Análisis combinatorio → Estudia la enumeración, construcción y existencia de propiedades de configuraciones que satisfacen ciertas condiciones establecidas

Factorial de un número

Para todo $n \in \mathbb{N}_0$ definimos $n!$ (n factorial) recursivamente

$$0! = 1 \qquad 1! = 1 \qquad (n+1)! = (n+1)\,n!$$

En definitiva

$$\boxed{n! = n(n-1)(n-2)\cdots 1}$$

El factorial coincide con la cantidad de **permutaciones** de n elementos.

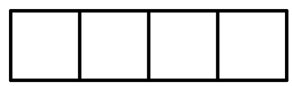
La permutación es la variación del orden de los elementos de un cierto conjunto

Si tenemos el conjunto $A = \{1,2\}$, hay solo dos maneras de cambiarle el orden de los elementos $(12, 21)$.

Si tenemos el conjunto $B = \{1,2,3\}$, hay $3!$ (6) maneras de cambiarle el orden de los elementos $(123, 132, 213, 231, 312, 321)$

r^n → Puedo formar r^n combinaciones en r posiciones con n elementos que en la combinación se pueden repetir

Si tengo los digitos $\{1, 2, 3, 4\}$ y quiero ponerlos en este espacio:



- ¿Cuantos numeros puedo formar?

$$4^4 = 256 \text{ números}$$

- Lo mismo que el anterior pero sin repetición de dígitos

$$4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24 \text{ números}$$

Número combinatorio (o coeficiente binomial)

Sean $n, m \in \mathbb{N}_0$; $n \leq m$:

$$\binom{m}{n} = \frac{m!}{(m-n)!\, n!} \qquad \binom{8}{3}$$

Es el número combinatorio asociado al par (n, m)

- $\binom{m}{0} = 1$
- $\binom{m}{m} = 1$

El combinatorio $\binom{m}{n}$ cuenta la cantidad de subconjuntos de n elementos que se pueden tomar de un conjunto de m elementos

Si tenemos el conjunto $B=\{1,2,3\}$, y quiero poner estos elementos en conjuntos de dos, por lo tanto

$\{1,2\}$, $\{1,3\}$, $\{2,3\}$ → No importa el orden. No se repiten y solo importa que estén

Estos conjuntos son $\binom{3}{2}=3$

Fórmula de Pascal

$$\binom{n+1}{K} = \binom{n}{K-1} + \binom{n}{K} \qquad K,n \in \mathbb{N},\ K \leq n$$

Fórmula del Binomio

Dados $a,b \in \mathbb{R}$ y no nulos y $n \in \mathbb{N}$

$$(a+b)^n = \sum_{K=0}^{n} \binom{n}{K} a^{n-K} b^K$$