1o. Trabalho - PCAM do Problema do Caixeiro Viajante

Considere **G = (VG, aG)**, um grafo orientado, sendo **VG** o conjunto de vértices e **aG** o conjunto de arestas com custos $\mathbf{c_{i,j}}$ positivos associados às arestas **(i,j)** [1]. Quando não existir uma aresta **(i,j)**, $\mathbf{c_{i,j}}$ tem um valor infinito. Supondo **VG = N > 1** (sendo **N** o número de vértices), uma viagem **G** é um circuito (orientado) que contém cada vértice em VG uma e somente uma vez. A soma dos custos das arestas na viagem é chamada custo da viagem. O **Problema do Caixeiro Viajante (PCV)** consiste em achar uma viagem mínima, isto é, entre todas as viagens possíveis em **G**, uma viagem de custo mínimo. Pode haver mais do que uma de tais viagens [1].

O algoritmo trivial para resolver o PCV consiste em enumerar todas as **N!** permutações dos **N** vértices em VG, calcular os custos de cada viagem correspondente a cada uma das permutações e escolher uma viagem de custo mínimo [1].

Suponha, a título de exemplo e sem perda de generalização, que uma viagem começa e termina no vértice **0**, após visitar cada uma dos vértices **1, 2, 3, ..., N-1** só uma vez [1]. Assim, qualquer viagem é formada por uma aresta **(0,k),** $\mathbf{1 \leq k \leq N-1}$, e um caminho **M** de **k até 0**. O caminho **M** visita cada um dos vértices em **VG - {0, k}** uma e só uma vez. Se a viagem considerada é de custo mínimo, o caminho **M** será também de custo mínimo [1]. Considere **f(i, C)** o custo mínimo do vértice **i até 0** e que visita todos os vértices de **C**. Assim, tem-se:

$$\mathbf{f(0, VG-\{0\}) = \min\{c_{0,k} + f(k, VG-\{0,k\})\}, 1 \leq k \leq n-1}$$

Generalizando tem-se:

$$\mathbf{f(i, C) = \min_{j \varepsilon C} \{c_{i,j} + f(j, C-\{j\})\}}$$

isto é, o caminho mínimo do vértice **i** até **0**, que visita todos os vértices em **C** é constituído por **(i,j)** e um caminho de **j** até **0** que visita todos os vértices em **C-{j}**, para uma escolha adequada de **j** em **C** (vide Fig.1) [1].

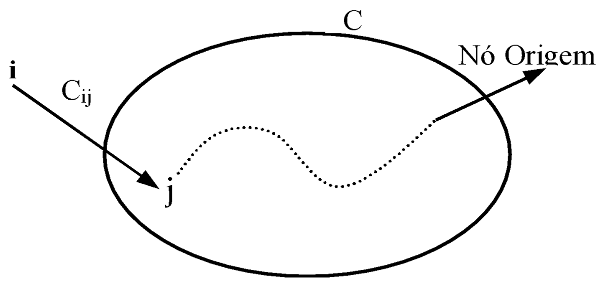

Figura 1 – Caminho de custo mínimo do vértice **i** até o vértice **0**

Considere o seguinte exemplo [1]:

	0	**1**	2	3
0	0	**1**	2	2
1	5	0	**1**	4
2	3	8	0	**1**
3	**1**	7	6	0

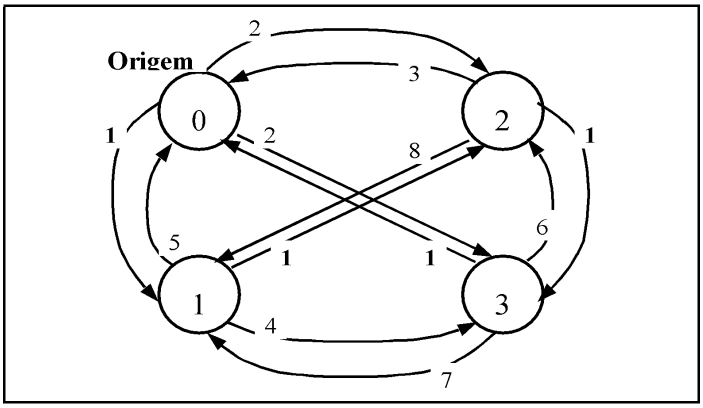

Figura 2 – Grafo com 4 vértices

Execução sequencial considerando o problema descrito e o exemplo dado:

$$f(0, \{1,2,3\}) = \min \{C01 + f(1, \{2, 3\}), C02 + f(2, \{1, 3\}), C03 + f(3, \{1, 2\}) \};$$

$$f(1, \{2,3\}) = \min \{C12 + f(2, \{3\}), C13 + f(3, \{2\}) \} = \min\{ (1 + 2), (4 + 9) \} = 3;$$
$$f(2, \{3\}) = C23 + C30 = 1 + 1 = 2;$$
$$f(3, \{2\}) = C32 + C20 = 6 + 3 = 9;$$

$$f(2, \{1,3\}) = \min \{C21 + f(1, \{3\}), C23 + f(3, \{1\}) \} = \min\{ (8 + 5), (1 + 12) \} = 13;$$
$$f(1, \{3\}) = C13 + C30 = 4 + 1 = 5;$$
$$f(3, \{1\}) = C31 + C10 = 7 + 5 = 12;$$

$$f(3, \{1,2\}) = \min \{C31 + f(1, \{2\}), C32 + f(2, \{1\}) \} = \min\{ (7 + 4), (6 + 13) \} = 11;$$
$$f(1, \{2\}) = C12 + C20 = 1 + 3 = 4;$$
$$f(2, \{1\}) = C21 + C10 = 8 + 5 = 13;$$

$$f(0, \{1,2,3\}) = \min \{(1 + 3), (2 + 13), (2 + 11) \}$$

$$f(0, \{1,2,3\}) = 4$$

Faça o projeto de uma aplicação paralela segundo a metodologia PCAM para resolver **o PCV descrito** para N cidades, sendo **N > 1**. A aplicação paralela deve exibir apenas o custo do caminho mínimo e o caminho mínimo. A solução deste Trabalho Prático deve apresentar um projeto detalhado contendo particionamento, comunicação, aglomeração e mapeamento, com objetivo principal de obter o menor tempo de resposta para a aplicação.

Considere a execução em duas possíveis plataformas:

MIMD com memória compartilhada (multicore) e

MIMD com memória distribuída (cluster).

Dúvidas sobre o trabalho devem ser solucionadas com o professor e/ou aluno PAE.

Referência Bibliográfica:

[1] Terada, Routo "Desenvolvimento de Algoritmos e Estruturas de Dados". São Paulo. McGraw-Hill, Makron, 1991.