

Seminarul 3

1) O persoană are în buzunar 2 zaruri roșii și 3 zaruri albastre, dintre care alege aleator unul. Dacă a ales un zar roșu, atunci aruncă zarul ales de 3 ori, iar dacă a ales un zar albastru, atunci aruncă zarul ales de 2 ori. Calculați probabilitatea ca suma punctelor obținute în urma aruncărilor să fie 10.

2) Un patron deține 3 magazine, m_1, m_2, m_3 , care au 50, 75, respectiv 100, de angajați, din care 50%, 60%, respectiv 70%, sunt femei. Patronul alege aleator un angajat pentru un bonus la salariu. Care este probabilitatea ca angajatul norocos să lucreze la magazinul m_3 , știind că acesta este bărbat?

3) Se aruncă un zar. Fie N numărul care a apărut. Apoi, zarul este aruncat de N ori. Care este probabilitatea ca $N=3$, știind că:

a) numerele obținute în urma celor N aruncări sunt diferite?

b) numerele obținute în urma celor N aruncări sunt egale?

Fie D : “numerele obținute în urma celor N aruncări sunt diferite” și E : “numerele obținute în urma celor N aruncări sunt egale”; considerăm $P(D|N=1)=0$; $P(E|N=1)=1$.

• **Modelul binomial:** în cadrul unui experiment poate să apară evenimentul A (*succes*) sau \bar{A} (*insucces*), $A = \text{succes}$ cu $P(A) = p$, $\bar{A} = \text{insucces}$ $P(\bar{A}) = 1 - p$. Probabilitatea de a obține k succese în n repetări independente ale experimentului este

$$b(k; n) = C_n^k p^k (1 - p)^{n-k}, \quad k \in \{0, \dots, n\}.$$

▷ acest model corespunde distribuției binomiale.

4) Probabilitatea ca un anumit tip de cip să fie defect este 0.06. O componentă pentru calculator are instalate 12 astfel de cipuri. Componenta este funcțională dacă 11 sau mai multe dintre cipuri sunt operaționale.

(1) Calculați probabilitatea ca

(1a) 12 astfel de cipuri să fie funcționale;

(1b) componenta să fie funcțională.

(2) Dacă un calculator are instalate 4 astfel de componente, care este probabilitatea p ca cel puțin 3 dintre ele să fie funcționale?

(3) Dacă 3 astfel de componente sunt instalate pe un calculator, care este probabilitatea ca cel puțin 30 de cipuri să fie funcționale?

• **Modelul urnei cu r culori și bilă returnată:** fie p_i = probabilitatea de a extrage o bilă cu culoarea i , $i = \overline{1, r}$

$$\begin{aligned} b(k_1, \dots, k_r; n) &= \text{probabilitatea de a obține } k_i \text{ bile cu culoarea } i, i = \overline{1, r}, \\ &\quad \text{din } n = k_1 + \dots + k_r \text{ extrageri cu returnarea bilei extrase} \\ &= \frac{n!}{k_1! \dots k_r!} \cdot p_1^{k_1} \cdot \dots \cdot p_r^{k_r}, \end{aligned}$$

▷ cazul $r = 2$ corespunde distribuției binomiale.

5) O persoană tastează aleator 11 litere minuscule pe o tastatură engleză. Care este probabilitatea ca literele tastate să poată fi permutate astfel încât să se obțină cuvântul *abracadabra*?

6) O persoană întârzie la serviciu într-o zi ploioasă cu probabilitatea 0,2, iar într-o zi senină cu probabilitatea 0,1. Conform prognozei meteo, în următoarea zi va ploua cu probabilitate 0,8. Care este probabilitatea ca:

- a) persoana să ajungă ziua următoare la timp la serviciu?
- b) ziua următoare să fie ploioasă, știind că persoana ajunge la timp la serviciu?

7) Un zar este aruncat de cinci ori. Calculați probabilitățile următoarelor evenimente:

- a) A: “exact două numere sunt pare.”
- b) B: “1 apare de două ori, 3 apare o dată și 6 apare de două ori.”
- c) C: “exact două numere sunt prime, un număr este egal cu 1, iar celelalte două sunt egale cu 4”.

8) O pereche de zaruri - unul alb și unul roșu - se aruncă o dată și apoi încă o dată. Calculați probabilitatea ca perechea de numere apărută la cea de-a doua aruncare să fie aceeași ca la prima aruncare. [Exemplu de caz favorabil: la prima aruncare - zarul alb indică 2 și zarul roșu indică 4; la a doua aruncare - zarul alb indică 2 și zarul roșu indică 4. Exemplu de caz nefavorabil: la prima aruncare - zarul alb indică 2 și zarul roșu indică 4; la a doua aruncare - zarul alb indică 4 și zarul roșu indică 2.]