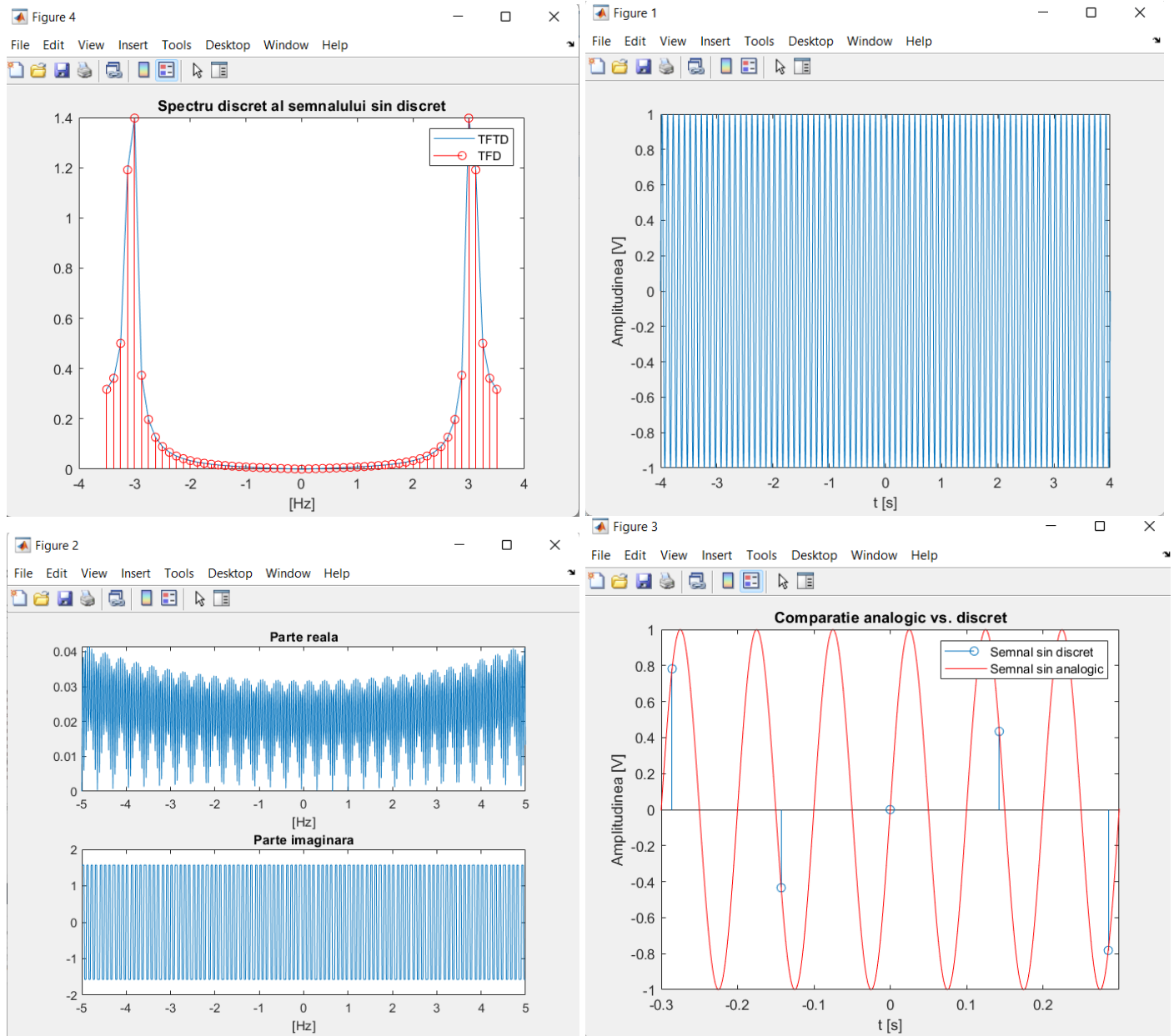


Frecvența de eșantionare de 7 Hz

```

clear all; close all; clc;
pas = 1/1000;
limita=4;
t=-limita:pas:limita;
t0 = 0; %deplasarea portii
A = 1;
f=10;%frecventa semnalului sinusoidal
x = sin(2*pi*f*t);
figure(1);
plot(t,x);
xlabel('t [s]');
ylabel('Amplitudinea [V]');
k=10;
omega = -k*pi/A:1/10:k*pi/A;
X = zeros(1,length(omega));
for i=1:length(omega)
    X(i) = quad(@(t)sin(2*pi*f*t).*exp(-1i*omega(i)*t),-10,10);
    re = real(X(i));
    im = imag(X(i));
    if abs(re)<10^-10
        re = 0;
    end
    if abs(im)<10^-10
        im = 0;
    end
    X(i) = re+1i*im;
end
figure(2);
subplot(2,1,1);
plot(omega/(2*pi),abs(X)), title('Parte reala');
xlabel('[Hz]');
subplot(2,1,2);
plot(omega/(2*pi),angle(X)), title('Parte imaginara');
xlabel('[Hz]');
T=1/7;%perioada de esantionare
N=limita/T;
for n=-N:N
    xd(n+N+1)=sin(2*pi*f*n*T);
end
%x reprezenta varianta discreta a semnalului de tip poarta
%obtinut prin esantionare
X=fft(xd);
n=-N:N;
figure, stem(n*T,xd);
hold on
plot(t,x,'r-');
hold off
legend('Semnal sin discret', 'Semnal sin analogic');
title('Comparatie analogic vs. discret');
xlabel('t [s]');
axis([-0.3 0.3 -1 1]);
ylabel('Amplitudinea [V]');
freq=n/(N*2*T);
figure, plot(freq,2*fftshift(abs(X)/N));
hold on
stem(freq,2*fftshift(abs(X)/N),'r');
xlabel('[Hz]');
title('Spectru discret al semnalului sin discret');
legend('TFTD', 'TFD');
hold off

```



Se observa ca în funcție de frecvența de eșantionare aleasă, spectrele semnalului nostru diferă foarte mult. În primul caz, când frecvența de eșantionare este de 20 Hz, nu avem parte de o eșantionare corectă, deoarece se iau doar câte două puncte pe perioadă. În al doilea caz, când frecvența de eșantionare este de 100 Hz, eșantionarea obținută este