Eyercicio 1) c)

1) c)

$$X \cdot y + x \cdot \bar{y} \cdot z + x \cdot \bar{y} + (x+z) \cdot (\bar{x} + y)$$

Aplicamos la distributiva tal que

$(x+z) \cdot (\bar{x} + y) = x \cdot \bar{x} + x \cdot y + z \cdot \bar{x} + z \cdot y$

Sabemos que $x \cdot \bar{x} = 0$ (ley del complemento), y como $a + 0 = a$ (ley de la identidad):

$$(x+z) \cdot (\bar{x} + y) = x \cdot y + z \cdot \bar{x} + z \cdot y$$

Por lo tanto:

$$X \cdot y + x \cdot \bar{y} \cdot z + x \cdot \bar{y} + x \cdot y + z \cdot \bar{x} + z \cdot y$$

Veamos que $x \cdot y + x \cdot y = x \cdot y$ (ley de la idempotencia). Nos queda:

$$X \cdot y + x \cdot \bar{y} \cdot z + x \cdot \bar{y} + z \cdot \bar{x} + z \cdot y$$

Como $x \cdot y + x \cdot \bar{y} = x(y + \bar{y})$ (ley de la distribucion), entonces $x \cdot y + x \cdot \bar{y} = x$

Nos queda:

$$X + x \cdot \bar{y} \cdot z + z \cdot \bar{x} + z \cdot y$$

Por absorción, $x + x \cdot \bar{y} \cdot z = x$. Nos va quedando:

$$X + z \cdot \bar{x} + z \cdot y$$

Vemos que podemos escribir (por la ley de la distribución):

$$(x+\bar{x})(z+x) = x\cdot z + x\cdot x + \bar{x}\cdot z + \bar{x}\cdot x$$

Observemos que:

$$x\cdot x = x \quad \text{(Idempotencia)}$$

$$\bar{x}\cdot x = 0$$

$$x+\bar{x} = 1 \quad \text{(Complemento)}$$

$$x + xz = x \quad \text{(Absorción)}$$

Por lo tanto

$$(x+\bar{x})(z+x) = z + x = x + xz + \bar{x}\cdot z =$$

$$= x + \bar{x}\cdot z$$

Nos queda:

$$z + x + z\cdot y$$

Nos esta quedando muy resumido. Veamos que, por absorción, $z+z\cdot y = z$. Por lo tanto:

$$\boxed{z + x}$$ → Simplificación