Noţiuni de combinatorică

Principiul fundamental de numărare: fie $m, n \in \mathbb{N}^*$;
din $a_1, ..., a_m$ obiecte distincte şi din $b_1, ..., b_n$ obiecte distincte se pot alege $m \cdot n$ de perechi (a_i, b_j) $i \in \{1, ..., m\}, j \in \{1, ..., n\}$

Permutări de n: $n \in \mathbb{N}$
din $a_1, ..., a_n$ obiecte distincte date se aleg n obiecte $(a_{i_1}, ..., a_{i_n})$ distincte, la care ordinea contează

$$P_n = \text{“numărul de permutări de } n \text{ obiecte”} = n!$$

Prin convenţie, $0! = 1$.

Permutări cu repetiţii: Considerăm n obiecte, care sunt împărţite în k grupuri $(n, k \in \mathbb{N}^*, k \leq n)$. Primul grup are n_1 obiecte identice, al 2-lea grup are n_2 obiecte identice,..., al k-lea grup are n_k obiecte identice $(n_1, \ldots, n_k \in \mathbb{N}, n_1 + \ldots + n_k = n)$. Două obiecte alese arbitrar sunt distincte dacă şi numai dacă provin din grupuri diferite. Numărul de permutări ale acestor n obiecte este

$$\frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \ldots \cdot n_k!}.$$

Aranjamente de n luate câte k: fie $k \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}^*, n \geq k$;
din $a_1, ..., a_n$ obiecte distincte date se aleg k obiecte $(a_{i_1}, ..., a_{i_k})$ distincte, la care ordinea contează

$$\begin{aligned} A_n^k &= \text{“numărul de aranjamente de } n \text{ obiecte luate câte } k\text{”} \\ &= n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot (n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}. \end{aligned}$$

Numărul de funcţii de la mulţimea $\{a_1, ..., a_k\}$ la mulţimea $\{b_1, ..., b_n\}$ este n^k $(k, n \in \mathbb{N}^*)$.
Observaţie: În n^k moduri se pot alege din n obiecte $b_1, ..., b_n$ distincte date, k obiecte $(b_{j_1}, ..., b_{j_k})$, nu neapărat distincte (un obiect poate fi ales de mai multe ori), la care ordinea contează.

Combinări de n luate câte k: fie $k \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}^*, n \geq k$
din n obiecte $a_1, ..., a_n$ distincte date, se aleg k obiecte distincte $\{a_{i_1}, ..., a_{i_k}\}$, la care ordinea nu contează

$$C_n^k = \text{“numărul de combinări de } n \text{ elemente luate câte } k\text{”} = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Combinări cu repetiţii de n luate câte k $(n \in \mathbb{N}^*, k \in \mathbb{N})$: din n obiecte $a_1, ..., a_n$ distincte date se aleg k obiecte $a_{j_1}, ..., a_{j_k}$, nu neapărat distincte (un obiect poate fi ales de mai multe ori), la care ordinea nu contează. Numărul lor este

$$C_{n+k-1}^k = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}.$$

Definiţia clasică a probabilităţii: într-un experiment în care cazurile posibile, finite la număr, au aceleaşi şanse de a se realiza, probabilitatea unui eveniment E este

$$P(E) = \frac{\text{numărul cazurilor favorabile lui } E}{\text{numărul cazurilor posibile}}.$$