Principio de inducción matemática fuerte

↑

Versión alternativa para el principio de induccion

En el paso básico vamos a tener más de un elemento:

Sea $P(n)$ una función proposicional definida en $\mathbb{N}$, $a \in \mathbb{N}$,
Si:

Paso básico)

Hasta que valor vamos, lo vemos en el paso siguiente

$P(a), P(a+1), \ldots, P(a+j)$ son verdaderas

Paso inductivo)

Todos los anteriores a K

$\forall K \geqslant a+j$: Si $P(i)$ es verdadera para $i \in [a, K]$,
entonces $P(K+1)$ es verdadera

Entonces el enunciado $\forall n \geq a : P(n)$ es verdadero

Eyemplo

sumas de 3 y 8

Demostrar que para todo $n \geq 14$, $m \cdot 8 + w \cdot 3 = n$
$m, w \in \mathbb{N}_0$

Paso básico)

$14 = 3+3+8$

$15 = 3+3+3+3$

$16 = 8+8$

Paso inductivo)

$\forall K \geqslant 16$: Si $P(i)$ es verdadera para $i \in [14, K] \rightarrow$

$\rightarrow P(K+1)$ es verdadera

¿$P(K+1)$ es verdadera? (la hipotesis inductiva nos dice que es verdadera para K y para todas las anteriores)

$$K+1 \geq 17 \rightarrow (K+1)-3 \geq 14$$

$$(K-2) \geq 14$$

$P(K-2)$ es verdadera

Por hipotesis inductiva

Si $K+1 = (K-2)+3$

Si se escribe como sumas de 3 y 8, entonces $K+1$ tambien

Recursividad → Defino sucesión tal que x_n queda determinada por x_{n-1}