Práctica 3 — Álgebras de Boole

1. Simplificar las siguientes expresiones usando las propiedades del álgebra Booleana:

a) $x \cdot y + ((x+y) \cdot \overline{z}) + y$

b) $x + y + \overline{(\overline{x} + y + z)}$

c) $x.y + x.\overline{y}.z + x.\overline{y} + (x+z).(\overline{x}+y)$

2. Sea $(\mathbf{B}, +, \cdot, ^{-}, 0, 1)$ un álgebra de Boole. Probar, usando las propiedades del álgebra Booleana, que para todo $x, y, z \in \mathbf{B}$

a) $x \cdot y + y \cdot z + \overline{x} \cdot z = x \cdot y + \overline{x} \cdot z$

b) $x \cdot y + \overline{y} \cdot z = x \cdot y + x \cdot z + \overline{x} \cdot \overline{y} \cdot z$

c) $\overline{(x+y) \cdot \overline{x \cdot y}} = \overline{x \cdot \overline{y}} \cdot \overline{\overline{x} \cdot y}$

d) $x + \overline{x} \cdot y = x + y$

e) $(y \cdot z + x \cdot y) \cdot \overline{(y \cdot z) \cdot (x \cdot y)} = (x \cdot y \cdot \overline{z}) + (\overline{x} \cdot y \cdot z)$

f) $x \cdot y \cdot \overline{z} + x \cdot \overline{(\overline{y} \cdot z)} = x \cdot \overline{z} + \overline{w} \cdot x \cdot y + w \cdot x \cdot y$

3. Probar las leyes de acotación, absorción y cancelación.

4. En un álgebra de Boole, ¿existe algún elemento que sea igual a su complemento?

5. Demostrar las siguientes afirmaciones, utilizando las propiedades del álgebra de Boole:

a) $x + y = 0 \longrightarrow x = y = 0$

b) $x.y = 1 \longrightarrow x = y = 1$

6. ¿Cuántas filas de una tabla de verdad son necesarias para describir totalmente una función Booleana en n variables? ¿Cuantas funciones Booleanas distintas de n variables hay?

7. Sean $f : \{0,1\}^3 \to \{0,1\}$ y $g : \{0,1\}^4 \to \{0,1\}$ las funciones

$$f(x,y,z) = \overline{\overline{(x+y)} + (\overline{x} \cdot z)} \quad \text{y} \quad g(w,x,y,z) = (w \cdot z + x \cdot y \cdot z) \cdot (x + \overline{x} \cdot \overline{y} \cdot z).$$

Hallar sus formas normales disyuntivas y conjuntivas.

8. Construir los circuitos para la función Booleana, de ser posible simplificar previamente:

a) $f(x,y,z) = (x \cdot \overline{z}) + (y \cdot \overline{z}) + x$

b) $f(x,y,z) = (x + \overline{z}) \cdot (y + \overline{z}) \cdot \overline{x}$

c) $f(w,x,y,z) = (\overline{w} \cdot x \cdot (\overline{y} + z)) + (w \cdot \overline{x} \cdot (\overline{y} + z))$

9. Para cada uno de los siguientes problemas

a) Construya una tabla de verdad que represente la situación

b) Obtenga una función booleana que lo modelice

c) Simplifique la función propuesta

Problema 1: La junta directiva de una empresa está formada por cuatro miembros, uno de los cuales es el presidente. Las desiciones se toman por mayoría simple y, en caso de empate, decide el voto del presidente. Se desea diseñar una máquina con cuatro pulsadores (uno para cada miembro) cuya salida dé el resultado de la votación.

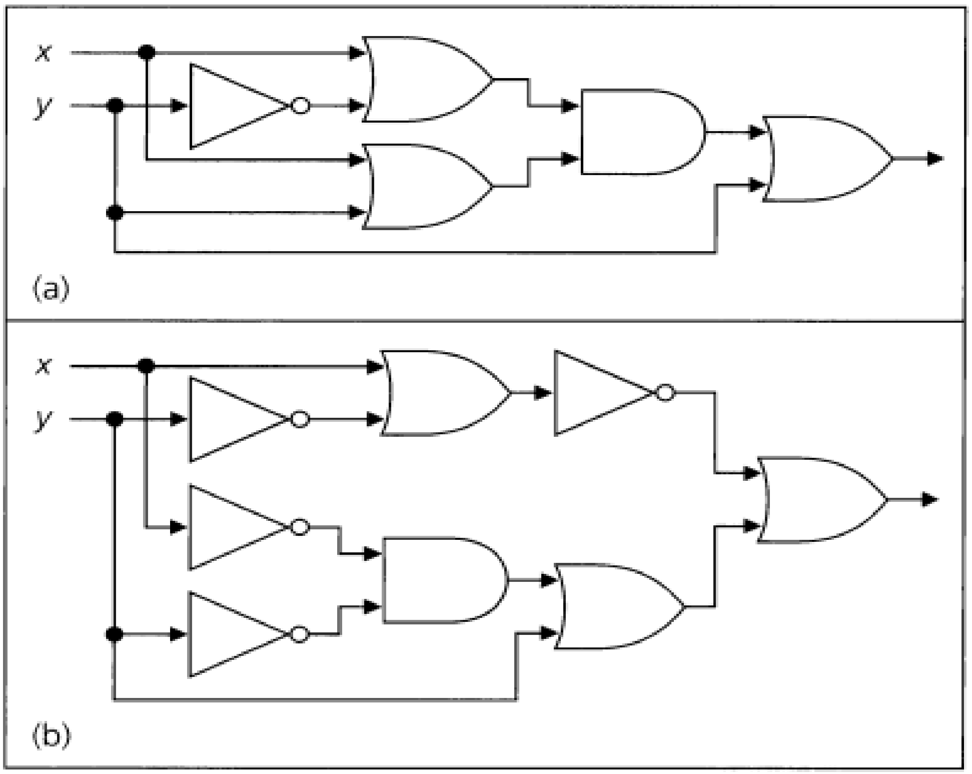
Problema 2: Una empresa tiene un detector de llamas (A), un detector de humos (B) y dos detectores de temperatura (C y D) distribuidos en una sala. El detector de llamas no da falsos positivos, pero sí falsos negativos. Los otros tres detectores pueden fallar tanto en caso positivo como negativo. Considere que la alarma se debe confirmar para estos casos si da señal positiva el detector de humos y por lo menos uno de los de temperatura.

Problema 3: Se desea realizar una alarma para automóvil para detectar ciertas condiciones no deseables. Para la misma se emplean tres interruptores para indicar el estado en el que se encuentra la puerta del lado del conductor, el encendido y los faros respectivamente. Se quiere diseñar un circuito lógico con estos tres interruptores como entradas, de manera que la alarma se active cuando se presentan cualquiera de las siguientes condiciones:

i) Los faros estan prendidos mientras el encendido esta apagado

ii) La puerta esta abierta mientras el encendido esta prendido

10. Para cada uno de los circuitos en la figura,



expresar el output como una función Booleana. Simplificarla y presentar un circuito más simple.