corectă, deoarece se iau câte 10 puncte pe perioadă, caz în care semnalul analogic sinusoidal este bine aproximat de semnalul discret. În al treilea caz, când frecvența de eșantionare este de 7 Hz, semnalul analogic sinusoidal este incorect aproximat de semnalul discret, deoarece se realizează mai puțin de o măsurătoare pe perioadă, ceea ce este insuficient pentru reconstituirea semnalului analogic.

Potrivit graficelor întocmite banda de frecvență a unui semnal cu suport finit (poarta) este de la $-F_s/2$ la $F_s/2$, și tot datorită acestor grafice observăm că banda unui semnal cu suport infinit (sinusul) este tot de la $-F_s/2$ la $F_s/2$.

Trebuie să ținem cont de Teorma lui Nyquist – Shannon, pentru a evita aceste diferențe. Prin această teoremă ni se spune că avem nevoie de o frecvență de eșantionare a semnalului mult mai mare decât frecvența Nyquist, adică mai mare decât dublul frecvenței fundamentale maxime din spectrul semnalului analogic: $F_s \gg 2 \cdot f$.

Asadar, doar atunci când $F_s = 100 \text{ Hz} = 10 \cdot \text{frecvența semnalului} \gg 2 \cdot f$ obținem un spectru la care ne așteptăm, în celelalte două cazuri avem parte de o eșantionare incorectă care duce la un spectru distorsionat.

Tema5.3

```
syms k a z w
trans1 = symsum( 1 * z^(-k),k,0,inf)
trans2 = symsum( -1 * z^(-k),k,-inf,0)
trans3 = symsum( k * z^(-k),k,0,inf)
trans4 = symsum( a^k * z^(-k),k,0,inf)
trans5 = symsum( (-1*a)^k * z^(-k),k,-inf,0)
trans6 = symsum( cos(w*k) * z^(-k),k,0,inf)
trans7 = symsum( sin(w*k) * z^(-k),k,0,inf)
trans8 = symsum( a^k*cos(w*k) * z^(-k),k,0,inf)
trans9 = symsum( a^k*sin(w*k) * z^(-k),k,0,inf)
pretty(trans1)
pretty(trans2)
pretty(trans3)
pretty(trans4)
pretty(trans5)
pretty(trans6)
pretty(trans7)
pretty(trans8)
pretty(trans9)
```