Parcialito → Unidad 1

Lucas Ariel Saavedra
15-180013-1

- Probar utilizando el principio de inducción que para todo $n \in \mathbb{N}$

$$\sum_{k=1}^{n} 5^{k-1}(4k+5) = 5^n(n+1)-1$$

Arranquemos por el paso básico:

Paso básico)

Si $n=1$

$$\sum_{k=1}^{1} 5^{k-1}(4k+5) = 5^0(4+5) = 9$$

$$5(1+1)-1 = 10-1 = 9$$

Paso inductivo)

Nos queda

$$\forall n \in \mathbb{N}: \underbrace{\sum_{k=1}^{n} 5^{k-1}(4k+5) = 5^n(n+1)-1}_{\text{Hipótesis Inductiva}} \rightarrow \overbrace{\sum_{k=1}^{n+1} 5^{k-1}(4k+5) = 5^{n+1}(n+2)-1}^{\text{Tesis Inductiva}}$$

Planteamos la tesis:

$$\sum_{k=1}^{n+1} 5^{k-1}(4k+5) = \sum_{k=1}^{n} 5^{k-1}(4k+5) + 5^{n+1-1}(4(n+1)+5)$$

$$\underset{\substack{\uparrow \\ H.I}}{=} 5^n(n+1)-1 + 5^n(4n+4+5) =$$

$$= 5^n(n+1+4n+4+5)-1 = 5^n(5n+10)-1 =$$
$$= 5^{n+1}(n+2)-1$$

Por lo tanto

$$\boxed{\sum_{k=1}^{n+1} 5^{k-1}(4k+5) = 5^{n+1}(n+2)-1}$$

Se demuestra entonces que para todo $n \in \mathbb{N}$ se cumple

$$\sum_{k=1}^{n} 5^{k-1}(4k+5) = 5^n(n+1)-1$$