

Seminarul 5

1. O variabilă aleatoare continuă X are funcția de densitate $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ cxe^{-x}, & x > 0. \end{cases}$

Determinați $c \in \mathbb{R}$ și apoi calculați:

- valoarea medie a lui X ;
- funcția de repartiție a lui X ;
- probabilitatea evenimentului $\{|X - 3| > 2\}$;
- probabilitatea evenimentului $\{X < 3\}$, știind că are loc evenimentul $\{X > 1\}$.

2. Funcția de repartiție $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a unei variabile aleatoare continue X are expresia:

$$F(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + c, & 0 \leq x < 2 \\ d, & x < 0 \\ e, & x \geq 2. \end{cases}$$

Determinați $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$, dacă: i) $P(1 < X < 2) = \frac{1}{2}$; ii) $E(X) = 1$.

3. Un circuit are trei condensatoare, care funcționează independent unele de altele. Timpul de funcționare a fiecărui condensator are distribuția exponențială cu valoarea medie de 3 minute. Știind că cele trei condensatoare sunt grupate în circuit așa cum indică

a) figura A (în paralel),

b) figura B (în serie),

determinați valoarea medie a timpului de funcționare a circuitului.

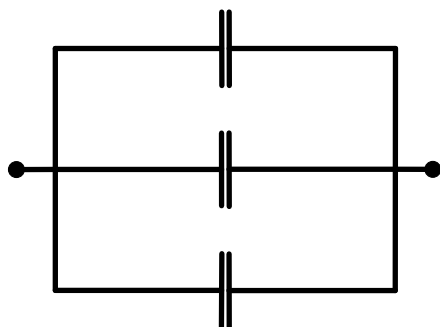


Figura A



Figura B

4. Ce probabilitate estimează programul de mai jos? Calculați probabilitatea teoretică corespunzătoare.

```
pkg load statistics
clear all
N=10000;
u=unidrnd(10,1,N)-1;
y=unifrnd(0,3,1,N).*(u<=3)+unifrnd(3,9,1,N).*(u>3);
p=mean((y>=2)&(y<=5))
```

Indicație: Dacă într-un program Octave/Matlab se generează valori aleatoare, în acest caz `unidrnd(10,1,N)`, `unifrnd(0,3,1,N)`, `unifrnd(3,9,1,N)`, atunci acestea pot fi considerate ca fiind valorile unor variabile aleatoare independente.

5. Fie vectorul aleator continuu (X, Y) cu funcția de densitate $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = \begin{cases} 2e^{-x-2y}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{altfel.} \end{cases}$

Determinați:

- a) funcția de repartiție a vectorului aleator (X, Y) ;
- b) funcțiile de repartiție ale variabilelor aleatoare X și Y ;
- c) funcții de densitate ale variabilelor aleatoare X și Y ;
- d) valorile medii ale variabilelor aleatoare X și Y ;
- e) dacă variabilele aleatoare X și Y sunt independente sau dependente.