Examen Calcul Numeric

Rus Andreea-Ramona - Grupa 236

7 iunie 2023

Problema 1

Pb1.m - scriptul principal de unde apelam
pentru a: Newton radacini multiple
si pentru b: Newton remediu

Problema 2

Pentru a determina o formulă de cuadratură de tip Gauss, inițial trebuie să ne dăm seama cărui tip aparține. Deoarece intervalul este [0, inf], tragem concluzia că este de tipul Gauss-Laguerre.

$$\int_0^\infty e^{-t^2} f(t)dt = A_1 f(t_1) + A_2 f(t_2) + R(f)$$

Incepem prin a nota $t = \sqrt{x}, decinerezultaca \int_0^\infty e^{-t^2} f(t)dt = \int_0^\infty e^{-x} f(\sqrt{x})dx$

Polinoamele ortogonale pe intervalul 0 infinit sunt polinoamele lui Laguerre ortogonale pentru intervalul dat, cu ponderea $\omega(t) = e^{-t^2}$

$$g_n(x) = \frac{e^x}{n!}\frac{d^n}{dx^n}(x^n e^{-x})$$

$$g_2(x) = x^2 - 4t + 2$$

si cu radacinile $t_1 = 2 - \sqrt{2}, t_2 = 2 + \sqrt{2}$

Momentele functiei pondere:

$$\mu_0 = \int_0^\infty e^{-x} dx = 1, \mu_1 = 1, \mu_2 = 2$$

Astfel, obtinem ecuatiile:

$\mathrm{A}_1 + A_2 = 1$
$A_1 x_1 + A_2 x_2 = 1$

Astfel,ne rezulta ca $A_1 = \frac{2+\sqrt{2}}{4}, A_2 = \frac{2-\sqrt{2}}{4}$

$$R_2(f) = \frac{f^{(4)}(\xi)}{4!}\int_0^\infty w(x)u^2(x)dx$$

$$\int_a^b w(x)u^2(x) = \int_0^\infty (x^2 - 4x + 2)^2 e^{-x} dx =$$

$$\int_0^\infty (x^4 + 16x^2 + 4 - 8x^3 + 4x^2 - 16x)e^{-x} dx = 4 + 32 + 4 - 24 + 8 - 16 = 8$$