Андреев Г.С. ИУ8-71
Вар. 3.

$\boxed{N\ 1416}$

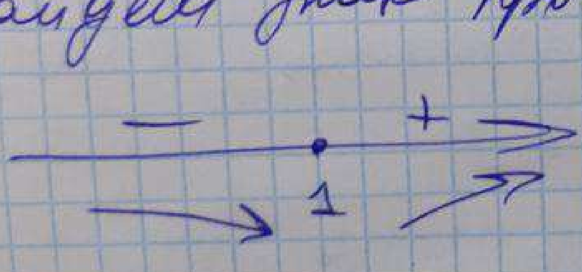
Исследовать на экстремум функцию:

$$\boxed{y = (x-1)^4}$$

$y' = 4(x-1)^3$

$x - 1 = 0 \Rightarrow x_0 = 1$ — критическая точка

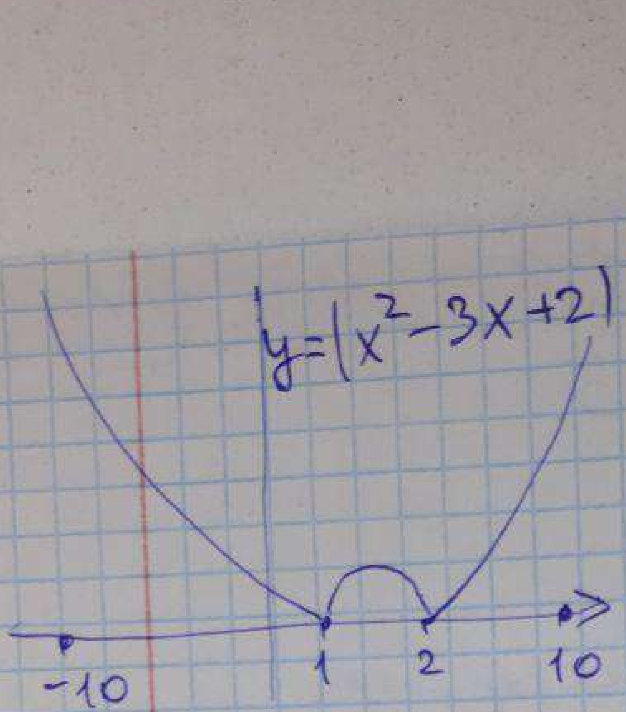
Найдем знак произв. в окр. x_0:

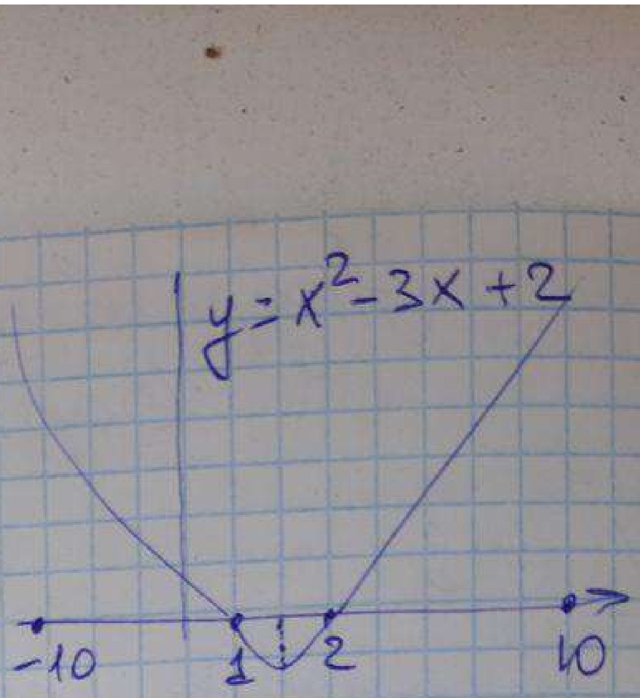


$x_0 = 1$ — точка строгого минимума

$\boxed{N\ 1447}$ Найти наиб. и наим. значения ф-ции:

$f(x) = |x^2 - 3x + 2|$ на $[-10; 10]$





Мин. знач. = 0

$(x^2-3x+2)' = 2x-3$ => минимум

ф-ции $y=x^2-3x+2$ в т. $\frac{3}{2}$

Для того, чтобы найти макс. зн., требуется сравнить точки:

$\{-10; \frac{3}{2}; 10\}$

$$\left.\begin{aligned} f(-10) &= 132 \\ f(3/2) &= 1/4 \\ f(10) &= 72 \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

т. min ф-ции $f(x)$ это т. $\{-10\}$

Ответ: $\min f(x) = 0$

$\max f(x) = 132$

$\boxed{N\ 3623}$ Иссл. на экстремум:

$$z = (x-y+1)^2$$

$$\begin{aligned} z'_x &= 2(x-y+1) \\ z'_y &= -2(x-y+1) \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} 2x-2y+2=0 & (1) \\ -2x+2y-2=0 & (2) \end{cases}$$

из (1) $y = x+1$. Подставим во (2):

$$-2x+2x+2-2=0$$

для системы нет решений $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ нет экстремумов.

$\boxed{N\ 3656}$ Найти точки усл. экстремума

$$z = x^2+y^2, \text{ если } \frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1.$$

ф. Лагранжа: $F(x,y) = x^2+y^2+\lambda\left(\frac{x}{a}+\frac{y}{b}-1\right)$

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial x} = 2x+\frac{\lambda}{a}=0 \Rightarrow x = \frac{-\lambda}{2a} \\ \frac{\partial F}{\partial y} = 2y+\frac{\lambda}{b}=0 \Rightarrow y = \frac{-\lambda}{2b} \\ \varphi(x,y) = \frac{x}{a}+\frac{y}{b}-1=0 \end{cases}$$

$$\frac{\left(\frac{-\lambda}{2a}\right)}{a} + \frac{\left(\frac{-\lambda}{2b}\right)}{b} - 1 = 0$$

$$\lambda = \frac{-2a^2b^2}{a^2+b^2}; \quad x = \frac{ab^2}{a^2+b^2}; \quad y = \frac{a^2b}{a^2+b^2}$$

$$H = \begin{vmatrix} 0 & \varphi'_x & \varphi'_y \\ \varphi'_x & F''_{xx} & F''_{xy} \\ \varphi'_y & F''_{xy} & F''_{yy} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & \frac{1}{a} & \frac{1}{b} \\ \frac{1}{a} & 2 & 0 \\ \frac{1}{b} & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

$$H = -\frac{1}{a}\left(\frac{2}{a}\right) + \frac{1}{b}\left(-\frac{2}{b}\right) = \frac{-2}{a^2} - \frac{2}{b^2} < 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ в т. $\left(\frac{ab^2}{a^2+b^2}; \frac{a^2b}{a^2+b^2}\right)$ находится усл. min.