

Problema 1 Constanta α_0 , definită ca soluția unică în intervalul $0 < \alpha < 1$ a ecuației

$$f(\alpha) = \int_0^{\frac{3\pi}{2}} \frac{\cos t}{t^\alpha} dt = 0$$

prezintă interes în teoria seriilor trigonometrice. Utilizați metoda secantei în combinație cu o cuadratură Gauss-Jacobi pentru a calcula α_0 . (4p - 3 implementarea funcției, 1 rezolvare)

Problema 2 Considerăm problema determinării unui polinom $p \in \mathbb{P}_n$ astfel încât

$$p(x_0) = f(x_0), \quad p'(x_i) = f'_i, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

unde x_i , $i = 1, 2, \dots, n$ sunt noduri distincte. Această interpolare nu este nici Lagrange nici Hermite.

(a) Arătați că problema are soluție unică și explicați cum se poate obține. (2p)

(b) Găsiți polinomul de interpolare și restul în cazul $n = 2$ și $x_k = k$, $k = 0, 1, 2$. (3p)