Relaciones (binarias)

→ Producto cartesiano de dos conjuntos

elemento ← $\{1, 2\}$ $\{3, a, 8\}$

Producto Cartesiano → Sean A y B conjuntos.
El producto cartesiano de A con B $(A \times B)$ es el conjunto de pares ordenados.

$$\boxed{A \times B = \{(x, y) : x \in A,\ y \in B\}}$$

Relacion → Sea A y B conjuntos. Una relación R de A en B es un subconjunto del producto cartesiano $A \times B$.

Relación en un conjunto

Si A es un conjunto, se dice que R es una relación en A cuando $R \subseteq A \times A$

Podemos escribir $(x, y) \in R_i$ como $x R_i y$

Clasificación de relaciones

R: una relación en un conjunto A, se dice que:

R es reflexiva si $\forall x \in A : x R x$

↳ Cada elemento está relacionado consigo mismo

R es **simétrica** si $\forall\, x, y \in A: (xRy \rightarrow yRx)$

↳ Si cualquier elemento está relacionado con cualquier otro elemento, entonces el segundo esta relacionado con el primero.

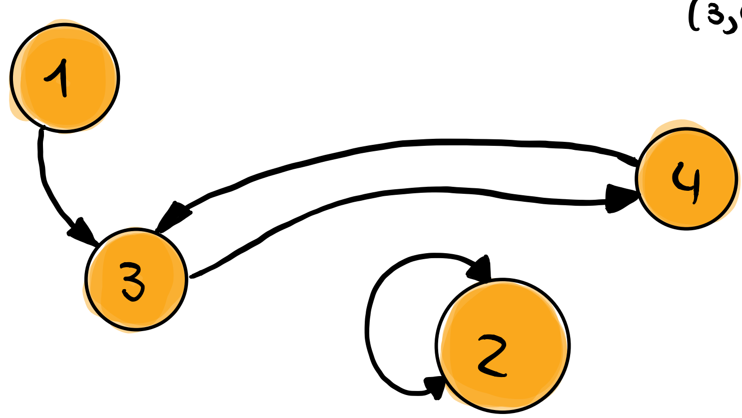
R es **transitiva** si $\forall\, x, y, z \in A: (xRy \wedge yRz \rightarrow xRz)$

↳ Si cualquier elemento esta relacionado con el segundo y el segundo esta relacionado con un tercero, entonces el primero esta relacionado con el tercero.

R es **antisimétrica** si $\forall\, x, y \in A: (xRy \wedge yRx \rightarrow x = y)$

Podemos ver la relaciones con un **grafo dirigido** (grafo la cual aristas tienen un sentido definido). Para todos los puntos x e y en A hay una flecha de x a $y \iff xRy \iff (x, y) \in R$.

Tomemos $A = B = \{1, 2, 3, 4\}$ $\quad R_1 = \{(1,3), (2,2), (3,4), (4,3)\}$



Clasifica elementos por una característica

R en A es una relación de **EQUIVALENCIA**
cuando es reflexiva, simétrica, y transitiva

R en A es una relación de **ORDEN**
cuando es reflexiva, antisimétrica, y transitiva

Clase de equivalencia

Supongamos que A es un conjunto y R es una relación de equivalencia de A.
Para cada elemento a en A, la clase de equivalencia de a, que se denota $[a]$ y se llama clase de a, es el conjunto de todos los elementos x en A tales que x está relacionado con a por R

$$\boxed{[a]} = \bar{a} = \{x \in A \mid x R a\}$$

Conjunto Cociente

Partición de un conjunto original

Dada una relación R de equivalencia definida en un conjunto A, llamaremos conjunto cociente al conjunto formado por todas las clases de equivalencia.

$$\boxed{\frac{A}{R} = \{[a] : a \in A\}}$$

Partición → Una partición de un conjunto A es un conjunto finito / infinito de subconjuntos no vacios, mutuamente disjuntos, cuya unión es A.