
Lei de Gauss — Elétrica

Explorando a Lei de Gauss: Fundamentos, Aplicações e Relações com Ondas Eletromagnéticas

André Ghisleni Raimann

Instituto Federal de Santa Catarina — Campus Chapecó

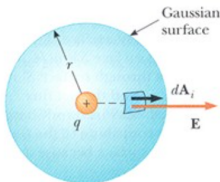
3 de setembro de 2024



Enunciado

Lei de Gauss

A Lei de Gauss é uma alternativa à Lei de Coulomb e afirma que o fluxo elétrico total através de uma superfície fechada é proporcional à carga elétrica total (líquida) existente no interior dessa superfície.



Expressão Matemática

$$\Phi_E = \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$



Fluxo Magnético

Definição

O fluxo magnético é uma medida da quantidade de campo magnético que atravessa uma superfície. É análogo ao conceito de fluxo elétrico na Lei de Gauss para campos elétricos. O fluxo magnético é representado pela integral do campo magnético através de uma superfície.

Expressão Matemática

$$\Phi_B = \oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$$

onde:

- Φ_B é o fluxo magnético.
- \mathbf{B} é o vetor campo magnético.
- $d\mathbf{A}$ é o vetor área da superfície infinitesimal.



Lei de Gauss para o Magnetismo

A Lei de Gauss para o magnetismo afirma que o fluxo magnético total através de uma superfície fechada é zero, o que implica que não existem monopólos magnéticos:

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$$



Importância e Aplicações

- **Simplicidade em cálculos:** Permite o cálculo de campos elétricos em casos de alta simetria de forma direta.
- **Relação com as equações de Maxwell:** É uma das quatro equações de Maxwell que descrevem as leis fundamentais do eletromagnetismo.
- **Aplicações práticas:** Utilizada em dispositivos como capacitores, cabos coaxiais e sistemas de blindagem eletrostática.

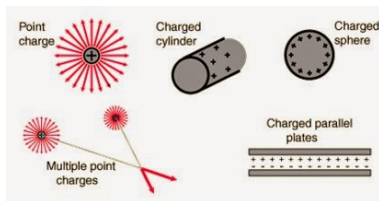


Figura: Aplicações da Lei de Gauss em diferentes simetrias



- **Blindagem eletrostática:** A Lei de Gauss explica o funcionamento da blindagem eletrostática, onde uma carga externa não influencia o campo elétrico dentro de um condutor fechado.
- **Gaiola de Faraday:** Baseado na Lei de Gauss, a Gaiola de Faraday protege seu interior contra campos elétricos externos.
- **Cabos coaxiais:** Utilizados em transmissão de sinais, os cabos coaxiais usam o princípio da blindagem eletrostática para evitar interferência.



Figura: Ilustração de uma Gaiola de Faraday

Formas Integral e Diferencial

Forma Integral

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

Forma Diferencial

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$



Equações de Maxwell e Ondas Eletromagnéticas

Ondas Eletromagnéticas

As equações de Maxwell, incluindo a Lei de Gauss, descrevem como campos elétricos e magnéticos se comportam e se propagam no espaço. Uma solução importante dessas equações é a existência de ondas eletromagnéticas, como a luz, que são oscilações dos campos elétrico e magnético que se propagam no espaço.

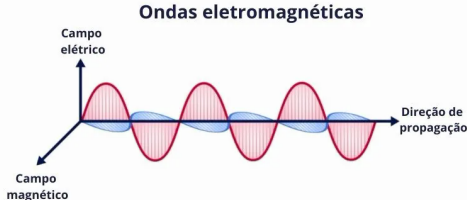


Figura: Propagação de uma onda eletromagnética



Blindagem Eletrostática

Definição

É a prática de isolar uma região do espaço de influências elétricas externas, usando condutores. A Lei de Gauss é fundamental para entender por que a carga em excesso em um condutor se distribui na superfície, deixando o interior livre de campos elétricos.

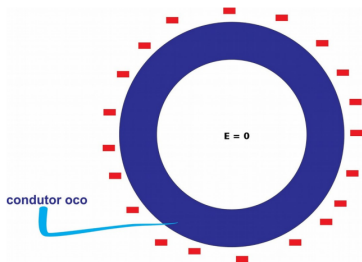


Figura: Distribuição de carga em um condutor oco



Gaiola de Faraday

Descrição

Uma Gaiola de Faraday é um exemplo de blindagem eletrostática, onde um condutor oco, como uma malha metálica, protege o interior de campos elétricos externos. É amplamente usada em laboratórios e na proteção de dispositivos eletrônicos.



Figura: Gaiola de Faraday em um experimento de laboratório



Cabos Coaxiais

Estrutura

Os cabos coaxiais utilizam o princípio da blindagem eletrostática para transmitir sinais elétricos com mínima interferência. Eles consistem em um condutor interno, isolado por um dielétrico, e cercado por uma blindagem condutora externa.

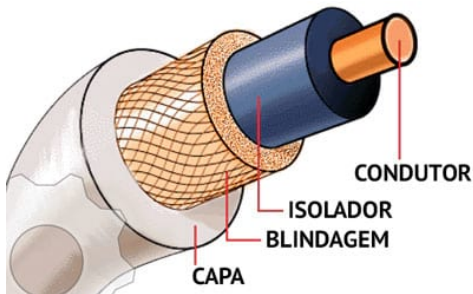


Figura: Corte transversal de um cabo coaxial



Proteção

A estrutura metálica de veículos e aviões age como uma Gaiola de Faraday, protegendo os ocupantes de descargas elétricas, como raios.



Figura: Distribuição de corrente em um avião atingido por um raio



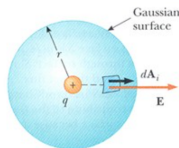
Aplicação da Lei de Gauss

A Lei de Gauss é particularmente útil para descrever campos elétricos em configurações com simetria esférica, cilíndrica e planar, onde o cálculo direto da distribuição do campo elétrico é simplificado.



Cálculo do Campo Elétrico via Lei de Gauss

- Assumindo uma superfície gaussiana esférica centrada em Q e de raio r , o campo E é igual em todos os pontos da superfície.



$$\Phi = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E \oint dA = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E \cdot A = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

- A área total da esfera é $A = 4\pi r^2$. Assim sendo:

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

